2022 学年第二学期期中杭州地区（含周边）重点中学

高一年级数学学科参考答案

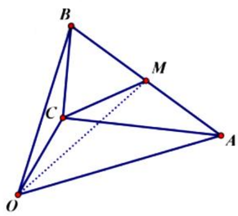
命题：永嘉中学 李艳丹 倪阿亮 金传快
审校：淳安中学王金玉
专家审核：严州中学 刘景红

一、选择题：

1	2	3	4	5	6	7	8
A	C	A	D	B	B	B	A

8．由已知条件得 $3=\overrightarrow{OC}^2-\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right)\cdot\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\left(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}\right)\cdot\left(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB}\right)=\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}$

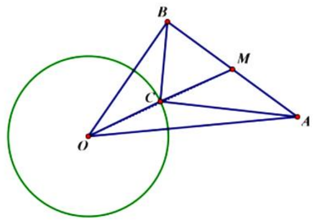
故 $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=3$，记 AB 中点为 M，所以 $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=3=CM^2-MA^2$，要找 $\left|\overrightarrow{AB}\right|$ 的最小值，只需寻找 $\left|\overrightarrow{CM}\right|$ 的最小值.



作出图象，当 O，C，M 三点共线时，$\left|\overrightarrow{CM}\right|$ 有最小值.

设 $\left|\overrightarrow{OC}\right|=x,\left|\overrightarrow{OB}\right|=2x,\left|\overrightarrow{MA}\right|=m$，在 ΔAOB，ΔAOM 中，有

$$\frac{4^2+(2m)^2-(2x)^2}{2\cdot4\cdot2m}=\frac{4^2+m^2-(x+\left|\overrightarrow{CM}\right|)^2}{2\cdot4\cdot m}$$



$m^2+2\left|\overrightarrow{CM}\right|^2-8=(x-\left|\overrightarrow{CM}\right|)^2\geq0$，由 $3+m^2=\left|\overrightarrow{CM}\right|^2$ 得

$m^2+2\left(3+m^2\right)-8\geq0$，得 $m\geq\frac{\sqrt{6}}{3}$，则 $|\overrightarrow{AB}|=2m\geq\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

二、选择题：

9	10	11	12
AC	CD	ACD	BD

三、填空题：

13．$(-\frac{1}{4},\frac{\sqrt{3}}{4})$　　14．$(-\infty,-\frac{1}{2}]$　　15．$2\sqrt{3}$　　16．4

四、解答题：

17．解：

（1）$\bar{z}=\frac{5+5i}{1+3i}=\frac{(5+5i)(1-3i)}{(1+3i)(1-3i)}=\frac{20-10i}{10}=2-i$；$z=2+i$，所以 $z-\bar{z}=2i$；………5 分

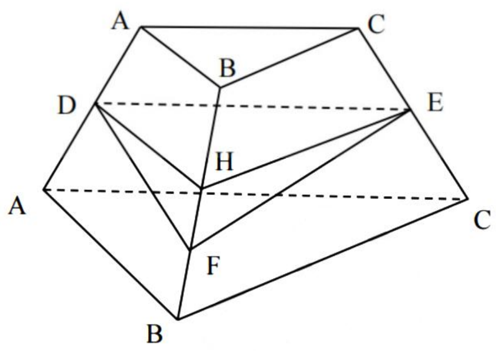
（2）$\left(\frac{z}{2\bar{z}-3}\right)^{2023}=\left(\frac{2+i}{1-2i}\right)^{2023}=\left(\frac{i(1-2i)}{1-2i}\right)^{2023}=i^{4\times505+3}=i^3=-i$ ………10 分

18．解：

（1）$S_{梯形ABB_1A_1}=4\sqrt{2}$，$S_{\Delta ABC}=\frac{9}{4}\sqrt{3}$，$S_{\Delta A_1B_1C_1}=\frac{1}{4}\sqrt{3}$，

所以 $S_{表}=3\times4\sqrt{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}+\dfrac{9\sqrt{3}}{4}=12\sqrt{2}+\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$ ………4 分

（2）取 BB_1 中点 H，连接 DH,EH，则 ΔDEH 是正三角形，边长为2，设三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 的高为 h，则三棱台 $DHE-A_1B_1C_1$ 和三棱台 $ABC-DHE$ 的高均为 $\dfrac{h}{2}$.因为 $B_1F=2FB$，所以三棱锥 $F-DHE$ 的高为 $\dfrac{h}{6}$，



$V_{三棱台ABC-DHE}=\dfrac{1}{3}(\dfrac{9\sqrt{3}}{4}+\sqrt{3}+\sqrt{\dfrac{27}{4}})\dfrac{h}{2}=\dfrac{19\sqrt{3}h}{24}$，

$V_{三棱锥F-DHE}=\dfrac{1}{3}\times\sqrt{3}\times\dfrac{h}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{18}h$

$V_{三棱台DHE-A_1B_1C_1}=\dfrac{1}{3}(\dfrac{\sqrt{3}}{4}+\sqrt{3}+\sqrt{\dfrac{3}{4}})\dfrac{h}{2}=\dfrac{7\sqrt{3}}{24}h$， ………10 分

所以 $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{\dfrac{7\sqrt{3}}{24}h+\dfrac{\sqrt{3}}{18}h}{\dfrac{19\sqrt{3}}{24}h-\dfrac{\sqrt{3}}{18}h}=\dfrac{25}{53}$………12 分

19．解：

（1）由题意得，在 ΔABC 中，$AC=20m$，$A=45^\circ$，$C=75^\circ$，$B=60^\circ$

由正弦定理 $\dfrac{AC}{\sin B}=\dfrac{BC}{\sin A}$ 得，$BC=\dfrac{AC\cdot\sin A}{\sin B}=\dfrac{20\sqrt{6}}{3}$，

所以 $BC\sin15^\circ=\dfrac{20\sqrt{6}}{3}\times\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}=10(1-\dfrac{\sqrt{3}}{3})\approx4.2$，

即假山的高度为 $4.2m$. ………6 分

（2）由题意得，在 ΔABC 中，有 $\cos C=\dfrac{AC^2+BC^2-AB^2}{2AC\cdot BC}$，

设假山的高度为 h，则 $h=BC\sin(\dfrac{\pi}{2}-C)=BC\cos C$，

所以 $h=BC\cos C=\dfrac{AC^2+BC^2-AB^2}{2AC}=\dfrac{20^2+16^2-22^2}{40}=4.3$，

即假山的高度为 $4.3m$. ………12 分

20．解：

（1）由 $f(\dfrac{\pi}{3})=f(\dfrac{5\pi}{12})$ 得，$x=\dfrac{3\pi}{8}$ 为 $f(x)$ 取到最大值的一条对称轴，

由 $f(\dfrac{\pi}{8})=0$ 得，$(\dfrac{\pi}{8},0)$ 为 $f(x)$ 的一个对称中心，

则有 $\dfrac{T}{4}=\dfrac{\pi}{4}$，于是 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}=\pi$ 得 $\omega=2$， ………2 分

因为 $\dfrac{3\pi}{8}\times2+\varphi=\dfrac{\pi}{2}+2k\pi$，

得 $\varphi=-\frac{\pi}{4}+2k\pi(k\in Z)$，又 $-\frac{\pi}{2}<\varphi<0$，

所以 $\varphi=-\frac{\pi}{4}$，　　　　………5 分

即函数 $f(x)$ 的解析式的解析式为 $f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{4})$ ………6 分

（2）$f(\alpha)=\sin(2\alpha-\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin 2\alpha-\cos 2\alpha)=\frac{\sqrt{2}}{2}(\frac{2\sin\alpha\cos\alpha-\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha})$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}(\frac{2\tan\alpha-1+\tan^2\alpha}{\tan^2\alpha+1})=\frac{7\sqrt{2}}{10}$.　　　　………12 分

21．解：

（1）选①：由 $b\sin B\sin C+c\cos A=c\cos^2 B$ 得，

$\sin^2 B\sin C+\sin C\cos A=\sin C\cos^2 B$，化简得 $\sin^2 B+\cos A=\cos^2 B$，………2 分

于是有 $\cos A=\cos^2 B-\sin^2 B=\cos 2B$，　　　　………4 分

又 $A,B\in(0,\pi)$，

所以 $A=2B$，即得证.　　　　………6 分

选②：由 $\frac{\sin(\frac{C+B}{2})}{\cos B}=\frac{\sin A}{\cos(\frac{C-B}{2})}$ 得，

Q $2\sin(\frac{C+B}{2})\cos(\frac{C-B}{2})=\sin C+\sin B$，$\therefore\sin C+\sin B=2\sin A\cos B$ ………2 分

所以 $\sin(A+B)+\sin B=2\sin A\cos B$，化简得，$\sin B=\sin(A-B)$，　………4 分

又 $A,B\in(0,\pi)$，所以 $A=2B$，即得证.　　　　………6 分

（2）由（1）知 $A=2B$，$\therefore\sin A=\sin 2B,\therefore a=2b\cos B,\therefore a=2b\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$，

化简得 $b=c$ 或 $a^2=b(b+c)$，　　　　………9 分

当 $b=c$ 时，因为 $A=2B$，所以 $a=\sqrt{2}b$，又因为 $\frac{ac}{b+c}=1$，所以 $c=\sqrt{2}$；

当 $a^2=b(b+c)$ 时，则有 $\frac{ac}{b+c}=\frac{ac}{\frac{a^2}{b}}=\frac{bc}{a}=1$，于是 $c=\frac{a}{b}=\frac{\sin A}{\sin B}=2\cos B$，又 $B\in(0,\frac{\pi}{3})$，

所以 $c\in(1,2)$.

综上，$c\in(1,2)$.　　　　………12 分

22．解：

（1）当 $\lambda=0$ 时，由题意可知：$f(x)+g(x)=x^3+x+2$，所以

$x^3+x+2-2x-2=x^3-x=x(x-1)(x+1)\geq 0$，………3 分

所以不等式的解集为 $\{x\,|\,-1\leq x\leq 0,\text{或}x\geq 1\}$　　　　………5 分

（2）由最大值的定义可知

$\max\{|f(x)|,|g(x)|\}=(1-\lambda)\max\{|f(x)|,|g(x)|\}+\lambda\max\{|f(x)|,|g(x)|\}$

$\geq(1-\lambda)|f(x)|+\lambda|g(x)|\geq|(1-\lambda)f(x)-\lambda g(x)|$

$$(1-\lambda)f(x)-\lambda g(x)=(2\lambda-1)^2(x^2-x+2)+1+\lambda\geq\frac{7}{4}(2\lambda-1)^2+1+\lambda$$

令 $h(\lambda)=\frac{7}{4}(2\lambda-1)^2+1+\lambda=7\lambda^2-6\lambda+\frac{11}{4}=7\left(\lambda-\frac{3}{7}\right)^2+\frac{41}{28}>\frac{10}{7}$，

所以 $\max\{|f(x)|,|g(x)|\}>\frac{10}{7}$ 成立.　　　　　………12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线浙江**官方微信号：zjgkjzb。