

## 2022~2023 学年新乡高三第二次模拟考试 数学(理科)

### 考生注意:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

### 第 I 卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数  $z$  满足  $z(1+i)=2i$ , 则  $\bar{z}$  的虚部为

- A. 1                      B. -1                      C. i                      D. -i

2. 已知集合  $A=\{x|-1\leq 2x-1\leq 3\}$ ,  $B=\{x\in\mathbf{Z}|x^2-ax<0\}$ , 若  $A\cap B=\{1\}$ , 则  $a$  的取值范围为

- A. (1,2)                      B. [1,2)                      C. (1,2]                      D. [1,2]

3. 已知随机变量  $X$  的分布列为

$X$	0	2	4
$P$	$\frac{1}{3}$	$m$	$\frac{7}{6}-2m$

则  $E(X)=$

- A.  $\frac{1}{2}$                       B. 1                      C.  $\frac{4}{3}$                       D.  $\frac{5}{3}$

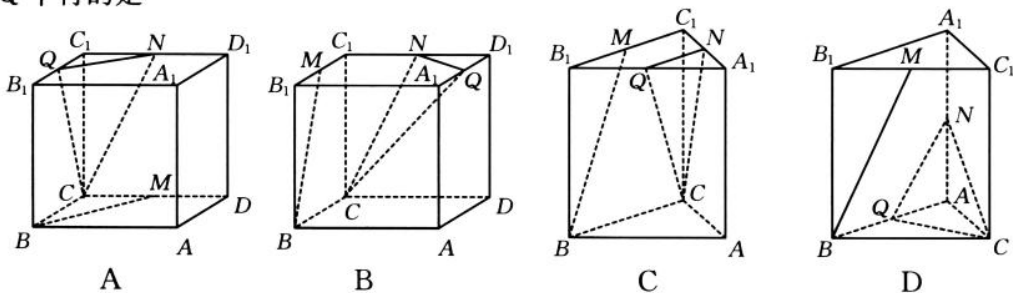
4. 已知抛物线  $C:y^2=4x$  的焦点为  $F$ , 点  $P$  在抛物线  $C$  上,  $Q(5,0)$ , 若  $\triangle PQF$  的面积为  $4\sqrt{3}$ , 则  $|PF|=$

- A. 4                      B. 3                      C. 5                      D. 2

5. 已知等差数列  $\{a_n\}$  满足  $a_n+2a_{n+1}=6n+1$ , 则  $\{a_n\}$  的前 20 项和  $S_{20}=$

- A. 400                      B. 380                      C. 340                      D. 280

6. 在如图所示的正方体或正三棱柱中,  $M, N, Q$  分别是所在棱的中点, 则满足直线  $BM$  与平面  $CNQ$  平行的是



【高三数学 第 1 页(共 6 页)理科】

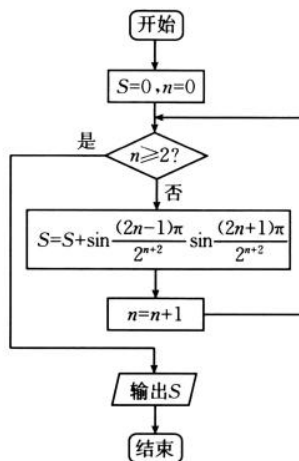
7. 定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  满足  $f(x+2) = -f(x)$ , 且  $f(x - \frac{1}{2})$  为偶函数, 当  $x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

时,  $f(x) = x^3$ , 则  $f(2023) =$

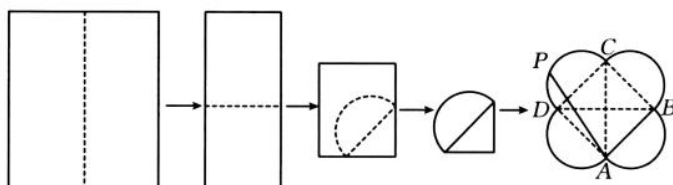
- A. 0  
B.  $\frac{1}{8}$   
C.  $-\frac{1}{8}$   
D. 1

8. 执行如图所示的程序框图, 则输出  $S$  的结果为

- A.  $\frac{1}{2}$   
B.  $-\frac{1}{2}$   
C.  $\frac{2-\sqrt{2}}{4}$   
D.  $\frac{\sqrt{2}-2}{4}$



9. 剪纸是中国古老的传统民间艺术之一, 剪纸时常会沿着纸的某条对称轴对折. 将一张纸片先左右折叠, 再上下折叠, 然后沿半圆弧虚线裁剪, 展开得到最后的图形, 若正方形  $ABCD$  的边长为 2, 点  $P$  在四段圆弧上运动, 则  $\vec{AP} \cdot \vec{AB}$  的取值范围为



- A.  $[-1, 3]$   
B.  $[-2, 6]$   
C.  $[-3, 9]$   
D.  $[-3, 6]$

10. 已知函数  $f(x) = \sin \omega x + \sqrt{3} \cos \omega x (\omega > 0)$  在  $(0, \frac{\pi}{3})$  上存在零点, 且在  $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4})$  上单调, 则  $\omega$  的取值范围为

- A.  $(2, 4]$   
B.  $[2, \frac{7}{2}]$   
C.  $[\frac{7}{3}, \frac{26}{9}]$   
D.  $[\frac{7}{3}, 4]$

11. 已知  $F$  是双曲线  $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左焦点,  $P$  是  $E$  右支上一点,  $PF$  与  $E$  的渐近线分别交于  $A, B$  两点, 且  $\vec{FA} = \vec{AB} = 2\vec{BP}$ , 则  $E$  的离心率为

- A.  $\frac{\sqrt{6}}{2}$   
B.  $\frac{2\sqrt{6}}{3}$   
C.  $\sqrt{3}$   
D.  $\sqrt{6}$

12. 若  $a = e^{0.2} \ln 3, b = e^{0.3} \ln 2, c = \frac{e^{0.4}}{3}$ , 则

- A.  $b > a > c$   
B.  $c > a > b$   
C.  $c > b > a$   
D.  $a > b > c$

【高三数学 第 2 页 (共 6 页) 理科】

## 第 II 卷

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在答题卡的相应位置.

13. 函数  $f(x)=x+\cos x$  的图象在  $x=0$  处的切线方程为  $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$ .
14. 用 0,2,3,4,5 五个数组成无重复数字的四位数,则不同的四位数共有  $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$  个,其中偶数共有  $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$  个.(本题第一空 2 分,第二空 3 分)
15. 若正四面体的棱长为 4,则该四面体内切球的球心到其一条侧棱的距离为  $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$ .
16. 已知正项数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1=1, a_2=64, a_n a_{n+2}=k a_{n+1}^2$ ,若  $a_5$  是  $\{a_n\}$  唯一的最大项,则  $k$  的取值范围为  $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$ .

三、解答题:共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

世界上的能源消耗有  $\frac{1}{3} \sim \frac{1}{2}$  是由摩擦和磨损造成的,一般机械设备中约有 80% 的零件因磨损而失效报废.零件磨损是由多方面因素造成的,某机械设备的零件随着使用时间的增加,“磨损指数”也在增加.现根据相关统计,得到一组数据如下表.

使用时间 $t$ /年	1	2	3	4	5
磨损指数 $r$ /%	4.5	5.6	6.4	6.8	7.2

- (1)求  $r$  关于  $t$  的线性回归方程;
- (2)在每使用完一整年后,工人会对该零件进行检测分析,若该零件在下一年使用过程中的“磨损指数”超过 10%,则该零件需要在本次检测后立即进行报废处理.根据(1)中的回归方程,估计该零件使用多少年后需要进行报废处理?

参考数据:  $\sum_{i=1}^5 r_i = 30.5, \sum_{i=1}^5 t_i r_i = 98.1$ .

附:回归直线的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为  $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} =$

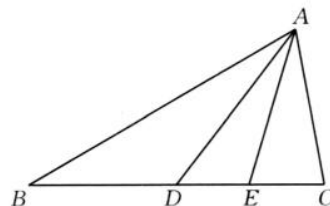
$$\frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}.$$

18. (12分)

如图,在 $\triangle ABC$ 中, $D,E$ 在 $BC$ 上, $BD=2,DE=EC=1,\angle BAD=\angle CAE$ .

(1)求 $\frac{\sin\angle ACB}{\sin\angle ABC}$ 的值;

(2)求 $\triangle ABC$ 面积的取值范围.



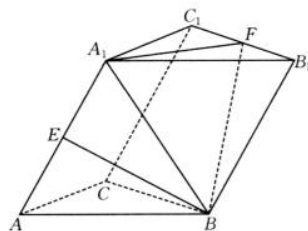
19. (12分)

如图,在斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle BAC=\angle BAA_1=\angle CAA_1=\frac{\pi}{3},E,F$ 分别为 $AA_1,$

$B_1C_1$ 的中点, $AB=AC=AA_1=2$ .

(1)证明:四边形 $BB_1C_1C$ 为正方形.

(2)求直线 $BE$ 与平面 $BFA_1$ 所成角的正弦值.



20. (12分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的长轴长为 4,  $O$  为坐标原点,  $A$  为椭圆  $C$  的右顶点,  $B$  为椭圆  $C$  的上顶点, 且  $\triangle ABO$  的面积为  $\sqrt{3}$ .

(1) 求椭圆  $C$  的方程.

(2) 过点  $D(2, 3)$  的直线  $l$  与椭圆相交于  $P, Q$  两点, 过点  $P$  作  $x$  轴的垂线, 与直线  $AQ$  相交于点  $M, N$  是  $PM$  的中点, 试问直线  $AN$  的斜率是否为定值? 若是, 求出该定值; 若不是, 说明理由.

21. (12分)

已知  $a \in \mathbf{R}$ , 函数  $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} + ax$ .

(1) 讨论  $f(x)$  的单调性;

(2) 设  $[x]$  表示不超过  $x$  的最大整数, 证明:  $[\sqrt{\frac{1^2+1}{1^2+1+1}} + \sqrt{\frac{2^2+2}{2^2+2+1}} + \dots + \sqrt{\frac{n^2+n}{n^2+n+1}}] = n-1, n \in \mathbf{N}^*$ .

(二)选考题:共 10 分. 请考生从第 22,23 两题中任选一题作答. 如果多做,则按所做的第一个题目计分.

22. [选修 4-4:坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系  $xOy$  中,曲线  $C_1$  的参数方程为 
$$\begin{cases} x = \frac{2-2t}{1+t}, \\ y = \frac{m}{1+t} \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}).$$
 以坐标原点为极点,  $x$

轴正半轴为极轴建立极坐标系,曲线  $C_2$  的极坐标方程为  $\rho = 2\cos \theta$ .

(1) 求出  $C_1$  的普通方程和  $C_2$  的直角坐标方程;

(2) 若  $C_1$  与  $C_2$  有公共点,求  $m$  的取值范围.

23. [选修 4-5:不等式选讲](10 分)

已知函数  $f(x) = |2x-a| + |x-3a|$ .

(1) 当  $a=1$  时,求不等式  $f(x) \leq 4$  的解集;

(2) 若  $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) \geq |x - \frac{a}{2}| + a^2 + 1$ ,求  $a$  的取值范围.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

