

秘密★启用前

九江市 2023 年第三次高考模拟统一考试

数 学 (理科)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分. 全卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟.

考生注意:

1. 答题前, 考生务必将自己的学号、姓名等内容填写在答题卡上.
2. 第 I 卷每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号, 第 II 卷用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答, 在试题卷上作答, 答案无效.
3. 考试结束, 监考员将试题卷、答题卡一并收回.

第 I 卷 (选择题 60 分)

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

1. 已知集合 $M = \{x | x > \frac{1}{2}\}$, $N = \{x | y = \sqrt{2x - x^2}\}$, 则 $(\complement_{\mathbb{R}} M) \cap N =$

- A. $\{x | 0 \leq x \leq \frac{1}{2}\}$ B. $\{x | 0 < x < \frac{1}{2}\}$ C. $\{x | x \leq \frac{1}{2}\}$ D. $\{x | x \leq 0\}$

2. 已知复数 z 满足 $z \cdot (2 + i) = \bar{z} - 4i$, 则 $|z| =$

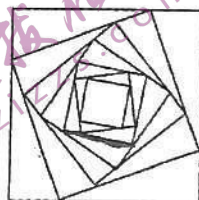
- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. $2\sqrt{2}$

3. 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 的焦点坐标为

- A. $(\frac{1}{8}, 0)$ B. $(0, \frac{1}{8})$ C. $(\frac{1}{2}, 0)$ D. $(0, \frac{1}{2})$

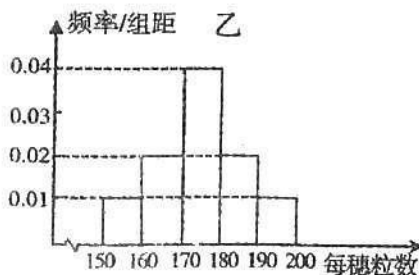
4. 分形的数学之美, 是以简单的基本图形, 凝聚扩散, 重复累加, 以迭代的方式而形成的美丽的图案. 自然界中存在着许多令人震撼的天然分形图案, 如鹦鹉螺的壳、蕨类植物的叶子、孔雀的羽毛、菠萝等. 如图所示, 为正方形经过多次自相似迭代形成的分形图形, 且相邻的两个正方形的对应边所成的角为 15° , 若从外往里最大的正方形边长为 9, 则第 5 个正方形的边长为

- A. $\frac{81}{4}$ B. $\frac{81\sqrt{6}}{8}$ C. 4 D. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$



5. 为了强化节约意识, 更好地开展“光盘行动”, 某校组织甲乙两个社会实践小组分别对某块稻田的稻穗进行调研, 甲乙两个小组各自随机抽取了 20 株稻穗, 并统计了每株稻穗的粒数, 整理得到如下统计表 (频率分布直方图中同一组中的数据用该组区间的中点值为代表), 则下列结论正确的是

甲	
15	8
16	3 3 6
17	1 1 2 3 3 4 4 5 6 8 8 8
18	3 7 8
19	9



- A. 甲组中位数大于乙组中位数, 甲组平均数大于乙组平均数

- B. 甲组中位数大于乙组中位数, 甲组平均数等于乙组平均数
 C. 甲组中位数小于乙组中位数, 甲组平均数等于乙组平均数
 D. 甲组中位数小于乙组中位数, 甲组平均数小于乙组平均数

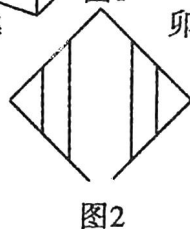
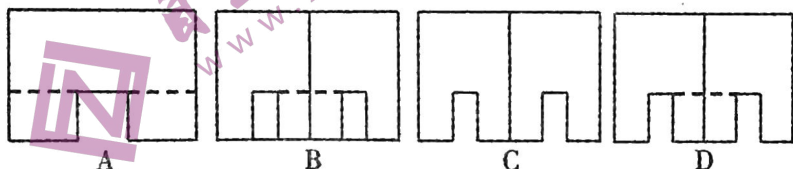
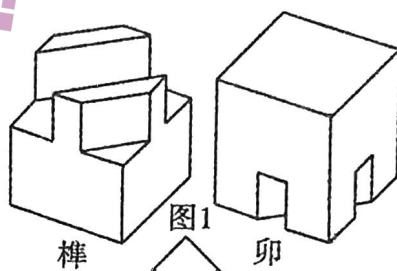
6. 已知 $a = 2^{0.2}$, $b = \log_{0.5} 0.2$, $c = \log_{0.2} 0.4$, 则

- A. $b > a > c$ B. $b > c > a$ C. $a > b > c$ D. $a > c > b$

7. 已知 $0 < \alpha < \beta < \pi$, 且 $\cos \alpha = \frac{1}{3}$, $\cos(\alpha - \beta) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, 则 $\cos \beta =$

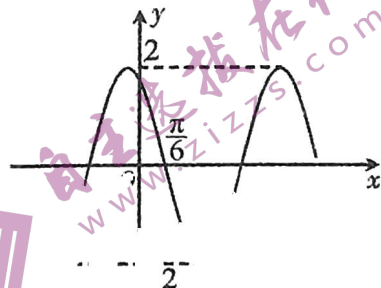
- A. $\frac{8}{9}$ B. $\frac{7}{9}$ C. $\frac{4\sqrt{2}}{9}$ D. 0

8. 榫卯是一种中国传统建筑、家具的主要结构方式, 它凝聚了中华文明的智慧. 它利用材料本身特点自然连接, 既符合力学原理, 又重视实用和美观, 达到了实用性和功能性的完美统一. 右图是榫卯结构中的一种, 当其合并在一起后, 可形成一个正四棱柱. 将合并后的榫卯对应拿开 (如图 1 所示), 已知榫的俯视图 (如图 2 所示), 则卯的主视图为



9. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \pi$) 的导函数 $y = f'(x)$ 的图像如图所示, 记 $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$, 则下列说法正确的是

- A. $g(x)$ 的最小正周期为 2π
 B. $\varphi = -\frac{5\pi}{6}$
 C. $g(\frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
 D. $g(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{6})$ 上单调递增



10. 已知定义在 \mathbb{R} 上的函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上单调递增, $f(x+1)$ 是奇函数, $f(x-1)$ 的图像关于直线 $x=1$ 对称, 则 $f(x)$

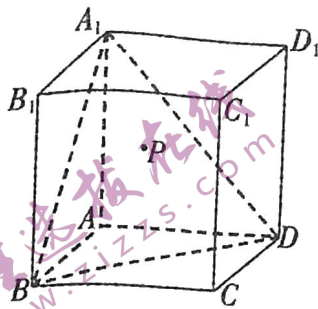
- A. 在 $[2020, 2022]$ 上单调递减 B. 在 $[2021, 2023]$ 上单调递增
 C. 在 $[2022, 2024]$ 上单调递减 D. 在 $[2023, 2025]$ 上单调递增

11. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$) 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_2 的直线交双曲线右支于 A,

B 两点, 若 $AB \perp F_1B$, $\sin \angle F_1AB = \frac{3}{5}$, 则该双曲线的离心率为

- A. $\sqrt{10}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

12. 如图, 棱长为 1 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, P 为 $\triangle A_1BD$ 内一点(包括边界), 且线段 PA_1 的长度等于点 P 到平面 $ABCD$ 的距离, 则线段 PA_1 长度的最小值是



- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{4}$
C. $2 - \sqrt{2}$ D. $3 - \sqrt{6}$

第 II 卷(非选择题 90 分)

考生注意:

本卷包括必考题和选考题两部分. 第 13 - 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22 - 23 题为选考题, 学生根据要求作答.

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.)

13. $(x^2 - \frac{1}{x})^6$ 展开式中, x^2 的系数为 _____.
14. Rt $\triangle ABC$ 中, $A = 90^\circ$, $AB = 2$, D 为 BC 上一点, $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC}$, 则 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} =$ _____.
15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且满足 $a_1 = 1, a_{n+1} + a_n = 2^n$, 则 $S_9 =$ _____.
16. 已知函数 $f(x) = e^x - ax^2$ ($a \in \mathbb{R}$) 有两个极值点 x_1, x_2 , 且 $x_1 > 2x_2$, 则 a 的取值范围为 _____.

— 解答题(本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.)

17. (本小题满分 12 分)

如图, 圆内接四边形 $ABCD$ 中, 已知 $AB = 2, BC = 2\sqrt{2}$,
 $\angle CDB = 2\angle ADB$.

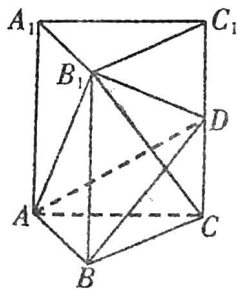
- (1) 求 $\angle ABC$;
(2) 求四边形 $ABCD$ 面积的最大值.



18. (本小题满分 12 分)

直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB \perp BC$, D 为 CC_1 的中点, $BB_1 = \sqrt{2}BC$.

- (1) 求证: 平面 $AB_1C \perp$ 平面 ABD ;
(2) 若 $AB = BD$, 求二面角 $B - AD - B_1$ 的余弦值.



19. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 且三点 $(1, 2)$,

$(2, 1)$, $(-1, -2)$ 中恰有一点在椭圆 E 上, 记为点 P .

- (1) 求椭圆 E 的方程;
(2) 设 A, B 是椭圆 E 上异于点 P 的两点, 直线 PA, PB 分别交 x 轴于 M, N 两点, 且 $\angle PMN = \angle PNM$, 求直线 AB 的斜率.

20. (本小题满分 12 分)

人勤春来早,实干正当时.某工厂春节后复工复产,为满足市场需求加紧生产,但由于生产设备超负荷运转导致某批产品次品率偏高.已知这批产品的质量指标 $X \sim N(80, \sigma^2)$, 当 $X \in (60, 100)$ 时产品为正品,其余为次品.生产该产品的成本为 20 元/件,售价为 40 元/件.若售出次品,则不更换,需按原售价退款并补偿客户 10 元/件.

(1)若某客户买到的 10 件产品中恰有两件次品,现从中任取三件,求被选中的正品数量 ξ 的分布列和数学期望;

(2)已知 $P(X \leq 60) = 0.02$,工厂欲聘请一名临时质检员检测这批产品,质检员工资是按件计费,每件 x 元.产品检测后,检测为次品便立即销毁,检测为正品方能销售.假设该工厂生产的这批产品都能销售完,工厂对这批产品有两种检测方案,方案一:全部检测;方案二:抽样检测.若要使工厂两种检测方案的盈利均高于不检测时的盈利,求 x 的取值范围,并从工厂盈利的角度选择恰当的方案.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{e^{2x}}{ax-1} (a \in \mathbf{R})$.

(1)讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2)当 $a = -2$ 时,若 $x \geq 0, f(x) \leq \ln(1+2x) - mx - 1$,求实数 m 的取值范围.

请考生在第 22-23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中,已知曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2t^2 \\ y = 2t \end{cases} (t \text{ 为参数})$.以 O 为极点, x 轴

正半轴为极轴建立极坐标系,直线 l 的极坐标方程为 $\rho \sin(\alpha - \theta) = \sqrt{2} \sin(\alpha - \frac{\pi}{4})$, 其中 α 为

倾斜角,且 $\alpha \in (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3})$.

(1)求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;

(2)设 l 与曲线 C 相交于 P, Q 两点,直线 OP, OQ 的斜率为 k_1, k_2 , 求 $k_1 + k_2$ 的取值范围.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

设 a, b, c 均为正数,已知函数 $f(x) = |x-a| + |x+b| + c$ 的最小值为 4.

(1)求 $a^2 + b^2 + c^2$ 的最小值;

(2)证明: $\frac{a^2+b^2}{c} + \frac{b^2+c^2}{a} + \frac{c^2+a^2}{b} \geq 8$.

命题人:李高飞、周宝、王锋、卢志鹏、付磊波;审稿人:孙善惠、段训明、林健航

高三模 数学(理科) 试卷第 4 页(共 4 页)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线