蓉城名校联盟 2021～2022 学年度上期高中 2019 级入学联考

文科数学

注意事项：

1.答题前，考生务必在答题卡上将自己的学校、姓名、班级、准考证号用 0.5 毫米黑色签字笔填写清楚，考生考试条形码由监考老师粘贴在答题卡上的“条形码粘贴处”。

2.选择题使用 2B 铅笔填涂在答题卡上对应题目标号的位置上，如需改动，用橡皮擦擦干净后再填涂其它答案；非选择题用 0.5 毫米黑色签字笔在答题卡的对应区域内作答，超出答题区域答题的答案无效；在草稿纸上、试卷上答题无效。

3.考试结束后由监考老师将答题卡收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $A=\{x\mid x^2-3x-4\le 0\}$，集合 $B=\{y\mid y=x^2, x\in\mathbf{R}\}$，则 $A\cap B=$

A．$\{x\mid 0<x\le 4\}$　　B．$\{x\mid 0\le x\le 4\}$

C．$\{x\mid 0\le x<4\}$　　D．ϕ

2．已知复数 z 满足 $z(1+i)=4i$，则在复平面内 z 对应的点位于

A．第一象限　　B．第二象限

C．第三象限　　D．第四象限

3．已知双曲线 $2y^2-x^2=1$ 的渐近线方程是

A．$y=\pm\dfrac{1}{2}x$　　B．$y=\pm 2x$

C．$y=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}x$　　D．$y=\pm\sqrt{2}x$

4．已知点 $P(-2,-1)$ 为角 θ 的终边上的一点，则 $\sin\theta=$

A．$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　B．$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　C．$-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　D．$-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

5．命题“若 $x>0$，则 $e^x>1$”的否命题是

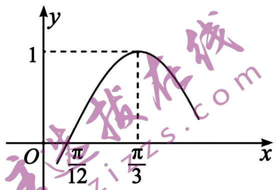
A．若 $x>0$，则 $e^x\le 1$　　B．若 $x\ge 0$，则 $e^x\le 1$

C．若 $x\le 0$，则 $e^x>1$　　D．若 $x\le 0$，则 $e^x\le 1$

6．已知函数 $f(x)=x^2+ax+1$，$a\in[0,6]$，则函数 $f(x)$ 有零点的概率为

A．$\dfrac{1}{3}$　　B．$\dfrac{2}{3}$　　C．$\dfrac{3}{5}$　　D．$\dfrac{4}{5}$

7．已知函数 $g(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$ $(A>0，\omega>0，|\varphi|<\dfrac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示，则 $g(x)=$



A． $\sin(2x-\dfrac{\pi}{3})$　　B． $\sin(x+\dfrac{\pi}{6})$

C． $\sin(2x+\dfrac{\pi}{6})$　　D． $\sin(2x-\dfrac{\pi}{6})$

8．已知 m，$n\in\mathbf{R}$，且 $m+\dfrac{n}{2}=1$，则 9^m+3^n 的最小值为

A． 4　　B． 6　　C． 8　　D． 9

9．在△ ABC 中，a，b，c 分别为角 A，B，C 的对边，$A=\dfrac{\pi}{3}$，$b+c=2a$，△ ABC 的面积为 $2\sqrt{3}$，则△ ABC 的周长为

A． 6　　B． 8　　C． $6\sqrt{2}$　　D． $6\sqrt{3}$

10．已知函数 $f(x)=\begin{cases}|\log_3 x|, x>0\\ 3^x, x\le 0\end{cases}$，若函数 $g(x)=[f(x)]^2-(m+2)f(x)+2m$ 恰好有 5 个不同的零点，则实数 m 的取值范围是

A． $(0,1]$　　B． $(0,1)$　　C． $[1,+\infty)$　　D． $(1,+\infty)$

11． 已知在三棱锥 $P-ABC$ 中，侧棱 $PA\perp$ 平面 ABC，$PA=3$，$AB=1$，$BC=\sqrt{3}$，$AC=2$，则三棱锥 $P-ABC$ 外接球的表面积为

A． 13π　　B． 12π　　C． 9π　　D． 8π

12． 已知函数 $f(x)=-2\cos x+\dfrac{1}{2}(a+1)x^2$，对于任意的 x_1，$x_2\in(0,\dfrac{\pi}{2})$，且 $x_1<x_2$ 都有 $f(x_1)-f(x_2)>0$ 成立，则实数 a 的取值范围是

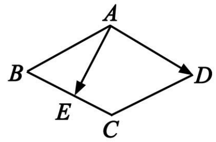
A． $(-\infty,-3]$　　B． $(-\infty,3)$　　C． $(-\infty,-1)$　　D． $(-\infty,-1]$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．从编号 $1,2,3,\cdots,99$ 的 99 个零件中，抽取一个样本容量为 11 的样本，按系统抽样的方法分为 11 组，若第一组中抽取的零件编号为 3，则第三组中抽取的零件编号为_______.

14．已知函数 $f(x)=\dfrac{\ln x+1}{x}$，则函数 $f(x)$ 的极大值为_______.

15．如图，在菱形 $ABCD$ 中，$AB=2\sqrt{3}$，$\angle ABC=60°$，点 E 是 BC 上的一点，已知 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AD}=-2$，则线段 BE 的长为_______.



16．已知点 M 是椭圆 $\dfrac{y^2}{25}+\dfrac{x^2}{16}=1$ 上的一动点，点 T 的坐标为 $(0,-3)$，点 N 满足 $|NT|=1$，且 $\angle MNT=90°$，则 $|MN|$ 的最大值是_______.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17.（12 分）

已知等比数列 $\{a_n\}$ 的各项都为正数，$a_4-3a_2=4$，$a_3=8$.

（1）求 a_n；

（2）若 $b_n=\log_2 a_n+\log_2 a_{n+1}+\log_2 a_{n+2}+\cdots+\log_2 a_{2n}$，求数列 $\{\frac{1}{b_n}\}$ 的前 n 项和 S_n .

18.（12 分）

随着我国人民生活水平的提高，汽车成了许多家庭的生活必须品，拥有汽车的家庭生活质量得到极大提高．但是，汽车的大量增加也增大了交通压力，堵车的情况日益严重，交通事故也大量增加．根据调查，交通事故中九成以上都有违反交通法的情况，可见，交通参与人违法是发生交通事故的最主要原因．作为机动车驾驶员，遵守交通法是基本要求，也是公民素质的体现．但是，不严格遵守交通法的驾驶员不在少数．例如，《道路交通安全法》第 47 条规定：“机动车行经人行横道（斑马线）时，应当减速行驶；遇行人正在通过人行横道，应当停车让行。”，对于机动车驾驶员驾车经过斑马线时是否严格遵守这一规定，有关部门抽样调查了 100 名经常开车的驾驶员，统计结果如下表所示：

选项	严格遵守交通法第 47 条规定	不严格遵守交通法第 47 条规定（不减速，有行人时只减速不停车，有行人时抢先通过等）
人数	32	68

这 100 人每人年均交通违法记录（电子眼抓拍、交警抓住等）次数统计如下表所示：

违法次数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
人数	12	16	30	12	10	6	4	4	3	2	1

已知严格遵守交通法第 47 条规定的人中有 28 人的年均交通违法记录不超过 3 次.

（1）完成下面的 2×2 列联表，并通过计算说明，是否有超过 99%的把握认为机动车驾驶员年均交通违法记录超过 3 次与不严格遵守交通法第 47 条规定有关？

	严格遵守交通法第 47 条规定	不严格遵守交通法第 47 条规定	合计
年均交通违法记录不超过 3 次			
年均交通违法记录超过 3 次			
合计			

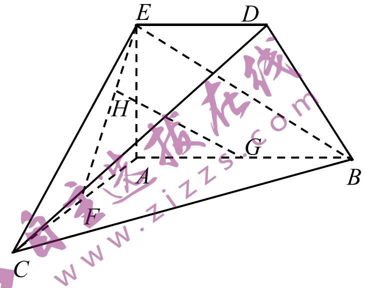
（2）若从年均交通违法记录次数不少于 8 次的 6 人中随机抽出 2 人做进一步调查，求这 2 人中恰有 1 人的年均交通违法记录次数为 9 次的概率.

参考公式及数据：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

$P(K^2\ge k)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k	2.072	2.076	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

19．（12 分）

如图，在四棱锥 $C-ABDE$ 中，$AB\perp AE$，$DE\perp AE$，$AB\perp AC$，$AB=AC=2$，$AE=ED=1$．



（1）若 F 为 AC 中点，G 为 AB 中点，$H\in EF$，求证：$HG//$ 平面 BCD；

（2）若平面 $ABDE\perp$ 平面 ABC，求三棱锥 $C-BED$ 的体积．

20．（12 分）

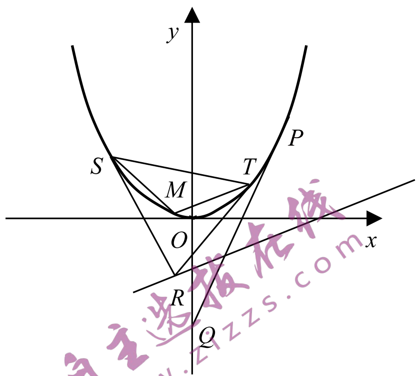
已知函数 $f(x)=-2xe^x+a(\frac{1}{3}x^3+x^2+x)$，$a\in\mathbf{R}$，$e$ 为自然对数的底数，$e=2.71\cdots$．

（1）若 $f(x)$ 在 $(-1,+\infty)$ 内为减函数，求 a 的取值范围；

（2）若 $a=e$，$x>0$，求 $f(x)$ 的极大值．

21．（12 分）

如图，过抛物线 $x^2=y$ 上任意一点 P（不是顶点）作切线 l，l 交 y 轴于点 Q．



（1）求证：线段 PQ 的中垂线过定点；

（2）过直线 $y=\frac{1}{2}x-1$ 上任意一点 R 作抛物线 $x^2=y$ 的两条切线，切点分别为 S、T，M 为抛物线上 S、T 之间到直线 ST 的距离最大的点，求△MST 面积的最小值．

（二）选考题：共 10 分。请考生在 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。

22．[选修 4—4：坐标系与参数方程]（10 分）

已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+3t\\y=4t\end{cases}$（$t$ 为参数），以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=6\cos\theta(0\le\theta\le\frac{\pi}{2})$．

（1）求直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程；

（2）求曲线 C 上的点到直线 l 的距离的最大值和最小值．

23．[选修 4—5：不等式选讲]（10 分）

已知函数 $f(x)=|2x-2|+|2x+3|$．

（1）解不等式 $f(x)+|x-1|\le 10$；

（2）若 $f(x)$ 的最小值为 t，$a+3b=t$，求 a^2+b^2 的最小值．