

2023 年人大附中早培班选拔初试数学题

1. 把 $\frac{1}{4}$ 米长的绳子剪成相等的 3 段,每段是绳长的 ().

- A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

解: C. $\frac{1}{4}$ 米是迷惑性条件,每段是整个绳子的 $\frac{1}{3}$

2. 把一张圆形纸片对折 3 次,得到一个扇形,它的圆心角为 () 度

- A. 22.5 B. 120 C. 90 D. 45

解: D. 一次对折为 180° ,两次对折为 90° ,三次对折为 45°

3. 在下面这些分数中,可以化成有限小数的是 ().

- A. $\frac{8}{99}$ B. $\frac{11}{24}$ C. $\frac{6}{15}$ D. $\frac{4}{7}$

解: C. $\frac{6}{15} = 0.4$

4. 东东坐在教室的第二列第四排,用数对表示为 (2,4). 星星坐在第六列第一行,可用 () 表示 .

- A. (6,1) B. (0,6) C. (1,6) D. (6,0)

解: A. 考察有序数对思想

5. 有一个近似长方体的物体,长约 65 厘米,宽约 60 米,高约 180 厘米,下列物体中最有可能的是 ().

- A. 冰箱 B. 货车车厢 C. 橡皮 D. 牙膏盒

解: A. 考察学生的常识,货车车厢太大,橡皮牙膏盒太小

6. 要使五位数 84692 除以三位数 $\overline{\Delta 67}$ 的商是一个三位数, Δ 里的数最大是 ().

- A. 9 B. 8 C. 7 D. 6

解: C. 设为 x 最大, $99(100x + 67) < 84692, x < 7.9$, 所以最大为 7

7. 如果甲数是 6, 甲数是乙数的 $\frac{2}{3}$, 那么乙数和甲题的比是 ().

- A. 6:9 B. 2:3 C. 3:4 D. 3:2

解: D. 乙是 9, 所以甲:乙 = 3:2

8. 一个圆柱的底面直径扩大 5 倍, 而高不变, 这时它的体积是原来的 () 倍

- A. 5 B. 15 C. 无法确认 D. 25

解: D. $V = \pi r^2 h$, 当 r 扩大 5 倍, V 扩大 5^2 倍

9. () 不能分割成两个完全一样的三角形

- A. 平行四边形 B. 长方形 C. 正方形 D. 梯形

解: D.

10. 38527 除以 436 余 159, 商中间 (),

- A. 有三个 0 B. 有两个 0 C. 有一个 0 D. 没有 0

解: D. 设商为 x , $38527 = 436x + 159$, 即 $88 \times 436 = 436x$, 所以 $x = 88$, 中间没有 0

11. 判断能否构成群: 所有形如 $a + b\sqrt{2}$ 的数 (这里 a, b 是有理数), 运算为数的加法.

- A. 能构成 B. 不能构成

解: 能构成群. 群的基本要素: 有单位元 0, 满足结合律, 对元素运算封闭, 每个元素都有逆元 $-a - b\sqrt{2}$, 对元素运算封闭, 所以 $a + b\sqrt{2}$ 在加法运算意义下是群

12. 判断能否构成群: 所有正整数, 运算为数的乘法.

- A. 能构成 B. 不能构成

解: 不能构成群. 单位元是 1, 满足结合律, 对元素运算封闭, 但除 1 外其他元素均没有逆元 (倒数不是正整数), 所以不是群

13. 判断能否构成群: 所有被 3 整除的数, 运算为数的加法.

- A. 能构成 B. 不能构成

解: 能构成群. 单位元是 0, 满足结合律, 3 的倍数相加还是 3 的倍数, 所以运算封闭, 逆元为相反数

14. 判断能否构成群: 所有分母为 1, 2, 3 的有理数, 运算为数的加法.

- A. 能构成 B. 不能构成

解: 不能构成群. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$, $\frac{5}{6}$ 不在此集合中, 不满足运算封闭

15. 判断能否构成群: 所有分母为 1, 2 的有理数, 运算为数的加法.

- A. 能构成 B. 不能构成

解: 能构成群. 单位元是 0, 满足结合律, 运算封闭, 逆元为相反数.
注: 事实上此群与整数加法群同构, 建立同构映射: $f(x) = 2x$ 即可, 此映射保持运算, 且一一对应

16. 定义有理数上的运算: $a \cdot b = a + b + 1$, 单位元是 _____, 任意有理数 m 的逆元是 _____

解: 设单位元是 e , $a \cdot e = a + e + 1 = a$, 所以 $e = -1$

设 m 的逆元是 n , $m \cdot n = m + n + 1 = -1$, $n = -m - 2$

17. 定义有理数上的运算: $a \cdot b = a$, 例如: $2 \cdot 3 = 2$, $6 \cdot 1 = 6$, 则该运算 ()

- A. 既满足交换律, 又满足结合律 B. 满足结合律, 不满足交换律

- C. 满足交换律, 不满足结合律 D. 既不满足交换律, 又不满足结合律

解: B. $2 \cdot 3 = 2$, $3 \cdot 2 = 3$, 显然 $2 \neq 3$, 所以不满足交换律

$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot c = a$, $a \cdot (b \cdot c) = a \cdot b = a$, 所以满足结合律

18. 对于 Klein 四元群, 其运算遵循下表, 以下说法正确的是 ().

*	e	a	b	c
e	e	a	b	c
a	a	e	c	b
b	b	c	e	a
c	c	b	a	e

- A. 若 $x * x = yz$, 则 $z = y$ B. Klein 四元群满足交换律

- C. $e * a * b * c = e$ D. 任意一个元素的逆元是其自身

解: ABCD. 通过运算列表发现每个元素和自身运算均为单位元 e , 所以 D 成立

$x * x = e = yz$, y 和 z 互为逆元, 所以 $y = z$, 所以 A 成立

$e * a * b * c = a * b * c = c * c = e$, 所以 C 成立

$b * c = a = c * b$, $a * b = c = b * a$, $b * c = c * b$, 所以 B 成立

注: Klein 四元群同构于 $\mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_2$, 几何表现形式为“十字架”翻折对称群

19. 甲、乙、丙、丁四人围方桌而坐玩扑克牌游戏, 甲说: 我不坐南边; 乙说: 我与丙坐对面; 丙说: 我面向西而坐. 那么方桌东南西北四个方向上依次坐着 ().

- A. 甲乙丙丁 B. 乙丁丙甲 C. 丙丁乙甲 D. 丙丁甲乙

解: C. 丙面向西, 所以在东; 已知丙和乙相对, 所以乙在西; 甲不在南, 所以甲在北, 剩下丁在南

20. 甲、乙、丙三个盒子各装有一定数量的乒乓球, 其中甲、乙两盒乒乓球的总数是 27, 乙、丙两盒乒乓球的总数是 35, 甲、丙两盒乒乓球的总数是 42, 那么甲盒乒乓球的个数是 ().

- A. 22 B. 10 C. 15 D. 17

解: D. 设甲有 x 个, 乙有 y 个, 丙有 z 个, 列方程 $\begin{cases} x + y = 27 \\ z + y = 35 \\ x + z = 42 \end{cases}$

21. 100 克蜂蜜含有 34.5 克葡萄糖, 那 2.07 千克蜂蜜含有多少克葡萄糖? 下列算式中错误的是 ()

- A. $100 \div 34.5 \cdot 2070$ B. $34.5 \cdot (2070 \div 100)$

- C. $34.5 \div 100 \cdot 2070$ D. $2070 \div (100 \div 34.5)$

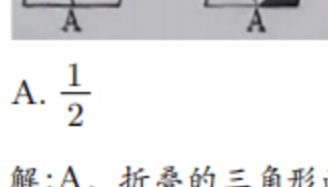
解: A. 设有 x 克葡萄糖, $34.5:100 = x:2070$, 比例外项之积等于比例内项之积, 所以 $100x = 34.5 \cdot 2070$, 即 $x = \frac{34.5 \cdot 2070}{100}$, A 选项写错

22. 在学校运动会上, 1 号, 2 号, 3 号, 4 号运动员取得了 800m 赛跑的前四名, 小记者来采访他们各自的名次, 1 号说: “3 号在我们 3 人前面冲向终点.” 另一个得第三名的运动员说: “1 号不是第四名”, 小裁判说: “他们的号码与他们的名次各不相同”, 那么 2 号运动员的名次是 ()

- A. 第 1 名 B. 第 2 名 C. 第 3 名 D. 第 4 名

解: D. 根据题意 3 号是第一名, 1 号要么是第 2, 要么是第 3; “另一个得第三名的运动员说”, 这说明 1 号不是第 3, 所以 1 号是第 2; 他们的号码与名次不一样, 所以 4 号不是第 4, 是第 3, 所以 2 号是第 4

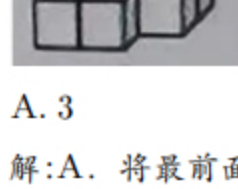
23. 如图①, 平行四边形的底是 4 厘米, 高是 3 厘米, 点 A 是底边上的中点, 小明将它的一边沿着虚线折叠后得到②, 图②中阴影部分的面积是平行四边形的 ().



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{2}{3}$

解: A. 折叠的三角形面积是平行四边形的 $\frac{1}{4}$ (底为 $\frac{1}{4}$, 同高), 两个占 $\frac{1}{2}$, 所以阴影部分占整体的 $\frac{1}{2}$

24. 用 12 个小正方体拼摆成一个立体图形, 如下图所示. 至少移动其中 () 个小正方体, 可以将这个立体图形变成一个和原来体积相等的长方体.



- A. 3 B. 2 C. 4 D. 1

解: A. 将最前面两个和最高处 1 个移动到第二层即可

25. 有两个合数互质, 它们的最小公倍数是 420, 这样的数有 () 对 .

- A. 3 B. 4 C. 1 D. 2

解: A. $420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$; 三组合数为 $4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$; $4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$; $4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

26. 一个分数是 $\frac{1}{13}$, 要使分子与分母的比是 1:3, 分子与分母可以同时加上 ().

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 4

解: A. 设同时加上 x 得: $\frac{1+x}{13+x} = \frac{1}{3}$, 所以 $x = 5$

27. 下列说法正确的是 ().

- A. 圆的周长和它的直径成正比例 B. 等腰三角形一定是锐角三角形

- C. 一条射线长 12 厘米 D. 角的大小与边的长短有关系

解: A. $c = \pi d$, 圆的周长与直径成正比

28. 一根绳子的长用四舍五入法保留整数约是 5 米, 这根绳子长是 ().

- A. 4.5 米或大于 4.5 米, 但比 5.5 米小 B. 4.9 米到 5.1 米

- C. 4 米到 5 米 D. 4.95 米到 5.04 米

解: A.

29. 0.5、0.50、0.500 是三个近似数, 下面关于这三个数的说法中正确的是 ().

- A. 不相等 B. 0.500 最大

- C. 大小相等, 但精确度不同 D. 相等

解: C.

30. 三位数 356 至少要去 () 后约数中才能有 2、3、5

- A. 6 B. 36 C. 26 D. 16

解: C. 减去 y 后含有质因子 2, 3, 5, 所以是 30 的倍数, 设为 x 倍

$30x = 356 - y$, $x = 11 + \frac{13}{15} - \frac{y}{30}$, 所以 $26 - y$ 是 30 的倍数, 所以 $y \geq 26$

31. 甲数 = $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot A$, 乙数 = $2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot A$, 当 $A = ()$ 时, 甲、乙两数的最大公约数是 30.

- A. 2 B. 3 C. 7 D. 5

解: D. $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$, 根据已知, 甲乙已经有公因子 6, 所以 $A = 5$