曲靖市第二中学学联体2023届高三联考(第二次)
数学参考答案

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

题目	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	C	D	B	C	A	D

二、选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分,在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分.

题目	9	10	11	12
答案	BD	BCD	ABC	ABD

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 110　　14. $\frac{1}{4}$　　15. $\frac{\sqrt{91}}{7}$　　16. $(-\infty,-\frac{\ln 3e}{2}]$

四、解答题:本题共6小题,共70分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.(本小题满分10分)

解:(1)由题知: $\begin{cases} 3a_1+\frac{2\times 3}{2}d=9 \\ (a_1+d+1)(a_1+4d)=36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=2 \\ a_1=1 \end{cases}$

$\therefore a_n=2n-1$ ………… 5分

(2) $b_n=2^{2n-1}+2n-1=\frac{1}{2}\cdot 4^n+2n-1$;

$\therefore T_n=\frac{1}{2}\left[\frac{4(1-4^n)}{1-4}\right]+\frac{(1+2n-1)n}{2}=\frac{2}{3}(4^n-1)+n^2$. ………… 10分

18.(本小题满分12分)

解:(1)选①$\because$ $\sin A\cos\left(A-\frac{\pi}{6}\right)=\sin A\left(\cos A\cos\frac{\pi}{6}+\sin A\sin\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin A\cos A+\frac{1}{2}\sin^2 A=\frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2A-\frac{1}{4}$

$\cos 2A+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}\sin\left(2A-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$, $\therefore \sin\left(2A-\frac{\pi}{6}\right)=1$

官方微信公众号：zizzsw　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　微信客服：zizzs2018

$\because A\in(0,\pi)$，$\therefore 2A-\dfrac{\pi}{6}\in\left(-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{11\pi}{6}\right)$，$\therefore 2A-\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{2}$，解得：$A=\dfrac{\pi}{3}$. ………………………… (5 分)

选②

由正弦定理，得 $\sin A\cos C+\sqrt{3}\sin C\sin A=\sin B+\sin C$

$\because$ A，B，C 为$\triangle ABC$ 的内角，$\therefore A+B+C=\pi$

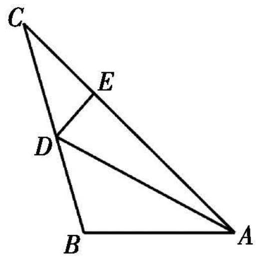
$\therefore \sin B=\sin(A+C)=\sin A\cos C+\cos A\sin C$

$\therefore \sqrt{3}\sin C\sin A=\sin C\cos A+\sin C$

$\because A\in(0,\pi)$，$C\in(0,\pi)$，$\therefore \sin C\neq 0$，$\sqrt{3}\sin A-\cos A=1$

$\therefore \sin\left(A-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{1}{2}$

易知 $A-\dfrac{\pi}{6}\in\left(-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{5\pi}{6}\right)$，$\therefore A-\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{6}$，即 $A=\dfrac{\pi}{3}$ ………………………………………………… 5 分



(2)$\because D$ 是 BC 中点，$\therefore S_{\triangle ABC}=2S_{\triangle ADC}=2\times\dfrac{1}{2}AC\cdot DE=8DE=6\sqrt{3}$

又 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}AB\cdot AC\sin A=2\sqrt{3}\cdot AB=6\sqrt{3}$，解得：$AB=3$

在$\triangle ABC$ 中，由余弦定理得：$BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cos A=9+64-24=49$

$\therefore BC=7$，则 $CD=\dfrac{7}{2}$，$\therefore CE=\sqrt{CD^2-DE^2}=\sqrt{\dfrac{49}{4}-\dfrac{27}{16}}=\dfrac{13}{4}$ …………… 12 分

19.（本小题满分 12 分）

解：(1)过点 A 作 $AE\perp BC$ 于点 E，连接 BD

$\because AD//BC$，$AB=AD=DC=\dfrac{1}{2}BC=2$

$\therefore BE=1$，即$\angle BAE=\dfrac{\pi}{6}$，所以$\angle BAD=\dfrac{2\pi}{3}$

在$\triangle ABD$ 中，$BD^2=AB^2+AD^2-2AB\cdot AD\cos\angle BAD=4+4-2\times2\times2\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=12$

$\therefore BD^2+CD^2=BC^2$，即 $CD\perp BD$

又$\because A'C=2\sqrt{2}$，$\therefore A'C^2=A'D^2+CD^2$，即 $CD\perp A'D$

又 $A'D\cap BD=D$，且 $A'D$，BD 均含于面 $A'BD$，$\therefore CD\perp$ 面 $A'BD$

$\therefore$ 空间四面体 $A'BCD$ 的体积为 $V_{C-A'BD}=\dfrac{1}{3}\times2\times\dfrac{1}{2}\times2\times2\times\sin120^\circ=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. ……………………… 6 分

官方微信公众号：zizzsw
官方网站：www.zizzs.com
咨询热线：010-5601 9830
微信客服：zizzs2018

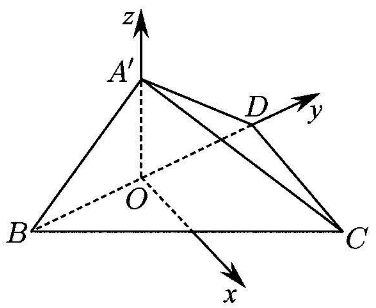
(2)$\because CD\perp$面$A'BD$,$\therefore$面$A'BD\perp$面BCD,取BD中点O,连接OA',由于$A'B=A'D$,$\therefore A'O\perp BD$,

而面$A'BD\cap$面$BCD=BD$,$\therefore A'O\perp$面BCD

故可取如图所示O为坐标原点,过点O与DC平行的直线为x轴,$\overrightarrow{OD},\overrightarrow{OA'}$方向为$y$轴,$z$轴,建立空间直角坐标系,

则$B(0,-\sqrt{3},0)$,$A'(0,0,1)$,$D(0,\sqrt{3},0)$,$C(2,\sqrt{3},0)$

$\therefore \overrightarrow{BA'}=(0,\sqrt{3},1)$,$\overrightarrow{A'D}=(0,\sqrt{3},-1)$,$\overrightarrow{BC}=(2,2\sqrt{3},0)$



设面$A'BC$的法向量$\vec{n}=(x,y,z)$

$\therefore \begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{BA'}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0\end{cases}$ 即 $\begin{cases}\sqrt{3}y+z=0\\ 2x+2\sqrt{3}y=0\end{cases}$

令$y=-1$,可得$x=\sqrt{3}$,$z=\sqrt{3}$

即$\vec{n}=(\sqrt{3},-1,\sqrt{3})$,

直线$A'D$与平面$A'BC$所成角为θ,$\theta\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$

$\therefore \sin\theta=|\cos\langle\overrightarrow{A'D},\vec{n}\rangle|=\dfrac{2\sqrt{3}}{2\times\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$ ………………………………………………… 12分

20.(本小题满分12分)

解:(1)由题意知:甲比乙多得13分的情况包含:

A:甲四道全对;乙一道全对,一道部分选对,两道选错,即甲得20分,乙得7分.

B:甲三道全对,一道部分选对;乙两道部分选对,两道选错,即甲得17分,乙得4分.

C:甲三道全对,一道选错;乙一道部分选对,三道选错,即甲得15分,乙得2分.

$P(A)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^4\times C_4^1\times\dfrac{1}{6}\times C_3^1\times\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{1}{3}\right)^2=\dfrac{1}{144}$.

$P(B)=C_4^3\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^3\times\dfrac{1}{4}\times C_4^2\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\times\left(\dfrac{1}{3}\right)^2=\dfrac{1}{48}$.

$P(C)=C_4^3\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^3\times\dfrac{1}{4}\times C_4^1\times\left(\dfrac{1}{2}\right)\times\left(\dfrac{1}{3}\right)^3=\dfrac{1}{108}$.

$P=P(A)+P(B)+P(C)=\dfrac{1}{27}$. ………………………………………………………… 4分

(2)若为甲出方案.

则甲可能的选项个数为:1,2,3.

记A_1表示选1个选项的得分,则期望为$E(A_1)=2$.

官方微信公众号:zizzsw
咨询热线:010-5601 9830
官方网站:www.zizzs.com
微信客服:zizzs2018

记 A_2 表示选 2 个选项的得分，则得分可能为 0,2,5，

$P(A_2=0)=p\times\frac{2}{3}+(1-p)\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}(1+p)$，$P(A_2=2)=(1-p)\times\frac{2}{3}$，$P(A_2=5)=p\times\frac{1}{3}$

此时期望为 $E(A_2)=0\times\frac{1+p}{3}+2\times\frac{2(1-p)}{3}+5\times\frac{p}{3}=\frac{4+p}{3}$.

记 A_3 表示选 3 个选项的得分，则得分可能为 0,5

$P(A_3=0)=p+(1-p)\times\frac{2}{3}=\frac{2+p}{3}$，$P(A_3=5)=(1-p)\times\frac{1}{3}=\frac{1-p}{3}$

此时期望为 $E(A_3)=0\times\frac{2+p}{3}+5\times\frac{1-p}{3}=\frac{5-5p}{3}$.

$\because 2>\frac{4+p}{3}, 2>\frac{5-5p}{3}$.

$\therefore$ 甲应选择 1 个选项才有希望得到更理想的成绩.

若为乙出方案.

则乙可能的选项个数为：1,2,3.

记 B_1 表示选 1 个选项的得分，类比甲的情况，则 $E(B_1)=0\times\left(p\times\frac{1}{3}\right)+2\times\left(p\times\frac{2}{3}+(1-p)\times1\right)=2-\frac{2}{3}p$

记 B_2 表示选 2 个选项的得分，则得分可能为 0,2,5，

此时 $E(B_2)=0\times\left(p\times\frac{2}{3}\right)+2\times(1-p)\times1+5\times p\times\frac{1}{3}=2-\frac{p}{3}$.

记 B_3 表示选 3 个选项的得分，则得分可能为 0,5，此时 $E(B_3)=0\times p+5\times(1-p)\times1=5-5p$.

$\because 2-\frac{2}{3}p<2-\frac{p}{3}$.

$2-\frac{p}{3}-(5-5p)=\frac{14p-9}{3}$

$\therefore$ 当 $1>p>\frac{9}{14}$ 时，乙应选择 2 个选项才有希望得到更理想的成绩. 当 $0<p<\frac{9}{14}$ 时，乙应选择 3 个选项才有希望得到更理想的成绩，当 $p=\frac{9}{14}$ 时，乙应选择 2 或 3 个选项都有希望得到更理想的成绩. …………………………………………………………………… 12 分

21.（本小题满分 12 分）

解：（1）由椭圆的定义可知：$4a=8\Rightarrow a=2$，又因为 $\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，所以 $b=1, c=\sqrt{3}$

故椭圆的方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ …………………………………………………… 4 分

官方微信公众号：zizzsw　　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　　微信客服：zizzs2018

(2)由题意可设直线 l 的方程为 $y=kx+2$,则

联立$\begin{cases} y=kx+2 \\ \dfrac{x^2}{4}+y^2=1 \end{cases}$消 y 整理得:$(4k^2+1)x^2+16kx+12=0$.

由 $\Delta=256k^2-4(4k^2+1)\times12>0$,解得 $k^2>\dfrac{3}{4}$.

设 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,则 $x_1+x_2=\dfrac{-16k}{4k^2+1}$,$x_1x_2=\dfrac{12}{4k^2+1}$.

$y_1+y_2=\dfrac{4}{4k^2+1}$,$y_1y_2=k^2x_1x_2+2k(x_1+x_2)+4=\dfrac{4-4k^2}{4k^2+1}$.

设 AB 中点 $G(x_0,y_0)$,故 $G\left(\dfrac{-8k}{4k^2+1},\dfrac{2}{4k^2+1}\right)$.

假设存在 k 和点 $Q(m,0)$,使得 ΔQAB 是以 Q 为直角顶点的等腰直角三角形

则 $QG\perp AB$,故 $k_{QG}\cdot k_{AB}=-1$

所以$\dfrac{\dfrac{2}{4k^2+1}}{\dfrac{-8k}{4k^2+1}-m}\times k=-1$,解得 $m=\dfrac{-6k}{4k^2+1}$,故 $Q\left(\dfrac{-6k}{4k^2+1},0\right)$.

又因为 $\angle AQB=\dfrac{\pi}{2}$,所以 $\overrightarrow{QA}\cdot\overrightarrow{QB}=0$.

所以 $(x_1-m,y_1)\cdot(x_2-m,y_2)=0$,即 $x_1x_2-m(x_1+x_2)+m^2+y_1y_2=0$.

整理得$\dfrac{12}{4k^2+1}-\dfrac{-6k}{4k^2+1}\cdot\dfrac{-16k}{4k^2+1}+\left(\dfrac{-6k}{4k^2+1}\right)^2+\dfrac{4-4k^2}{4k^2+1}=0$,

所以$\dfrac{16-16k^4}{(4k^2+1)^2}=0$,所以 $k^4=1$,即 $k^2=1>\dfrac{3}{4}$

此时,当 $k=1$ 时,$Q(-\dfrac{6}{5},0)$

当 $k=-1$ 时,$Q(\dfrac{6}{5},0)$

所以,不存在满足条件的 k 及点 Q. ·· 12 分

22.(本小题满分 12 分)

解:(1)$f(x)$ 定义域为 $x\in(0,+\infty)$,且

$f'(x)=x+\dfrac{3}{x}-4=\dfrac{x^2-4x+3}{x}=\dfrac{(x-1)(x-3)}{x}$

综上,$f(x)$ 在区间 $(0,1)$,$(3,+\infty)$ 上单调递增,$f(x)$ 在区间 $(1,3)$ 单调递减 ······················ 4 分

5
官方微信公众号:zizzsw 咨询热线:010-5601 9830
官方网站:www.zizzs.com 微信客服:zizzs2018

(2)由已知，$f(x)=\frac{1}{2}x^2+a\ln x-4x$，则 $f'(x)=x+\frac{a}{x}-4=\frac{x^2-4x+a}{x}$

函数 $f(x)$ 有两个极值点 $x_1,x_2(x_1<x_2)$，即 $x^2-4x+a=0$ 在 $(0,+\infty)$ 上有两个不等实根

令 $h(x)=x^2-4x+a$，只需 $\begin{cases}h(0)=a>0\\h(2)=a-4<0\end{cases}$，故 $0<a<4$

又 $x_1+x_2=4$，$x_1x_2=a$

所以 $f(x_1)+f(x_2)=\left(\frac{1}{2}x_1^2+a\ln x_1-4x_1\right)+\left(\frac{1}{2}x_2^2+a\ln x_2-4x_2\right)$

$=-4(x_1+x_2)+a(\ln x_1+\ln x_2)+\frac{1}{2}(x_1^2+x_2^2)=a\ln a-a-8$

要证 $f(x_1)+f(x_2)>\ln a-10$，即证 $a\ln a-a-8>\ln a-10$

只需证 $(1-a)\ln a+a-2<0$

令 $m(a)=(1-a)\ln a+a-2$，$a\in(0,4)$

则 $m'(a)=-\ln a+\frac{1-a}{a}+1=\frac{1}{a}-\ln a$

令 $n(a)=m'(a)$，则 $n'(a)=-\frac{1}{a^2}-\frac{1}{a}<0$ 恒成立

所以 $m'(a)$ 在 $a\in(0,4)$ 上单调递减

又 $m'(1)=1>0$，$m'(2)=\frac{1}{2}-\ln 2<0$

由零点存在性定理得，$\exists a_0\in(1,2)$ 使得 $m'(a_0)=0$

即 $\ln a_0=\frac{1}{a_0}$

所以 $a\in(0,a_0)$ 时，$m'(a)>0$，$m(a)$ 单调递增

$a\in(a_0,4)$ 时，$m'(a)<0$，$m(a)$ 单调递减

则 $m(a)_{\max}=m(a_0)=(1-a_0)\ln a_0+a_0-2=(1-a_0)\frac{1}{a_0}+a_0-2=a_0+\frac{1}{a_0}-3$

$\because$ 由对勾函数知 $y=a_0+\frac{1}{a_0}-3$ 在 $a_0\in(1,2)$ 上单调递增

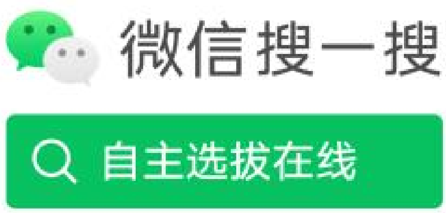
$\therefore a_0+\frac{1}{a_0}-3<2+\frac{1}{2}-3=-\frac{1}{2}<0$

$\therefore m(a)<0$，即 $f(x_1)+f(x_2)>\ln a-10$ 得证. ·· 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



自主选拔在线 微信号：zizzsw