

绝密★启用前

2020届高三开学摸底考试 文数试卷

本试卷共 4 页, 23 题(含选考题)。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

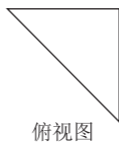
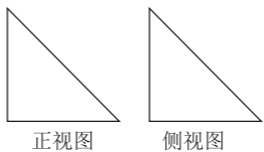
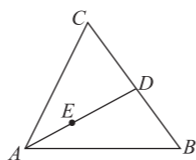
注意事项:

1. 答题前, 先将自己的姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡上, 并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答: 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 填空题和解答题的作答: 用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答: 先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用 2B 铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内, 写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域无效。
5. 考试结束后, 请将本试题卷和答题卡一并上交。

第 I 卷

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x \mid |x| \leq 1\}$, $B = \{x \mid x > 0\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $[-1, 0]$ B. $[-1, 0)$ C. $(0, 1]$ D. $[0, 1]$
2. 已知复数 z 满足 $z = \frac{2i}{1-i}$, 其中 i 为虚数单位, 则 z 的虚部为
 A. $-i$ B. i C. -1 D. 1
3. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 + a_{10} = 0$, $a_6 + a_8 = -4$, 则其公差为
 A. 2 B. 1 C. -1 D. -2
4. 已知 $\sin(\pi - \alpha) = \frac{2}{3}$, 则 $\frac{\sin(2\alpha + \pi)}{\cos \alpha} =$
 A. $-\frac{4}{3}$ B. $-\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{3}{4}$
5. 在如图所示的 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别在 BC, AD 上, 且 $BD = DC, ED = 2AE$, 则向量 $\vec{AE} =$
 A. $\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$ B. $\frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{1}{6}\vec{AC}$
 C. $\frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{5}{6}\vec{AC}$ D. $\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$
6. 在《九章算术》中, 将四个面都是直角三角形的四面体称之为鳖臑, 若某个鳖臑的三视图均为直角边长为 1 的等腰直角三角形(如图所示), 则该鳖臑表面中最大面的面积为
 A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. 1
 C. $\sqrt{2}$ D. $1 + \sqrt{2}$
7. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 上的偶函数, 若当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f(x) = \ln x$, 则满足 $f(x) > 0$ 的 x 的取值范围为
 A. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ B. $(-1, 0) \cup (0, 1)$
 C. $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$ D. $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$



8. 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($|\varphi| < \frac{\pi}{2}$), $f(0) = \sqrt{3}$, 且 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{7\pi}{12}$ 对称,

则 ω 的取值可以为

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
9. 已知三个村庄 A, B, C 所处的位置恰好位于三角形的三个顶点处, 且 $AB = 6$ km, $BC = 8$ km, $AC = 10$ km, 为方便三个村庄村民的生活, 现在 $\triangle ABC$ 内任取一点 M 建一大型超市, 则点 M 到三个村庄 A, B, C 的距离都不小于 2 km 的概率为
 A. $\frac{3+\sqrt{3}}{24}$ B. $\frac{\pi}{12}$ C. $\frac{21-\sqrt{3}}{24}$ D. $\frac{12-\pi}{12}$
10. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 M 为棱 A_1B_1 的中点, 则异面直线 AM 与 BD 所成角的余弦值为
 A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$
11. 已知 O 为坐标原点, 点 $P(1, 2)$ 在抛物线 $C: y^2 = 4x$ 上, 过点 P 作两直线分别交抛物线 C 于点 A, B , 若 $k_{PA} + k_{PB} = 0$, 则 $k_{AB} \cdot k_{OP}$ 的值为
 A. -1 B. -2 C. -3 D. -4
12. 若对任意的实数 $x > 0$, $x \ln x - x - a \geq 0$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围为
 A. $[1, +\infty)$ B. $(-\infty, 1]$ C. $[-1, +\infty)$ D. $(-\infty, -1]$

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分。第 13~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22~23 题为选考题, 考生根据要求作答。

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分。

13. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 1, AC = 2, A = 60^\circ$, 则 $S_{\triangle ABC} =$ _____.
14. 已知直线 $l: x + my - 1 = 0$ 与圆 $O: x^2 + y^2 = 3$, 若圆心到直线的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 $m =$ _____.
15. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - 2y + 1 \geq 0, \\ x + y - 1 \leq 0, \\ y \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = x + 2y$ 的最大值为 _____.
16. 如下分组的正整数对: 第 1 组为 $\{(1, 2), (2, 1)\}$, 第 2 组为 $\{(1, 3), (3, 1)\}$, 第 3 组为 $\{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)\}$, 第 4 组为 $\{(1, 5), (2, 4), (4, 2), (5, 1)\}$, \dots , 则第 40 组第 21 个数对为 _____.

三、解答题: 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

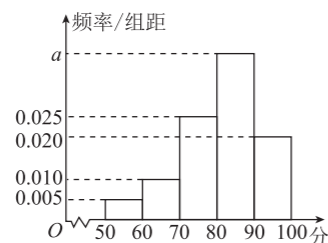
17. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且满足 $S_n = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$.

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 若 $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (本小题满分 12 分)

为提高产品质量,某企业质量管理部门经常不定期地抽查产品进行检测,现在某条生产线上随机抽取 100 个产品进行相关数据的对比,并对每个产品进行综合评分(满分 100 分),将每个产品所得的综合评分制成如图所示的频率分布直方图. 记综合评分为 80 分及以上的产品为一等品.



(1) 求图中 a 的值,并求综合评分的中位数;

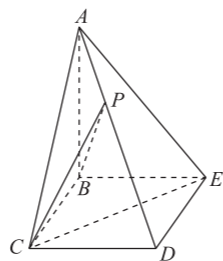
(2) 用样本估计总体,以频率作为概率,按分层抽样的思想,先在该条生产线中随机抽取 5 个产品,再从这 5 个产品中随机抽取 2 个产品记录有关数据,求这 2 个产品中恰有一个一等品的概率.

19. (本小题满分 12 分)

在如图所示的四棱锥 $A-BCDE$ 中,底面 $BCDE$ 为正方形,且 $BC=2, AB=4, AC=AE=2\sqrt{5}$.

(1) 证明: $AB \perp$ 平面 $BCDE$;

(2) 若点 P 在线段 AD 上,且 $DP=2AP$,求三棱锥 $P-ABC$ 的体积.



20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的中心为原点 O ,过 O 作两条相互垂直的射线交椭圆于点 P, Q .

(1) 证明: $\frac{1}{|OP|^2} + \frac{1}{|OQ|^2}$ 为定值;

(2) 若椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$,过原点 O 作直线 PQ 的垂线,垂足为 D ,求 $|OD|$.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 - a^2x$.

(1) 当 $a=1$ 时,求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 当 $a \geq 0$ 时,若对任意的 $x \in [0, 1]$,都有 $f(x) \geq -11$,求实数 a 的取值范围.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分。

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中,直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=1+t \\ y=2t \end{cases}$ (t 为参数),以坐标原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C 的极坐标方程为 $\rho \sin^2 \theta - 4 \cos \theta = 0$.

(1) 求直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 若直线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两点,求 $|AB|$.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |2x+1|$.

(1) 求不等式 $f(x) \leq 1$ 的解集;

(2) 若 $\forall x \in \mathbf{R}, f(x^2) \geq a|x|$ 恒成立,求实数 a 的最大值.

自主招生在线创始于 2014 年,是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台,旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵,关注用户超百万,用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学老师、家长和考生,引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南,请关注自主招生在线官方微信号: **zizzsw**。



微信扫一扫,快速关注