长郡中学2022—2023学年度高一第一学期第一次适应性检测

数 学

时量:120分钟　　满分:150分

得分________

年级________ 班级________ 姓名________ 学号________ 考场号________ 座位号________

密封线内不要答题

一、选择题(本题共8小题,每小题5分,共40分.在每个小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求.)

1. 若全集 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$,集合 $A=\{1,3,6\}$,$B=\{2,3,4\}$,则 $A\cap(\complement_U B)=$

A. $\{3\}$　　B. $\{1,6\}$　　C. $\{5,6\}$　　D. $\{1,3\}$

2. 已知命题 p:"$\exists a>0$,有 $a+\frac{1}{a}<2$ 成立",则命题 p 的否定为

A. $\forall a\leqslant 0$,有 $a+\frac{1}{a}\geqslant 2$ 成立　　B. $\forall a>0$,有 $a+\frac{1}{a}\geqslant 2$ 成立

C. $\exists a\leqslant 0$,有 $a+\frac{1}{a}\geqslant 2$ 成立　　D. $\exists a>0$,有 $a+\frac{1}{a}\geqslant 2$ 成立

3. 已知幂函数 $y=f(x)$ 经过点 $(3,\sqrt{3})$,则 $f(x)$

A. 是偶函数,且在 $(0,+\infty)$ 上是增函数

B. 是偶函数,且在 $(0,+\infty)$ 上是减函数

C. 是奇函数,且在 $(0,+\infty)$ 上是减函数

D. 是非奇非偶函数,且在 $(0,+\infty)$ 上是增函数

4. 若 $a<b<0$,则下列不等式一定成立的是

A. $\frac{1}{a-b}>\frac{1}{b}$　　B. $a^2<ab$

C. $\frac{|b|}{|a|}<\frac{|b|+1}{|a|+1}$　　D. $a^n>b^n$

5. 函数 $y=1+x-\sqrt{1-2x}$ 的值域为

A. $\left(-\infty,\frac{3}{2}\right]$　　B. $\left(-\infty,\frac{3}{2}\right)$

C. $\left[\frac{3}{2},+\infty\right)$　　D. $\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$

6. 若存在实数 $x\in[2,4]$,使 $x^2-2x+5-m<0$ 成立,则 m 的取值范围为

A. $(13,+\infty)$　　B. $(5,+\infty)$

C. $(4,+\infty)$　　D. $(-\infty,13)$

7. 若函数 $f(x)=x^2+ax+b$ 在区间$[0,1]$上的最大值是 M,最小值是 m,则 $M-m$ 的值

A. 与 a 有关,且与 b 有关　　B. 与 a 无关,但与 b 有关

C. 与 a 无关,且与 b 无关　　D. 与 a 有关,但与 b 无关

8. 对于函数 $y=f(x)$,若存在 x_0,使 $f(x_0)=-f(-x_0)$,则称点$(x_0,f(x_0))$与点$(-x_0,f(-x_0))$是函数 $f(x)$的一对"隐对称点". 若函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+2x, x<0,\\ mx+2, x\geqslant 0\end{cases}$ 的图象存在"隐对称点",则实数 m 的取值范围是

A. $(-\infty,2-2\sqrt{2}]$　　B. $[2-2\sqrt{2},0)$

C. $(-\infty,2+2\sqrt{2}]$　　D. $(0,2+2\sqrt{2}]$

二、选择题(本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 在每小题给出的选项中,有多项符合要求. 全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.)

9. 下列叙述中正确的是

A. 若 $a,b,c\in\mathbf{R}$,则"$ax^2+bx+c\geqslant 0$"的充要条件是"$b^2-4ac\leqslant 0$"

B. 若 $a,b,c\in\mathbf{R}$,则"$ab^2>cb^2$"的充要条件是"$a>c$"

C. "$a<1$"是"方程 $x^2+x+a=0$ 有一个正根和一个负根"的必要不充分条件

D. "$a>1$"是"$\frac{1}{a}<1$"的充分不必要条件

10. 设正实数 a,b 满足 $a+b=1$,则

A. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$有最小值 4　　B. $\sqrt{ab}$有最小值$\frac{1}{2}$

C. $\sqrt{a}+\sqrt{b}$有最大值$\sqrt{2}$　　D. a^2+b^2 有最小值$\frac{1}{2}$

11. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$满足 $f(x+y)=f(x)+f(y)$,当 $x<0$ 时,$f(x)>0$,则函数 $f(x)$满足

A. $f(0)=0$

B. $f(x)$是奇函数

C. $f(x)$在$[m,n]$上有最大值 $f(n)$

D. $f(x-1)>0$ 的解集为$\{x|x<1\}$

12. 已知 $f(x)$为奇函数,且 $f(x+1)$为偶函数,若 $f(1)=0$,则

A. $f(3)=0$　　B. $f(3)=f(5)$

C. $f(x+3)=f(x-1)$　　D. $f(x+2)+f(x+1)=1$

答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

三、填空题（本题共4小题，每小题5分，共20分.）

13. 满足$\{0,1,2\}\subseteq A\subseteq\{0,1,2,3,4,5\}$的集合$A$的个数是________个.

14. 已知$f(x)=\sqrt{x^2-5x-6}$，则$f(x)$的单调递增区间为________.

15. 已知$a>0,b>0,c>0$，且$a+b+c=2$，则$\frac{4}{a+b}+\frac{a+b}{c}$的最小值为________.

16. 若集合$A=\{x\in\mathbf{Z}|x^2-(a+2)x+2-a<0\}$中有且只有一个元素，则正实数$a$的取值范围是________.

四、解答题（本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

17. （10分）记关于x的不等式$\frac{x-a}{x+1}<0$的解集为P，不等式$|x-1|\leqslant 1$的解集为Q.

(1)若$a=3$，求P；

(2)若$Q\subseteq P$，求正数a的取值范围.

18.(12 分)二次函数 $f(x)$满足 $f(x+1)-f(x)=2x$,且 $f(0)=1$.

(1)求 $f(x)$的解析式;

(2)解不等式 $f(x)>2x+5$.

19.(12 分)已知 $a>0,b>0,a+b=ab$.

(1)求 $a+b$ 的最小值;

(2)求证:$\left(1+\dfrac{1}{a}\right)\left(1+\dfrac{1}{b}\right)\leqslant\dfrac{9}{4}$.

20.(12 分)已知函数 $f(x)=\frac{x+b}{x^2-1}$是定义在$(-1,1)$上的奇函数.

(1)确定 $f(x)$的解析式;

(2)用定义法证明:$f(x)$在$(-1,1)$上是减函数;

(3)解不等式 $f(t-1)+f(t)<0$.

21.(12 分)随着城市地铁建设的持续推进,市民的出行也越来越便利.根据大数据统计,某条地铁线路运行时,发车时间间隔 t(单位:分钟)满足:$4\leqslant t\leqslant 15,t\in\mathbf{N}$,平均每趟地铁的载客人数 $p(t)$(单位:人)与发车时间间隔 t 近似地满足下列函数关系:$p(t)=\begin{cases}1\ 800-15(9-t)^2,4\leqslant t<9,\\1\ 800,9\leqslant t\leqslant 15,\end{cases}$其中 $t\in\mathbf{N}$.

(1)若平均每趟地铁的载客人数不超过 1 500,试求发车时间间隔 t 的值;

(2)若平均每趟地铁每分钟的净收益为 $Q=\dfrac{6p(t)-7\ 920}{t}-100$(单位:元),问当发车时间间隔 t 为多少时,平均每趟地铁每分钟的净收益最大?并求出最大净收益.

22.(12 分)对于定义域为 I 的函数 $f(x)$，如果存在区间$[m,n]\subseteq I$，使得 $f(x)$在区间$[m,n]$上是单调函数，且函数 $y=f(x)$，$x\in[m,n]$的值域是$[m,n]$，则称区间$[m,n]$是函数 $f(x)$的一个“优美区间”.

(1)判断函数 $y=x^2(x\in\mathbf{R})$和函数 $y=3-\frac{4}{x}(x>0)$是否存在“优美区间”，如果存在，写出符合条件的一个“优美区间”?(直接写出结论，不要求证明)

(2)如果$[m,n]$是函数 $f(x)=\frac{(a^2+a)x-1}{a^2x}(a\neq0)$的一个“优美区间”，求 $n-m$ 的最大值.