

秘密★启用前

云南师大附中 2023 届高三适应性月考卷（七） 数 学

注意事项：

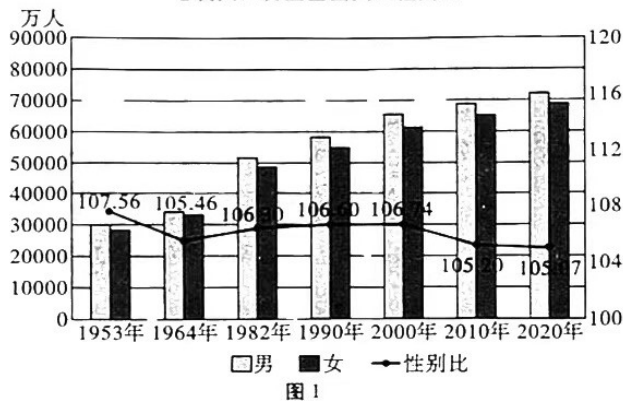
1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚。
2. 每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。在试题卷上作答无效。
3. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。满分 150 分，考试用时 120 分钟。

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求）

1. 设集合 $A = \{x \mid x = 3k, k \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x \mid x = 6z, z \in \mathbf{N}\}$, 则
 - A. $0 \in B$
 - B. $A \subseteq B$
 - C. $B \subseteq A$
 - D. $A \cap B = A$
2. 已知复数 z 满足 $(1-i)z = (1+i)^3$, 则 $|z| =$
 - A. $\sqrt{2}$
 - B. 2
 - C. $2\sqrt{2}$
 - D. 4
3. 已知 $m > 0$, 向量 $\vec{a} = (1, m)$, $\vec{b} = (-2, 1)$, $(\vec{a} - \vec{b}) \perp (\vec{a} + \vec{b})$, 则 $m =$
 - A. 0
 - B. 1
 - C. 2
 - D. 3

4. 根据统计法和《全国人口普查条例》，我国以 2020 年 11 月 1 日零时为标准时点开展了第七次全国人口普查。数据显示，第七次全国人口普查全国人口共 141178 万人，与 2010 年（第六次全国人口普查数据）的 133972 万人相比，增加 7206 万人，增长 5.38%，年平均增长率为 0.53%。在全国人口中，男性人口为 72334 万人，占 51.24%；女性人口为 68844 万人，占 48.76%。总人口性别比（以女性为 100，男性对女性的比例）为 105.07，与 2010 年基本持平，略有降低。出生人口性别比为 111.3，较 2010 年下降 6.8。结合以上数据和如图 1，下列说法不正确的是

七次人口普查全国人口性别比



- A. 我国人口在 2010 年~2020 年继续保持低速增长态势
 - B. 关于 x 的方程 $133972 \times (1+x)^{10} = 141178$ 的近似解为 0.0053
 - C. 在七次人口普查中，女性人口占全国总人口的比例最高的是第七次
 - D. 若某地 2020 年新生儿中女性有 1 万人，则该地新生儿中男性必超过 1.1 万人
5. $|x+y| - (x-y)^3$ 展开式中 xy^3 的系数为
 - A.
 - B. 2
 - C. -2
 - D. -4

三、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 已知 $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = 2$, 则 $\tan(\pi + \alpha) =$ _____ .
14. 盲盒常指装有不同公仔手办, 但消费者不能提前得知款式的盒装玩具, 一般按系列販售. 它的随机性和一些隐藏款吸引着很多年轻人重复购买. 小明购买了 5 个冰墩墩单只盲盒, 拆开后发现 2 个相同的“竹林春熙”以及“冰雪派对”、“青云出岫”、“如意东方”各 1 个. 小明想将这 5 个摆件排成一排, 要求相同的摆件不相邻. 若相同摆件视为相同元素, 则一共有 _____ 种摆放方法.
15. 古希腊伟大的数学家阿基米德 (公元前 287~公元前 212) 出生于叙拉古城, 在其辉煌的职业生輝中, 最令他引以为傲的是记录在《论球和圆柱》中提到的: 假设一个圆柱外切于一个球, 则圆柱的体积和表面积都等于球的一倍半 (即 $\frac{3}{2}$). 现有球 O 与圆柱 O_1O_2 的侧面与上下底面均相切 (如图 2), 若圆柱 O_1O_2 又是球 O' 的内接圆柱, 设球 O' 、圆柱 O_1O_2 的表面积分别为 S_1, S_2 , 体积分别为 V_1, V_2 , 则 $S_1 : S_2 =$ _____; $V_1 : V_2 =$ _____ . (第一空 2 分, 第二空 3 分)

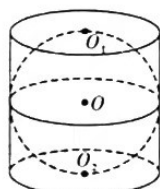


图 2

16. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , P 为椭圆 C 上一点, 点 A 在以 F_1F_2 为直径的圆上, 若 $\vec{F_1A} = \vec{AP}$, 则 $\vec{F_2A} \cdot \vec{F_2P}$ 的值是 _____ .

四、解答题 (共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 10 分)
如图 3, 在平面四边形 $ABCD$ 中, $AB \perp AC, AD \perp CD, \angle ABC = \angle ADB = 30^\circ, AC = 2$.
(1) 求 $\cos \angle ACD$;
(2) 求 BD 的长.

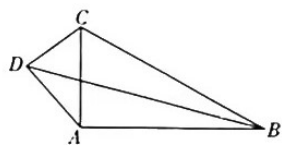


图 3

18. (本小题满分 12 分)
如图 4 所示, 在四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 以 A 为端点的三条棱的长都为 1, 且两两夹角为 60° , 点 M, N 分别在线段 AD_1 和 BD 上, 且满足 $\vec{AM} = k\vec{AD_1}, \vec{BN} = k\vec{BD}$, 其中 $0 < k \leq 1$.
(1) 判断直线 MN 与平面 CDD_1C_1 的位置关系, 并证明你的结论;
(2) 当 $k = \frac{1}{2}$ 时, 求异面直线 BD_1 与 MN 所成角的大小.

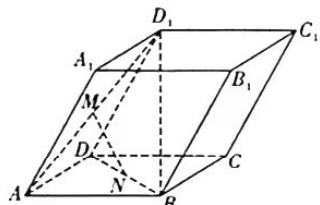


图 4

19. (本小题满分 12 分)
近年来, 云南省保山市龙陵县紧紧围绕打造“中国石斛之乡”的发展定位, 大力发展石斛产业, 该产业带动龙陵县近四分之一人口脱贫致富. 2022 年 8 月, 龙陵紫皮石斛获国家地理标志运用促进工程重点项目, 并被评爲优秀等次. 在政府的大力扶持下, 龙陵紫皮石斛产量逐年增长, 2017 年底到 2022 年底龙陵县石斛产量统计如下及散点图如图 5.

年份	2017	2018	2019	2020	2021	2022
年份代码 x	1	2	3	4	5	6
紫皮石斛产量 y (吨)	3200	3400	3600	4200	7500	9000

维护权益 严禁提前考试 第一举报者重奖1000元 电话: (0) 18987573845

- (1) 根据散点图判断, $y=ax+b$ 与 $y=ce^{dx}$ (a, b, c, d 均为常数) 哪一个更适合作为龙陵县紫皮石斛产量 y 关于年份代码 x 的回归方程类型? (给出判断即可, 不必说明理由)
 (2) 经计算得下表中数据, 根据 (1) 中结果, 求出 y 关于 x 的回归方程;

\bar{x}	\bar{y}	\bar{u}	$\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})^2$	$\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})(u_i - \bar{u})$
3.5	5150	8.46	17.5	20950	3.85

其中 $u = \ln y$, $u_i = \ln y_i$ ($i=1, 2, 3, 4, 5, 6$).

- (3) 龙陵县计划到 2025 年底实现紫皮石斛年产量达 1.5 万吨, 根据 (2) 所求得的回归方程, 预测该目标是否能完成? (参考数据: $e^{9.45} \approx 12708$, $e^{9.67} \approx 15835$)

附: $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$.

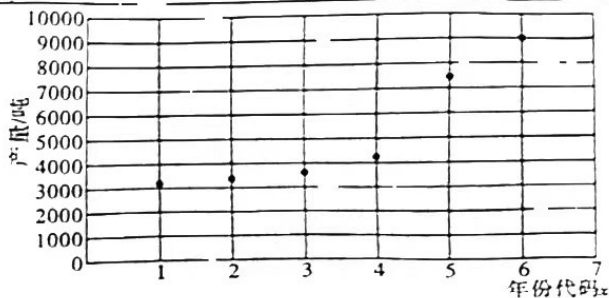


图 5

20. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} + (-1)^n a_n = 2n - 1$ ($n \in \mathbf{N}^*$). 记 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_5 = 11$.

(1) 求 a_1 ;

(2) 设 $b_n = \log_2(a_{2n} + 2)$, 若 $\lceil x \rceil$ 表示不小于 x 的最小整数, 如 $\lceil 2 \rceil = 2$, $\lceil 2.5 \rceil = 3$, 试判断是否存在正整数 n , 使得 $\lceil b_n \rceil = 5$? 若存在, 求出 n 的取值集合; 若不存在, 请说出理由.

21. (本小题满分 12 分)

在① $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = -12$; ② $\frac{1}{|\vec{AF}|} + \frac{1}{|\vec{BF}|} = \frac{1}{2}$; ③ $\triangle OAB$ 面积的最小值为 8, 这三个条件中任选一个, 补充在横线上, 并解答下列问题. (若选择多个条件作答, 则按第一个解答计分)

已知抛物线 $x^2 = 2py$ ($p > 0$) 的焦点为 F , 过点 F 的直线与该抛物线交于 A, B 两点, O 为坐标原点, _____.

(1) 求抛物线的方程;

(2) 点 C 在抛物线上, $\triangle ABC$ 的重心 G 在 y 轴上, 直线 AC 交 y 轴于点 Q (点 Q 在点 F 上方). 记 $\triangle AFG$, $\triangle CQG$ 的面积分别为 $S_{\triangle AFG}$, $S_{\triangle CQG}$, $T = \frac{S_{\triangle AFG}}{S_{\triangle CQG}}$, 求 T 的取值范围.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = a(x^2 - 1) - x \ln x$.

(1) 若 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调递增, 求实数 a 的取值范围;

(2) 求证: $\forall n \in \mathbf{N}^*$, $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n-1} + \frac{1}{2n} > \ln 2 - \frac{1}{4n}$ 恒成立.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线