2023届“3+3+3”高考备考诊断性联考卷（一）
理科数学参考答案

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	C	D	C	A	B	D	A	D	C	C	A

【解析】

1．由已知$B=\{y\mid y>0\}$，$\therefore A\cap B$表示的集合为$\{1, 2\}$，故选C．

2．$z=\dfrac{3-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}-1=\dfrac{(3-\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{(1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}-1=\dfrac{2-4\mathrm{i}}{2}-1=-2\mathrm{i}$，$\therefore |z|=2$，故选C．

3．设该地区2019年销售收入为a，则由销售收入（包含医疗产品收入和其他收入）逐年翻一番．所以该地区2020年销售收入为$2a$，该地区2021年销售收入为$4a$．A．该地区2021年的销售收入是2019年的4倍，所以A正确；B．由图可得该地区2021年的医疗产品收入为$4a\times0.7=2.8a$．该地区2019年的医疗产品收入为$a\times0.9=0.9a$，该地区2020年的医疗产品收入为$2a\times0.8=1.6a$．由$0.9a+1.6a=2.5a<2.8a$，所以B正确；C．该地区2021年的其他收入为$4a\times0.3=1.2a$，2020年的其他收入为$2a\times0.2=0.4a$，所以C正确；D．该地区2021年的其他收入为$4a\times0.3=1.2a$，2019年的其他收入为$a\times0.1=0.1a$，所以D不正确，故选D．

4．该四棱锥如图1，其中$PA\perp$平面$ABCD$，它的最长侧棱为PC，与底面所成角为$\angle PCA$，故选C．

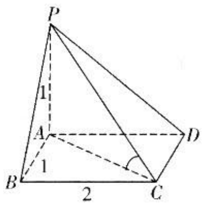

图1

5．设双曲线的方程为$4y^2-x^2=m$，它经过点$(1, 1)$，所以$m=3$，故双曲线的方程为$4y^2-x^2=3$，故选A．

6．直线$(m+2)x+(m-1)y-2m-1=0$，即$m(x+y-2)+2x-y-1=0$，令$\begin{cases}x+y-2=0,\\2x-y-1=0,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=1,\\y=1,\end{cases}$即直线恒过定点$P(1, 1)$，故A正确；圆$C$：$x^2-4x+y^2=0$，即圆$C$：$(x-2)^2+y^2=4$，圆心$C(2, 0)$，半径$r=2$，则$|PC|=\sqrt{(1-2)^2+1^2}=\sqrt{2}<2$，即点$P(1, 1)$在圆内，所以直线与圆一定相交，故B错误，C正确；因为$|PC|=\sqrt{2}$，当$PC\perp l$时直线

与圆相交且直线被圆所截得的弦长最短，最短弦长 $l=2\sqrt{r^2-|PC|^2}=2\sqrt{2}$，故 D 正确，故选 B.

7. $f(x)=\frac{1}{2}\sin 2x-\frac{1+\cos 2x}{2}+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$，A 选项，$x\in\left(0,\ \frac{2\pi}{3}\right)\Rightarrow 2x-\frac{\pi}{4}\in\left(-\frac{\pi}{4},\ \frac{13\pi}{12}\right)$ 函数先增后减，错误；B 选项，$x=\frac{\pi}{8}\Rightarrow 2x-\frac{\pi}{4}=0$，所以 $x=\frac{\pi}{8}$ 不是函数对称轴，错误；C 选项，$x=\frac{\pi}{4}\Rightarrow 2x-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{4}$，所以 $\left(\frac{\pi}{4},\ 0\right)$ 不是对称中心，错误；D 选项，图象向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位得到 $y=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{8}\right)-\frac{\pi}{4}\right]=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x$，正确，故选 D.

8. 由已知得 $\sin B-\sin A=2\sin B\frac{1-\cos C}{2}\Rightarrow \sin B-(\sin B\cos C+\cos B\sin C)=\sin B-\sin B\cos C$ $\Rightarrow \cos B\sin C=0$，又 B，C 都是 $\triangle ABC$ 的内角，故 $\sin C>0$，所以 $\cos B=0$，B 是直角，故选 A.

9. 设送牛奶的人到达的时间为 x，小明出门的时间为 y，试验的全部结果所构成的区域为 $\Omega=\left\{(x,\ y)\middle|\begin{cases}6\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant 7,\\ 6\frac{5}{6}\leqslant y\leqslant 7\frac{1}{6},\end{cases}\right\}$ 如图 2 中区域 $ABCD$，记事件 A 为小明在离家之前能得到牛奶，所构成的区域为 $A=\left\{(x,\ y)\middle|\begin{cases}6\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant 7,\\ 6\frac{5}{6}\leqslant y\leqslant 7\frac{1}{6},\\ y-x\geqslant 0,\end{cases}\right\}$，即图中的阴影部分，所以 $P(A)=\frac{S_A}{S_\Omega}=\frac{\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}}=\frac{11}{12}$，故选 D.

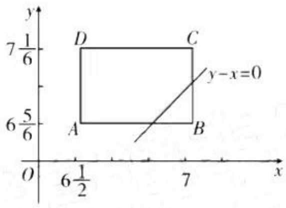

图 2

10. 根据题意得函数 $f(x)$ 是周期为 2 的函数，作出函数 $f(x)$ 的大致图象，如图 3 所示．数形结合易知 $f(x)\in[0,\ 1]$，则 $\mathrm{sgn}(f(x))=0$ 或 $\mathrm{sgn}(f(x))=1$，故 A 错误；$f\left(\frac{4041}{2}\right)=f\left(2020\frac{1}{2}\right)=f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$，故 B 错误；

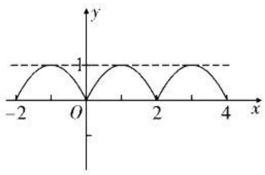

图 3

$f(2k)=0(k\in\mathbf{Z})$，则 $\operatorname{sgn}(f(2k))=0(k\in\mathbf{Z})$，故 C 正确；$\operatorname{sgn}k=\begin{cases}1, & k>0,\\ 0, & k=0,\ (k\in\mathbf{Z}),\\ -1, & k<0,\end{cases}$ 所以

$|\operatorname{sgn}k|=\begin{cases}1, & k\neq 0,\\ 0, & k=0,\end{cases}$ $(k\in\mathbf{Z})$，所以 $\operatorname{sgn}(f(2k))\neq|\operatorname{sgn}k|(k\in\mathbf{Z})$，故 D 错误，故选 C.

11．设 $P(x_0,\ y_0)$，$y'=\mathrm{e}^x$，则以 P 为切点的切线的斜率为：$k=\mathrm{e}^{x_0}$，以 P 为切点的切线方程为 $y-\mathrm{e}^{x_0}=\mathrm{e}^{x_0}(x-x_0)$，所以 $A(x_0-1,\ 0)$，$B(0,\ (1-x_0)\mathrm{e}^{x_0})$，则 $S_{\triangle OAB}=\dfrac{1}{2}\times|OA|\cdot|OB|=\dfrac{1}{2}\times|x_0-1|\times|(1-x_0)\mathrm{e}^{x_0}|=\dfrac{1}{2}(1-x_0)^2\mathrm{e}^{x_0}$，设 $f(x)=\dfrac{1}{2}(1-x)^2\mathrm{e}^x$，则 $f'(x)=-(1-x)\mathrm{e}^x+\dfrac{1}{2}(1-x)^2\mathrm{e}^x=\dfrac{1}{2}(x+1)(x-1)\mathrm{e}^x$．由 $f'(x)>0$，得 $x<-1$ 或 $x>1$，$f'(x)<0$，得 $-1<x<1$．所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,\ -1)$ 上单调递增，在 $(-1,\ 1)$ 上单调递减，在 $(1,\ +\infty)$ 上单调递增．又 $f(1)=0$，$f(-1)=\dfrac{2}{\mathrm{e}}>\dfrac{1}{\mathrm{e}}$，且恒有 $f(x)\geqslant 0$ 成立．如图 4 所以 $f(x)$ 的图象与 $y=\dfrac{1}{\mathrm{e}}$ 有 3 个不同的交点．所以使 $\triangle OAB$ 的面积为 $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$ 的点 P 有 3 个，故选 C.

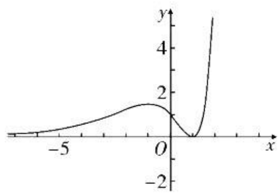

图 4

12．把该四面体放入长、宽、高分别为 $\sqrt{2}$、$\sqrt{2}$、$\sqrt{6}$ 的长方体，平面 α 与四面体的各面分别交于 KL, LM, MN, KN，如图 5，根据题意，$KL/\!/BC$，$LM/\!/AD$，$\dfrac{KL}{BC}=\dfrac{AL}{AB}$，$\dfrac{LM}{AD}=\dfrac{BL}{AB}$，所以 $KL=\dfrac{1}{\sqrt{2}}AL$，$LM=\dfrac{1}{\sqrt{2}}BL$，故 $KL+LM=\dfrac{1}{\sqrt{2}}(AL+BL)=2$，易知四边形 $KLMN$ 为矩形，所以 $S=KL\cdot LM\leqslant\left(\dfrac{KL+LM}{2}\right)^2=1$，当且仅当 $KL=LM$ 时成立，故选 A.

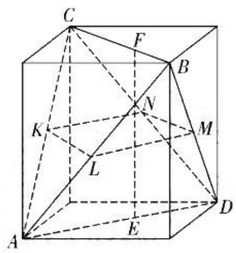

图 5

二、**填空题**（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

题号	13	14	15	16
答案	-1	30	1	$\dfrac{\sqrt{21}}{3}$

【解析】

13．$m\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(m-3,\ 3m-4)$，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(4,\ 7)$，所以$(m-3)\cdot 7=4(3m-4)$，解得$m=-1$．

14．$\because (1+x)^6$的通项为$\mathrm{C}_6^k x^k$，$\therefore \left(1+\frac{1}{x^2}\right)(1+x)^6$的展开式中含$x^2$的项为$1\cdot \mathrm{C}_6^2x^2$和$\frac{1}{x^2}\mathrm{C}_6^4x^4$，

$\therefore \left(1+\frac{1}{x^2}\right)(1+x)^6$的展开式中$x^2$的系数为$\mathrm{C}_6^2+\mathrm{C}_6^4=30$，$\therefore$填30．

15．$a=\dfrac{(\log_6 2)^2+\log_6 2\log_6\dfrac{6^2}{2}}{\log_{6^{\frac{1}{2}}} 2}=\dfrac{\log_6^2 2+\log_6 2(2-\log_6 2)}{2\log_6 2}=1$．

16．过M，N分别作抛物线的准线的垂线，垂足分别为P，Q，过M作$MG\perp NQ$于G，设$|NF|=|EF|=3|MF|=3a$，由抛物线定义知，$|MP|=a$，$|NQ|=3a$，所以$|NG|=2a$，因此在$\mathrm{Rt}\triangle MNG$中$\angle MNG=60°$，又NQ平行于x轴，所以$\angle NFE=60°$，如图6，故$\triangle NFE$为正三角形．$S_{\triangle MNE}=\frac{1}{2}\times 4a\times 3a\sin 60°=3\sqrt{3}$，解得$a=1$． 又$N\left(\frac{p+3}{2},\ \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$在抛物线上，$\therefore p=-\frac{9}{2}$（舍）或$p=\frac{3}{2}$，

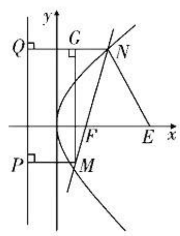

图6

$\therefore N\left(\frac{9}{4},\ \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$在$y=\frac{b}{a}x$上，则$a=\frac{\sqrt{3}}{2}b$，故$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{21}}{3}$．

三、解答题（共70分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17．（本小题满分12分）

解：（1）$m=30$，$n=0.04$，$x=0.03$，$y=0.004$．……………………………………（4分）

（2）设中位数为x，则：$10\times 0.014+10\times 0.03+(x-70)\times 0.036=0.5$，

$\therefore x=71\frac{2}{3}$．……………………………………………………………………………………（6分）

（3）由题意，ξ可取0，1，2，3，$\xi\sim B\left(3,\ \frac{1}{5}\right)$，

$P(\xi=0)=\mathrm{C}_3^0\left(\frac{1}{5}\right)^0\left(\frac{4}{5}\right)^3=\frac{64}{125}$，

$P(\xi=1)=C_3^1\left(\frac{1}{5}\right)^1\left(\frac{4}{5}\right)^2=\frac{48}{125}$,

$P(\xi=2)=C_3^2\left(\frac{1}{5}\right)^2\left(\frac{4}{5}\right)^1=\frac{12}{125}$,

$P(\xi=3)=C_3^3\left(\frac{1}{5}\right)^3\left(\frac{4}{5}\right)^0=\frac{1}{125}$, ……………………………………………………（10 分）

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{64}{125}$	$\frac{48}{125}$	$\frac{12}{125}$	$\frac{1}{125}$

$E(\xi)=3\times\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$. ……………………………………………………………（12 分）

18.（本小题满分 12 分）

解：（1）由题意：$\begin{cases}a_1+a_5=34,\\a_2\cdot a_4=64\end{cases}$ ……………………………………………………（3 分）

$\Rightarrow\begin{cases}a_1+a_5=34,\\a_1\cdot a_5=64\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a_1=2,\\a_5=32\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a_1=32,\\a_5=2,\end{cases}$（舍去），

$\therefore q=2$,

$\therefore a_n=2\cdot2^{n-1}=2^n$. ……………………………………………………………（6 分）

（2）$b_n=n\cdot2^n$,

$\therefore T_n=b_1+b_2+b_3+\cdots+b_{n-1}+b_n$,

$T_n=1\cdot2^1+2\cdot2^2+3\cdot2^3+\cdots+(n-1)\cdot2^{n-1}+n\cdot2^n$, ①

$\therefore 2T_n=1\cdot2^2+2\cdot2^3+\cdots+(n-1)\cdot2^n+n\cdot2^{n+1}$, ②

①−②得：$-T_n=2+2^2+2^3+\cdots+2^n-n\cdot2^{n+1}$

$=\frac{2(1-2^n)}{1-2}-n\cdot2^{n+1}$

$=2^{n+1}-2-n\cdot2^{n+1}=(1-n)\cdot2^{n+1}-2$,

$\therefore T_n=(n-1)\cdot2^{n+1}+2$, ……………………………………………………（10 分）

由 $T_n-n\cdot2^{n+1}>-100$，可得：$-2^{n+1}+2>-100$，即 $2^{n+1}<102$，

$\therefore n$ 的最大值为 5. ……………………………………………………………（12 分）

19.（本小题满分 12 分）

（1）证明：在 $\triangle ADB$ 中，$AD=BD=1$，$AB=\sqrt{2}$,

$\therefore AD^2+BD^2=AB^2$,

$\therefore BD \perp AD$.

又$\because$四边行 $ABCD$ 为平行四边形，$\therefore BC \perp BD$.

又 $PD \perp$ 平面 $ABCD$，$\therefore PD \perp BC$，……………………………………………………（4 分）

而 $BD \cap PD = D$，

$\therefore BC \perp$ 平面 PBD.

又 $BC \subset$ 平面 PBC，$\therefore$ 平面 $PBC \perp$ 平面 PBD. ………………………………………（6 分）

（2）解：以 D 为原点，DA，DB，DP 分别为 x 轴，y 轴，z 轴建系，

则 $D(0,\ 0,\ 0)$，$A(1,\ 0,\ 0)$，$B(0,\ 1,\ 0)$，$C(-1,\ 1,\ 0)$，$P(0,\ 0,\ 1)$，

假设在 PC 存在一点 $M(x,\ y,\ z)$ 满足条件.

设 $\overrightarrow{PM} = \lambda\overrightarrow{PC}(0 \leqslant \lambda \leqslant 1)$，$\therefore (x,\ y,\ z-1) = \lambda(-1,\ 1,\ -1)$，

$\therefore \begin{cases} x = -\lambda, \\ y = \lambda, \\ z = 1-\lambda, \end{cases}$ $\therefore M(-\lambda,\ \lambda,\ 1-\lambda)$，

设 $\overrightarrow{n_1}$ 为平面 MBD 的法向量，则 $\begin{cases} \overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{BD} = 0, \\ \overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{DM} = 0 \end{cases}$ $\Rightarrow \overrightarrow{n_1} = (1-\lambda,\ 0,\ \lambda)$，………………（8 分）

而平面 CBD 的法向量为 $\overrightarrow{n_2} = (0,\ 0,\ 1)$，……………………………………………………（9 分）

$\therefore \cos 60° = \dfrac{|\overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|} = \dfrac{|\lambda|}{\sqrt{2\lambda^2 - 2\lambda + 1}} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \lambda = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$ 或 $\lambda = \dfrac{-\sqrt{3}-1}{2}$（舍去），

……………………………………………………………………………………（11 分）

$\therefore$ 存在实数 $\lambda = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$，此时 $\dfrac{PM}{MC} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$，使得二面角 $M-BD-C$ 的大小为 $60°$.

……………………………………………………………………………………（12 分）

20.（本小题满分 12 分）

解：（1）由题意：$\begin{cases} \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2}{b^2} = 1, \\ \dfrac{c}{a} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}, \\ a^2 = b^2 + c^2, \end{cases}$ ……………………………………………………（4 分）

解得$\begin{cases}a^2=4,\\ b^2=2,\\ c^2=2,\end{cases}$

∴椭圆C：$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$．……………………………………………………………（6分）

（2）由$\begin{cases}y=mx+2,\\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1,\end{cases}$消$y$整理得：$(2m^2+1)x^2+8mx+4=0$，

∵直线与椭圆相交于P，Q两点，∴$\Delta>0$，解得$m^2>\dfrac{1}{2}$，…………………………（7分）

设$P(x_1,\ y_1)$，$Q(x_2,\ y_2)$，

∴$x_1+x_2=\dfrac{-8m}{2m^2+1}$，$x_1\cdot x_2=\dfrac{4}{2m^2+1}$，…………………………………………………（8分）

设PQ的中点$G(x_0,\ y_0)$，则$x_0=\dfrac{x_1+x_2}{2}=-\dfrac{4m}{2m^2+1}$，$y_0=mx_0+2=\dfrac{2}{2m^2+1}$，

∴$G\left(-\dfrac{4m}{2m^2+1},\ \dfrac{2}{2m^2+1}\right)$．

假设在x轴上存在点$M(t,\ 0)$满足条件，

∴$MG\perp PQ$，∴$k_{MG}\cdot k_{PQ}=-1$，

∴$\dfrac{\dfrac{2}{2m^2+1}}{-\dfrac{4m}{2m^2+1}-t}\cdot m=-1$，解得$t=\dfrac{-2m}{2m^2+1}$，∴$M\left(\dfrac{-2m}{2m^2+1},\ 0\right)$．………………………（10分）

∵$\angle PMQ=\dfrac{\pi}{2}$，∴$\overrightarrow{MP}\cdot\overrightarrow{MQ}=0$，

∴即$(x_1-t)(x_2-t)+y_1y_2=0$，

∴$(m^2+1)x_1x_2+(2m-t)(x_1+x_2)+t^2+4=0$，

将$t=\dfrac{-2m}{2m^2+1}$代入上式整理得$m^4=1$，

∴$m^2=1$，∴$m=\pm1$，

此时直线l的方程为$y=\pm x+2$．……………………………………………………………（12分）

21．（本小题满分12分）

解：（1）$f(x)$的定义域为$(0,\ +\infty)$，$f'(x)=\dfrac{1}{x}-a$，……………………………………（2分）

（ⅰ）当 $a\leqslant 0$ 时，$f'(x)>0$，$\therefore f(x)$ 在 $x\in(0,+\infty)$ 上单调递增；

（ⅱ）当 $a>0$ 时，令 $f'(x)>0\Rightarrow 1-ax>0\Rightarrow 0<x<\dfrac{1}{a}$，

令 $f'(x)<0\Rightarrow x>\dfrac{1}{a}$，

$\therefore$ 当 $a>0$ 时，$f(x)$ 在 $x\in\left(0,\dfrac{1}{a}\right)$ 上单调递增，在 $\left(\dfrac{1}{a},+\infty\right)$ 上单调递减.

……………………………………………………………………………………（6 分）

（2）由 $f(x)\leqslant\dfrac{1}{2}ax^2-x$，可得：$a(x^2+2x)\geqslant 2(\ln x+x+1)$，

$\because x>0$，$\therefore$ 原命题等价于 $a\geqslant\dfrac{2(\ln x+x+1)}{x^2+2x}$ 对 $x\in(0,+\infty)$ 恒成立.

令 $F(x)=\dfrac{2(\ln x+x+1)}{x^2+2x}$，$\therefore F'(x)=\dfrac{-2(x+1)(2\ln x+x)}{(x^2+2x)^2}$，

令 $G(x)=2\ln x+x$，$\therefore G'(x)=\dfrac{2}{x}+1>0$，$\therefore G(x)$ 在 $x\in(0,+\infty)$ 上单调递增.

又 $G(0.5)=-2\ln 2+0.5=-\ln 4+\ln\sqrt{e}<0$，$G(1)=1>0$，

故存在唯一的 $x_0\in(0.5,1)$，使得 $G(x_0)=2\ln x_0+x_0=0$.

当 $0<x<x_0$ 时，$G(x)<0$，$\therefore F'(x)>0$，

$\therefore F(x)$ 在 $x\in(0,x_0)$ 上单调递增，

当 $x>x_0$ 时，$G(x)>0$，$\therefore F'(x)<0$，

$\therefore F(x)$ 在 $x\in(x_0,+\infty)$ 上单调递减.

$\therefore F(x)_{\max}=F(x_0)=\dfrac{2(\ln x_0+x_0+1)}{x_0^2+2x_0}=\dfrac{x_0+2}{x_0(x_0+2)}=\dfrac{1}{x_0}$，…………………………（10 分）

$\therefore a\geqslant\dfrac{1}{x_0}$ 时，$x_0\in\left(\dfrac{1}{2},1\right)$ 恒成立.

$\therefore a\geqslant 2$，又 $a\in\mathbf{Z}$，$\therefore a$ 的最小整数值为 2. ……………………………………………（12 分）

22.（本小题满分 10 分）【选修 4−4：坐标系与参数方程】

解：（1）曲线 C 的直角坐标方程为 $\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{4}=1$，……………………………………（3 分）

直线 l 的直角坐标方程为 $x-y=1$. ……………………………………………………（5 分）

（2）曲线 C 的极坐标方程为 $\frac{\rho^2\cos^2\theta}{6}+\frac{\rho^2\sin^2\theta}{4}=1$，

直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta-\rho\sin\theta=1$，

设 $M(\rho_1,\ \theta)$，$N(\rho_2,\ \theta)$，

则：$\frac{\rho_1^2\cos^2\theta}{6}+\frac{\rho_1^2\sin^2\theta}{4}=1\Rightarrow\rho_1^2=\frac{12}{2\cos^2\theta+3\sin^2\theta}$，

$\rho_2\cos\theta-\rho_2\sin\theta=1\Rightarrow\rho_2=\frac{1}{\cos\theta-\sin\theta}\Rightarrow\rho_2^2=\frac{1}{1-\sin2\theta}$，……………………………（7 分）

$\therefore\frac{12}{|OM|^2}+\frac{1}{|ON|^2}=2\cos^2\theta+3\sin^2\theta+1-\sin2\theta=3+\sin^2\theta-\sin2\theta$

$=3+\frac{1-\cos2\theta}{2}-\sin2\theta=\frac{7}{2}-\left(\sin2\theta+\frac{1}{2}\cos2\theta\right)=\frac{7}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}\sin(2\theta+\varphi)\leqslant\frac{7}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}$

（当 $\sin(2\theta+\varphi)=-1$ 时取等号），

$\therefore\frac{12}{|OM|^2}+\frac{1}{|ON|^2}$ 的最大值为 $\frac{7+\sqrt{5}}{2}$．……………………………………………………（10 分）

23．（本小题满分 10 分）【选修 4−5：不等式选讲】

解：（1）当 $a=2$ 时，$|x+2|+|x-1|\leqslant5\Leftrightarrow\begin{cases}x\leqslant-2,\\-x-2-x+1\leqslant5\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-2<x\leqslant1,\\3\leqslant5\end{cases}$

或 $\begin{cases}x>1,\\x+2+x-1\leqslant5\end{cases}\Leftrightarrow-3\leqslant x\leqslant-2$ 或 $-2<x\leqslant1$ 或 $1<x\leqslant2$，

$\therefore\{x\,|\,-3\leqslant x\leqslant2\}$．………………………………………………………………………（5 分）

（2）$f(x)=|x+a|+\left|x-\frac{a}{2}\right|\geqslant\left|(x+a)-\left(x-\frac{a}{2}\right)\right|=\frac{3}{2}a$，

$\therefore m=\frac{3}{2}a$，

$\therefore\frac{3}{2}a+\frac{3}{2}b=3$，$\therefore a+b=2$，$\therefore\frac{a}{2}+\frac{b}{2}=1$，……………………………………………（7 分）

$\therefore\frac{3}{a}+\frac{2}{b}=\left(\frac{3}{a}+\frac{2}{b}\right)\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{2}\right)=\frac{5}{2}+\frac{3b}{2a}+\frac{a}{b}\geqslant\frac{5}{2}+2\sqrt{\frac{3}{2}}=\frac{5}{2}+\sqrt{6}$，

当且仅当 $\frac{3b}{2a}=\frac{a}{b}$，即 $b=\frac{\sqrt{6}}{3}a$ 时取等号，

$\therefore\frac{3}{a}+\frac{2}{b}$ 的最小值为 $\frac{5}{2}+\sqrt{6}$．……………………………………………………（10 分）

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。