

2023 年普通高招全国统一考试临考预测押题密卷

数学

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 高考命题无此项:本密卷用户使用考试在线 APP 扫描试题旁边子母题二维码,获取更多临考押题。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $M = \{x | x^2 + 5x - 6 < 0\}$, $N = \{x | 2x < 1\}$, 则 $M \cap N =$
A. $(-6, 1)$ B. $(-\frac{1}{2}, 1)$ C. $(-6, \frac{1}{2})$ D. $\emptyset$
2. 若复数 $\frac{a+bi}{1+2i}$ ($a, b \in \mathbf{R}$) 为纯虚数, 则 $\frac{a}{b} =$
A. $-\frac{5}{2}$ B. -2 C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{1}{2}$
3. 已知直线 $a \perp$ 平面 α , 则“直线 $a \parallel$ 平面 β ”是“平面 $\alpha \perp$ 平面 β ”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 为了全面推进乡村振兴, 加快农村、农业现代化建设, 某市准备派 6 位乡村振兴指导员到 A, B, C 3 地指导工作, 每地上午和下午各安排一位乡村振兴指导员, 且每位乡村振兴指导员只能被安排一次, 其中张指导员不安排到 C 地, 李指导员不安排在下午, 则不同的安排方案共有
A. 180 种 B. 240 种 C. 480 种 D. 540 种
5. 已知圆 $M: (x-2)^2 + (y-2)^2 = 2$, $A(t, 0)$, 若 M 上存在两点 B, C , 使得 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 则 t 的取值范围是
A. $[-1, 3]$ B. $[-1, 5]$ C. $[1, 3]$ D. $[0, 4]$
6. 已知 $a = (\frac{1}{2})^x$, $(\frac{1}{2})^x = \log_2 b$, $a = \log_2 c$, 则
A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $c < a < b$ D. $c < b < a$



7. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AC \perp BC$, $AC = 2$, $\angle B = 30^\circ$, D 是 AB 的中点, 沿着 CD 将 $\triangle ACD$ 折起, 使得点 A 折叠到点 A_1 的位置, 则当三棱锥 A_1-BCD 的体积最大时, 其外接球的表面积为

- A. $\frac{13\pi}{3}$ B. 12π C. 16π D. $\frac{52\pi}{3}$

8. 已知函数 $f(x)$, $g(x)$ 的定义域均为 $\mathbf{R}$, $f(x+1)$ 是奇函数, $g(x)$ 是偶函数, $f(x) = g(2-x)$,

$g(2) = 1$, 则 $\sum_{k=1}^{2023} f(k) =$

- A. $-2\ 023$ B. -1 C. 1 D. $2\ 023$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 为了满足广大人民群众日益增长的健身需求, 营造全民健身的浓厚氛围, 某市不断加大经费投入, 推进各类公共体育设施的建设, 已知 2022 年该市共新建体育设施项目 60 个, 其中新建农村体育设施项目数是新建城镇体育设施项目数的 3 倍. 现采用分层随机抽样的方法从中抽取 12 个项目, 经统计得到, 平均每个农村体育设施项目投资 20 万元, 平均每个城镇体育设施项目投资 40 万元, 则

- A. 样本中新建城镇体育设施项目有 4 个
B. 样本中该市新建农村体育设施项目总投资 180 万元
C. 估计该市新建城镇体育设施项目总投资 600 万元
D. 估计该市平均每个新建体育设施项目投资 30 万元

10. 设抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 经过点 F 的直线 $mx - y - m = 0 (m \neq 0)$ 与 y 轴交于点 D , 与 C 交于 A, B 两点, E 为 AB 的中点, O 为坐标原点, 则

- A. $|AB|$ 的最小值为 4 B. $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = -3$
C. $\angle OFE$ 是锐角 D. $\triangle ODE$ 面积的最小值为 2

11. 已知函数 $f(x) = \frac{\ln x - 1}{x}$, 直线 $l: y = kx + b$ 与曲线 $y = f(x)$ 相切, 则

- A. 当 $k = 0$ 时, $b = e^{-2}$ B. 当 $k = 0$ 时, $k = 2e^{-3}$
C. b 的最大值为 $2e^{-\frac{3}{2}}$ D. k 的最小值为 $-\frac{1}{2}e^{-\frac{3}{2}}$

12. 在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1 = 1$, $AB = \lambda$, P 为正方形 $ABCD$ 内部一点 (包括边界), 则

- A. 当点 P 到直线 A_1B_1 与 B_1C_1 的距离相等时, $PC_1 \parallel$ 平面 AB_1D_1
B. 存在点 P 满足直线 PA_1 与平面 $A_1B_1C_1D_1$ 所成的角为 30° 时, $\lambda \geq \sqrt[6]{2}$
C. 存在点 P 满足 $PA_1 \perp PC_1$ 时, $\lambda \geq 2$
D. 存在点 P 满足直线 PD_1 与平面 $A_1B_1C_1D_1$ 所成的角为 60° , 且 $PB_1 \perp PD_1$ 时, $\frac{2\sqrt{6}}{3} \leq \lambda \leq \frac{4\sqrt{3}}{3}$



三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 已知向量 a, b 满足 $a = (-2, 4), a \cdot b = -5$, 则 b 在 a 上的投影向量 $c =$.

14. 随着新冠肺炎疫情防控政策的调整,国内多地取消了全员核酸检测,多家公司开始增加新型冠状病毒抗原检测试剂盒的产量.已知某公司生产的新型冠状病毒抗原检测试剂盒的灵敏度(真阳性人数/感染者人数)为 $\frac{4}{5}$, 特异性(真阴性人数/未感染者人数)为 $\frac{19}{20}$, 某地区的新冠感染率为 $\frac{1}{10}$, 从该地区随机抽取一人使用上述公司的抗原检测试剂盒进行检测,则其检测结果为阳性的概率为 .

15. 已知双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点为 F , 直线 FD 与 E 的右支交于点 D , 若点 B, C 是线段 FD 的两个三等分点且 $|OB| = |OC| = \frac{\sqrt{2}}{2}a$ (O 为坐标原点), 则 E 的离心率为 .

16. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{4}) (0 < \omega \leq 2)$ 的最小正周期为 T , 且在区间 $[\frac{T}{2}, \frac{\pi}{4} + \frac{T}{2}, \frac{\pi}{4}]$ 上的最大值为 M , 最小值为 m , 则 $M - m$ 的取值范围为 .

四、解答题:本题共6小题,共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10分)

记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $b = \sqrt{3}$, 且 $a \sin B + 3 \cos A \leq \sqrt{3}c$.

(1) 求 B ;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的周长为 $3 + \sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $2S_n + 3a_n + n^2 = 4n$, $b_n = a_n - n + 1$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

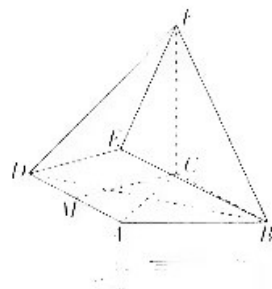
(2) 若 $S_n \leq \lambda n$ 恒成立, 求 λ 的取值范围.

19. (12分)

如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $AB = AC = 2$, $AB \perp AC$, $AE \perp$ 平面 $ABCD$, $AE \parallel CF$, $CF = 2AE$, M 是 AD 的中点.

(1) 证明: $CM \perp$ 平面 EFB ;

(2) 若 $CF = 2$, 求二面角 $E-BF-D$ 的余弦值.



数学·A 卷试题 (第2页共4页)

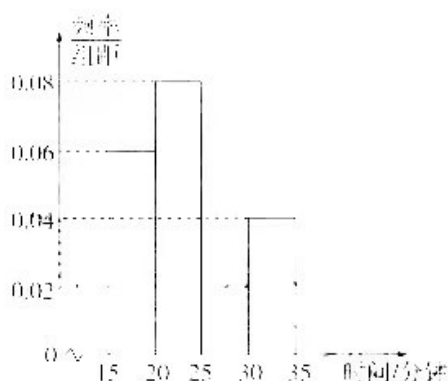
20. (12 分)

“绿水青山就是金山银山”，随着环保意识的不断增强，越来越多的人选择绿色低碳出行，某市提供共享自行车和共享电单车供居民选择，它们的计费标准如下：

共享自行车：起步价 1 元（不超过 20 分钟），超出起步价后每 10 分钟加收 1 元（不足 10 分钟部分按 10 分钟计算）。

共享电单车：起步价 3 元（不超过 20 分钟），超出起步价后每 10 分钟加收 2 元（不足 10 分钟部分按 10 分钟计算）。

已知甲在该市生活，每天上下班都是骑共享自行车或共享电单车（每次仅使用一种骑行方式），骑共享自行车时需要 30 分钟左右（大于 25 分钟不超过 35 分钟）；骑共享电单车时需要 20 分钟左右（不小于 15 分钟不超过 25 分钟）。下图是甲上下班时最近 100 次骑行时间（单位：分钟）的频率分布直方图（按 $[15, 20]$ ， $(20, 25]$ ， $(25, 30]$ ， $(30, 35]$ 进行分组）。



(1) 当甲上下班骑共享电单车时，估计其单次骑行花费高于起步价的概率；

(2) 记甲每天早上下班和晚上下班骑行的总费用为 X 元，用样本估计总体的思想，求 X 的分布列和期望。

21. (12 分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的四个顶点构成的四边形的周长为 $8\sqrt{3}$ ，且过点 $(2, 2)$ 。

(1) 求 E 的方程；

(2) 若 A, B 是 E 上两点，且 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = -1$ (O 为坐标原点)，动点 P 满足 $\vec{PA} \cdot \vec{PB} = 0$ ，求 $\triangle PAB$ 面积的最大值。

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = x + 1 - ae^{-x}$ 。

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性；

(2) 若 $f(x)$ 有两个零点 x_1, x_2 ，且 $x_1 < x_2$ ，证明： $x_1 + 2x_2 < 1 + \frac{4}{e}$ 。

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线