

南宁市 2021 届高中毕业班第一次适应性测试 数 学(理工类)

(考试时间:120 分钟 试卷满分:150 分)

注意事项:

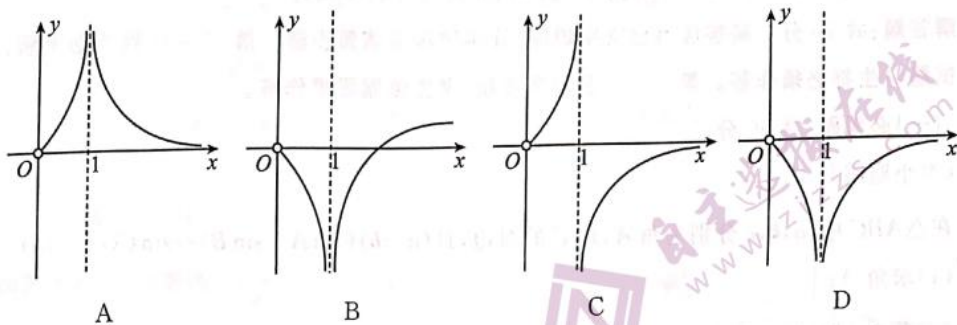
1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 > 4\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$, 则 $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B =$
A. $\{-2, 3\}$ B. $\{-1, 0\}$ C. $\{-1, 0, 1\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2\}$
2. 复数 $\frac{1+2i}{1-i}$ 的虚部是
A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{3}{2}$
3. 若 $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = \frac{3}{5}$, 则 $\sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) =$
A. $-\frac{4}{5}$ B. $-\frac{3}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$
4. $(\sqrt{x} + 2)^5$ 的展开式中, x^2 的系数是
A. 4 B. 8 C. 10 D. 20
5. 已知直线 l , 两个不同的平面 α 和 β . 下列说法正确的是
A. 若 $l \perp \alpha, \alpha \perp \beta$, 则 $l \parallel \beta$ B. 若 $l \parallel \alpha, \alpha \perp \beta$, 则 $l \perp \beta$
C. 若 $l \parallel \alpha, l \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$ D. 若 $l \subset \alpha, \alpha \parallel \beta$, 则 $l \parallel \beta$
6. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_3 = 2, S_4 = 7$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n =$
A. $n-1$ B. $\frac{n+1}{2}$ C. $2n-4$ D. $(n-1)(n-2)$
7. 过点 $P(2, 2)$ 的直线 l_1 与圆 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 相切, 则直线 l_1 的方程为
A. $3x-4y+2=0$ B. $4x-3y-2=0$
C. $3x-4y+2=0$ 或 $x=2$ D. $4x-3y-2=0$ 或 $x=2$

数学(理工类)试题 第 1 页(共 4 页)

8. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{\ln x - x + 1}$, 则其大致图象为



9. 春天是鲜花的季节,水仙花就是其中最迷人的代表,数学上有个水仙花数,它是这样定义的:“水仙花数”是指一个三位数,它的各位数字的立方和等于其本身.三位的水仙花数共有 4 个,其中仅有 1 个在区间 $(150, 160)$ 内,我们姑且称它为“水仙四妹”,则在集合 $\{142, 147, 152, 154, 157, \text{“水仙四妹”}\}$, 共 6 个整数中,任意取其中 3 个整数,则这 3 个整数中含有“水仙四妹”,且其余两个整数至少有一个比“水仙四妹”小的概率是

- A. $\frac{3}{20}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{3}{10}$ D. $\frac{9}{20}$

10. 已知抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点在直线 $x + y - 1 = 0$ 上,又经过抛物线 C 的焦点且倾斜角为 60° 的直线交抛物线 C 于 A, B 两点,则 $|AB| =$

- A. 12 B. 14 C. 16 D. 18

11. 已知双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点为 F_1 , 过点 F_1 的直线与两条渐近线的交点分别为 M, N 两点(点 F_1 位于点 M 与点 N 之间),且 $\overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{F_1N}$, 又过点 F_1 作 $F_1P \perp OM$ 于 P (点 O 为坐标原点),且 $|ON| = |OP|$, 则双曲线 E 的离心率 $e =$

- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

12. 设 $a = \frac{3(2 - \ln 3)}{e^2}, b = \frac{1}{e}, c = \frac{\ln 3}{3}$, 则 a, b, c 的大小顺序为

- A. $a < c < b$ B. $c < a < b$ C. $a < b < c$ D. $b < a < c$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知向量 $a = (-2, 1), b = (x, 4)$, 若 $a \perp b$, 则 $x =$ _____.

14. 记 S_n 为递增等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_2 = 2, a_4 = a_3 + 4$, 则 S_{10} 的值为 _____.

15. 函数 $f(x) = \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{3}\right) (\omega > 0)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象, 且 $g(x)$ 的图象的一条对称轴是直线 $x = -\frac{\pi}{6}$, 则 ω 的最小值为 _____.

数学(理工类)试题 第 2 页(共 4 页)

16. 已知母线长为 6 的圆锥的顶点为 S , 点 A, B 为圆锥的底面圆周上两动点, 当 SA 与 SB 所夹的角最大时, 锐角 $\triangle SAB$ 的面积为 $8\sqrt{2}$, 则此时圆锥的体积为 _____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生依据要求作答。

(一) 必考题: 共 60 分。

17. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为角 A, B, C 的对边, 且 $(a-b)(\sin A + \sin B) = \sin C(c - \sqrt{3}b)$.

(1) 求角 A ;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle ABC} = 2 + \sqrt{3}$, 求 a 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

在某地区的教育成果展示会上, 其下辖的一个教育教学改革走在该地区前列的县级民族中学近几年升入“双一流”大学的学生人数(单位: 个)有如下统计表:

年份	2015	2016	2017	2018	2019	2020
年份代码 x	1	2	3	4	5	6
学生人数 y (个)	66	67	70	71	72	74

(1) 根据表中数据, 建立 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$.

(2) 根据线性回归方程预测 2021 年该民族中学升入“双一流”大学的学生人数(结果保留整数).

附: 对于一组数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, 其回归直线方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的斜率和截距的

$$\text{最小二乘估计分别为 } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$$

(参考数据: $\sum_{i=1}^6 x_i y_i = 6xy = 28$).

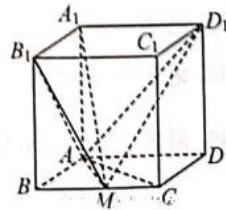
19. (本小题满分 12 分)

如图, 在直四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 上、下底面均为菱形, 且

$\angle ABC = \frac{\pi}{3}$, 点 M 为 BC 的中点.

(1) 求证: $B_1C_1 \perp$ 平面 A_1AM ;

(2) 若 $AB = AA_1 = 2$, 求二面角 $B_1 - AM - D_1$ 的余弦值.



20. (本小题满分 12 分)

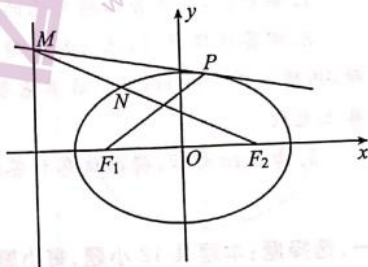
设 $f(x) = \ln(ax) + \frac{a}{x}$, $g(x) = b \cdot e^{-x} + \frac{1}{x} \ln \frac{1}{x}$, 其中 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a \neq 0$.

(1) 试讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 当 $a=1$ 时, $f(x) - xg(x) \geq \ln x$ 恒成立, 求实数 b 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

如图所示, 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 且 $|F_1F_2| = 2$, 点 M 在直线 $x = -2$ 上运动, 线段 MF_2 与椭圆 C 的交点为 N , 当 $NF_1 \perp x$ 轴时, 直线 MF_2 的斜率的绝对值为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$.



(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 设点 P 在椭圆 C 上, 若直线 PF_1 的斜率与直线 MF_2 的斜率之积等于 $-\frac{1}{3}$, 证明: 直线 MP 始终与椭圆 C 相切.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = a + \sqrt{2} \cos \alpha \\ y = \sqrt{2} \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数), 又以坐标原点

O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\theta = \frac{\pi}{3} (\rho \in \mathbf{R})$.

(1) 求曲线 C 的极坐标方程, 若原点 O 在曲线 C 的内部, 则求实数 a 的取值范围;

(2) 当 $a=1$ 时, 直线 l 与曲线 C 交于 M, N 两点, 又点 P 为此时曲线 C 上一动点, 求 $\triangle PMN$ 面积的最大值.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |ax - 1|$.

(1) 当 $a=2$ 时, 求不等式 $f(x) > 2 - |x+1|$ 的解集;

(2) 若 $x \in (1, 2)$ 时, 不等式 $f(x) + |x-1| > x$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》