高三理科数学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
4. 本卷命题范围：高考范围。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设 $z(1+i)=1$，则 $z-\bar{z}=$

A. i　　B. $-i$　　C. 1　　D. -1

2. 已知全集 $U=\{x|x^2-4x-12<0\}$，若集合 M 满足 $\complement_U M=\{x|-1<x<2\}$，则

A. $2\notin M$　　B. $6\in M$

C. $M\subseteq\{x|2\leqslant x<6\}$　　D. $\{x|-2<x\leqslant -1\}\subseteq M$

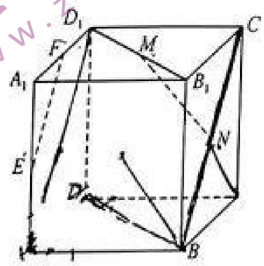
3. 已知 $\boldsymbol{a}=(4,-5)$，$\boldsymbol{b}=(m,1)$，$\boldsymbol{c}=(2,3)$，若 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{c}$，则 $m=$

A. 3　　B. 2　　C. 1　　D.

4. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_2+a_6=a_4+a_5$，$a_8=14$，则公差 $d=$

A. 4　　B. 3　　C. 2

5. 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E,F,M,N 分别为 AA_1，A_1D_1，B_1D_1，BC_1 的中点，则异面直线 EF 与 MN 所成的角为



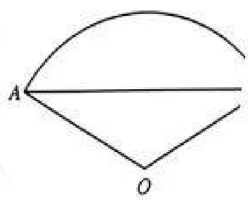
A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°

6.《梦溪笔谈》是我国科技史上的杰作，其中收录了扇形弧长的近似计算公式：$l_{\overset{\frown}{AB}}=弦+\dfrac{2\times 矢^2}{径}$。如图，公式中"弦"是指扇形中 $\overset{\frown}{AB}$ 所对弦 AB 的长，"矢"是指 $\overset{\frown}{AB}$ 所在圆 O 的半径与圆心 O 到弦的距离之差，"径"是指扇形所在圆 O 的直径。若扇形的面积为 $\dfrac{16\pi}{3}$，扇形的半径为 4，利用上面公式，求得该扇形的弧长的近似值为



A. $\sqrt{3}+1$　　B. $2\sqrt{3}+1$　　C. $3\sqrt{3}+1$　　D. $4\sqrt{3}+1$

7. 在平面直角坐标系 xOy 中，在区域 $\{(x,y)\mid x^2+y^2-2|x|-2|y|\leqslant 0\}$ 内随机取一点 $P(x,y)$，则点 P 在区域 $\{(x,y)\mid |x|+|y|\leqslant 2\}$ 内的概率为

A. $\frac{1}{\pi+1}$　　B. $\frac{2}{\pi+2}$　　C. $\frac{2}{2\pi+1}$　　D. $\frac{4}{\pi+2}$

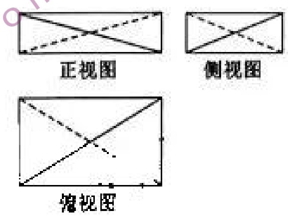
8. 已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)$ $(\omega>0,|\varphi|<\pi)$ 的最小正周期为 T，满足 $f\left(\frac{T}{2}\right)=\sqrt{2}$，又直线 $x=\frac{3\pi}{16}$，$x=\frac{7\pi}{16}$ 是曲线 $y=f(x)$ 的两条对称轴，且 $f(x)$ 在 $\left(\frac{3\pi}{16},\frac{7\pi}{16}\right)$ 上为单调函数，则 $f(x)=$

A. $2\sin\left(4x-\frac{\pi}{4}\right)$　　B. $2\sin\left(4x+\frac{\pi}{4}\right)$　　C. $2\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$　　D. $2\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$

9. 设 T_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项积，若 $a_n=-2a_{n+1}$ $(n\in\mathbf{N}^*)$，且 $a_3+a_5=-20$，当 T_n 取得最小值时，$n=$

A. 6　　B. 7　　C. 8　　D. 9

10. 如图为某几何体的三视图，若其正视图、侧视图、俯视图的对角线长依次为 $2\sqrt{5}$，$\sqrt{11}$，5，则该几何体的外接球的表面积为



A. 36π　　B. 34π　　C. 32π　　D. 28π

11. 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$，对 $\forall x\in\mathbf{R}$，$f(x)=f(2-x)$，$f(2-x)+f(2-x)=0$. 设 $g(x)=(x-1)f(x)$，若 $g(5)=4$，则 $g(2\,022)+g(2\,023)=$

A. $-2\,020$　　B. $-2\,022$　　C. $-2\,024$　　D. $-2\,026$

12. 已知 F 是双曲线 E：$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的下焦点，A 是 E 的上顶点，C,D 是 E 的渐近线上两点，$\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{FD}$，$M,N$ 是 E 上两点，且 $\overrightarrow{MF}=\overrightarrow{FN}$，设 O 为坐标原点，$\triangle OCD$，$\triangle AMN$ 的面积分别为 $S_{\triangle OCD}$，$S_{\triangle AMN}$，当 $\frac{S_{\triangle OCD}}{S_{\triangle AMN}}$ 取得最小值时，E 的离心率为

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. $\sqrt{5}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 在 $\left(x+\frac{a}{\sqrt{x}}\right)^6$（其中 a 为大于零的常数）的展开式中，若常数项为 60，则 $a=$________.

14. 已知 F 为抛物线 E：$y^2=4x$ 的焦点，A,B,C 为 E 上的三点，若 $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$，则 $|\overrightarrow{AF}|+|\overrightarrow{BF}|+|\overrightarrow{CF}|=$________.

15. 甲、乙两位同学进行象棋比赛，采用五局三胜制（当一人赢得三局时，该同学获胜，比赛结束）. 根据往比赛成绩，每局比赛中甲获胜的概率都是 $p(0<p<1)$，且各局比赛结果相互独立. 若甲以 3∶1 胜的概率不高于甲以 3∶2 获胜的概率，则 p 的取值范围为________.

16. 已知函数 $f(x)=4a^x-x^4\ln a(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有两个极值点 x_1,x_2，则实数 a 的取值范围为________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17.（本小题满分 12 分）

某新能源汽车销售部对今年 1 月至 7 月的销售量进行统计与分析，因不慎丢失一些数据，现整理出如下统计表与一些分析数据：

月份	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月
月份代号 x	1	2	3	4	5	6	7
销售量 y(单位:万辆)	15.6	m	n		37.7	39.6	44.5

其中 $\bar{y}=31.2$.

(1)若 m,n,s 成递增的等差数列，求从 7 个月的销售量中任取1个，月销售量不高于 27 万辆的概率；

(2)若 $\sum\limits_{i=1}^{7}(y_i-\bar{y})^2=670.48$，$x$ 与 y 的样本相关系数 $r=0.99$，求 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$，并预测今年 8 月份的销售量（$\hat{b}$ 精确到 0.1）.

附：相关系数 $r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$，线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为 $\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$.

参考数据：$\sqrt{7}\approx2.65$，$\sqrt{670.48}\approx25.89$.

18.（本小题满分 12 分）

记△ABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $3\sin^2B=\sin^2A+\sin^2C$.

(1)若△ABC 的面积为 $\frac{1}{3}b^2$，求 $\tan B$；

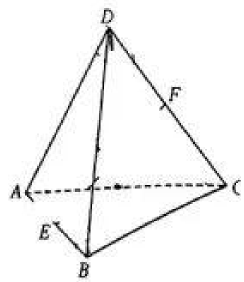
(2)若 $b=2$，$\cos B=\frac{2}{3}$，求△ABC 的周长.

19.（本小题满分 12 分）

如图，在四面体 $ABCD$ 中，△ACD 是边长为 2 的等边三角形，$BD=2$，$AB=\sqrt{2}$，$\angle ADB=\angle CDB$，点 E,F 分别为 AB,DC 的中点.

(1)证明：平面 $ACD\perp$平面 ABC；

(2)求直线 EF 与平面 ABD 所成角的正弦值.



20.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 $C:\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$，且点 $A(-1,-3)$ 在 C 上.

(1)求 C 的方程；

(2)设 O 为坐标原点，直线 OA 与 C 交于另一点 B，与直线 OA 平行的直线交 C 于 P，Q 两点，直线 AP 与 BQ 交于点 D，证明：直线 OD 的斜率为定值.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=x(a+\ln x)-ax^2(a\in\mathbf{R})$.

(1)当 $a=0$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

(2)若 $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上仅有一个零点，求 a 的取值范围.

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 两题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22.（本小题满分 10 分）选修 4－4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=\cos\alpha,\\ y=\sin\alpha+2\end{cases}$（$\alpha$ 为参数，$-\frac{\pi}{2}\leqslant\alpha\leqslant\frac{\pi}{2}$），以 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\sqrt{2}\rho\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)-m=0$.

(1)求曲线 C 的普通方程；

(2)若 l 与 C 有两个不同公共点，求 m 的取值范围.

23.（本小题满分 10 分）选修 4－5：不等式选讲

已知正数 a,b,c 满足 $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}=3$.

证明：(1)$abc\leqslant 1$；

(2)$\frac{b+c}{\sqrt{a}}+\frac{a+c}{\sqrt{b}}+\frac{a+b}{\sqrt{c}}\geqslant 6$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。