

## 2022~2023 学年高三年级模拟试卷

### 数 学

(满分: 150 分 考试时间: 120 分钟)

2023. 1

一、选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的选项中只有一个选项符合要求.

1. 已知全集  $U = \{x | -2 < x < 3\}$ , 集合  $A = \{x | -1 < x \leq 1\}$ , 则  $\complement_U A = ( \quad )$

- A.  $(-1, 1]$       B.  $(-2, -1] \cup (1, 3)$   
C.  $[-1, 1)$       D.  $(-2, -1) \cup [1, 3)$

2. 若复数  $z$  在复平面内对应的点在直线  $y=1$  上, 且  $z=iz$ , 则  $z=( \quad )$

- A.  $1-i$       B.  $1+i$       C.  $-1+i$       D.  $-1-i$

3.  $(x-1x)^6$  的二项展开式中的常数项是( )

- A.  $-20$       B.  $-15$       C.  $15$       D.  $20$

4. 经验表明, 树高  $y$  与胸径  $x$  具有线性关系, 为了解回归方程的拟合效果, 利用下列数据计算残差, 用来绘制残差图.

胸径 $x/cm$	18.2	19.1	22.3	24.5	26.2
树高的观测值 $y/m$	18.9	19.4	20.8	22.8	24.8
树高的预测值 $\hat{y}/m$	18.6	19.3	21.5	23.0	24.4

则残差的最大值和最小值分别是( )

- A.  $0.4, -1.8$       B.  $1.8, -0.4$       C.  $0.4, -0.7$       D.  $0.7, -0.4$

5. 为测量河对岸的直塔  $AB$  的高度, 选取与塔底  $B$  在同一水平面内的两个测量基点  $C, D$ , 测得  $\angle BCD$  的大小为  $60^\circ$ , 点  $C, D$  的距离为  $200m$ , 在点  $C$  处测得塔顶  $A$  的仰角为  $45^\circ$ , 在点  $D$  处测得塔顶  $A$  的仰角为  $30^\circ$ , 则直塔  $AB$  的高为( )

- A.  $100m$       B.  $100\sqrt{3}m$       C.  $(200\sqrt{3}-200)m$       D.  $200m$

6. 已知圆心均在  $x$  轴上的两圆外切, 半径分别为  $r_1, r_2 (r_1 < r_2)$ , 若两圆的一条公切线的方程为  $y=2)4(x+3)$ , 则  $r_2 r_1 = ( \quad )$

- A.  $43$       B.  $2$       C.  $54$       D.  $3$

7. 设  $G$  为  $\triangle ABC$  的重心, 则  $\vec{GA} + 2\vec{GB} + 3\vec{GC} = ( \quad )$

- A.  $\vec{0}$       B.  $\vec{GA}$       C.  $\vec{GB}$       D.  $\vec{GC}$

8. 设  $a=110e^{19}$ ,  $b=19$ ,  $c=2\ln 32$ , 则( )

- A.  $a < b < c$       B.  $a < c < b$       C.  $c < b < a$       D.  $b < a < c$

二、选择题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 在正方体  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  中,  $\vec{EF} = 13\vec{AA}_1$ ,  $\vec{MN} = 23\vec{CC}_1$ , 则( )

- A.  $EF \perp BD$   
B.  $EC_1 \parallel$  平面  $ABF$   
C.  $EF \perp$  平面  $B_1 CD_1$   
D. 直线  $EF$  与直线  $BD_1$  异面

10. 已知抛物线  $C: y^2=x$  的焦点为  $F$ , 点  $M, N$  均在  $C$  上, 若  $\triangle FMN$  是以  $F$  为直角顶点的等腰三角形, 则  $MN = ( \quad )$

- A.  $2) - 12$       B.  $2) - 1$

C.  $2+12$                       D.  $2+1$

11. 已知等差数列  $\{a_n\}$  中, 当且仅当  $n=7$  时,  $S_n$  取得最大值. 记数列  $\{S_{nn}\}$  的前  $k$  项和为  $T_k$ , 则下列结论正确的是( )

- A. 若  $S_6=S_8$ , 则当且仅当  $k=13$  时,  $T_k$  取得最大值
- B. 若  $S_6<S_8$ , 则当且仅当  $k=14$  时,  $T_k$  取得最大值
- C. 若  $S_6>S_8$ , 则当且仅当  $k=15$  时,  $T_k$  取得最大值
- D. 若  $\exists m \in \mathbb{N}^*$ ,  $S_m=0$ , 则当  $k=13$  或  $14$  时,  $T_k$  取得最大值

12. 将样本空间  $\Omega$  视为一个单位正方形, 任一事件均可用其中的区域表示, 事件发生的概率为对应区域的面积. 在如图所示的单位正方形中, 区域 I 表示事件  $AB$ , 区域 II 表示事件  $AB$ , 区域 I 和 III 表示事件  $B$ , 则区域 IV 的面积为( )

I	II
III	IV

- A.  $P(AB)$
- B.  $P(A+B)$
- C.  $P(A|B)P(B)$
- D.  $P(A)P(B)$

三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知  $\sin(\pi-x)=13$ ,  $x \in (0, \pi/2)$ , 则  $\tan x =$  \_\_\_\_\_.

14. 已知椭圆  $C$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 点  $P$  在椭圆  $C$  上, 若  $\triangle PF_1F_2$  是以  $F_1$  为顶点的等腰三角形, 且  $\cos \angle F_1PF_2=3/4$ , 则  $C$  的离心率  $e=$  \_\_\_\_\_.

15. 设过直线  $x=2$  上一点  $A$  作曲线  $y=x^3-3x$  的切线有且只有两条, 则满足题设的一个点  $A$  的纵坐标为 \_\_\_\_\_.

16. 已知球  $O$  的表面积为  $100\pi \text{ cm}^2$ ,  $P$  是球  $O$  内的定点,  $OP=10 \text{ cm}$ , 过  $P$  的动直线交球面于  $A, B$  两点,  $AB=45 \text{ cm}$ , 则球心  $O$  到  $AB$  的距离为 \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ ; 若点  $A, B$  的轨迹分别为圆台  $O_1O_2$  的上、下底面的圆周, 则圆台  $O_1O_2$  的体积为 \_\_\_\_\_  $\text{cm}^3$ .

四、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

已知数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_6$  成等差数列,  $a_5, a_6, a_7, \dots$  成等比数列,  $a_2=-10, a_6=2$ .

- (1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;
- (2) 记数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $S_n>0$ , 求  $n$  的最小值.

18. (本小题满分 12 分)

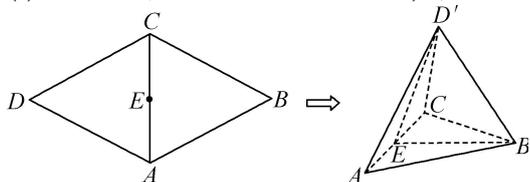
已知四边形  $ABCD$  内接于圆  $O$ ,  $AB=3, AD=5, \angle BAD=120^\circ$ ,  $AC$  平分  $\angle BAD$ .

- (1) 求圆  $O$  的半径;
- (2) 求  $AC$  的长.

19. (本小题满分 12 分)

如图, 已知菱形  $ABCD$  的边长为 2,  $\angle ABC=60^\circ$ ,  $E$  为  $AC$  的中点, 将  $\triangle ACD$  沿  $AC$  翻折使点  $D$  至点  $D'$ .

- (1) 求证: 平面  $BD'E \perp$  平面  $ABC$ ;
- (2) 若三棱锥  $D'ABC$  的体积为  $2/3$ , 求二面角  $D'ABC$  的余弦值.



20.(本小题满分 12 分)

甲、乙、丙三人进行乒乓球单打比赛，约定：随机选择两人打第一局，获胜者与第三人进行下一局的比赛，先获胜两局者为优胜者，比赛结束. 已知每局比赛均无平局，且甲赢乙的概率为  $\frac{1}{3}$ ，甲赢丙的概率为  $\frac{1}{3}$ ，乙赢丙的概率为  $\frac{1}{2}$ .

- (1) 若甲、乙两人打第一局，求丙成为优胜者的概率；
- (2) 求恰好打完 2 局结束比赛的概率.

21.(本小题满分 12 分)

已知双曲线  $C$  过点  $(3, 2)$ ，且  $C$  的渐近线方程为  $y = \pm \frac{2}{3}x$ .

- (1) 求  $C$  的方程；
- (2) 设  $A$  为  $C$  的右顶点，过点  $P(-2, 0)$  的直线与圆  $O: x^2 + y^2 = 3$  交于点  $M, N$ ，直线  $AM, AN$  与  $C$  的另一交点分别为  $D, E$ ，求证：直线  $DE$  过定点.

22.(本小题满分 12 分)

已知  $0 < a < 1$ ，函数  $f(x) = x + a^{x-1}$ ， $g(x) = x + 1 + \log_a x$ .

- (1) 若  $g(e) = e$ ，求函数  $f(x)$  的极小值；
- (2) 若函数  $y = f(x) - g(x)$  存在唯一的零点，求  $a$  的取值范围.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

