

赣州市 2022~2023 学年度第二学期期末考试

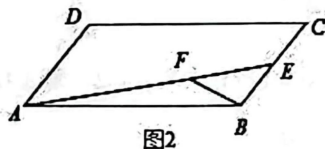
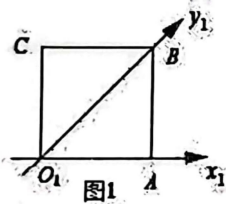
高一数学试卷

2023 年 6 月

第 I 卷 (选择题共 60 分)

一、单选题 (本大题共 8 个小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 设复数 $z = (1-i)(3+i)$ (i 为虚数单位), 则 $\bar{z} =$
 A. $4-2i$ B. $4+2i$ C. $2-2i$ D. $2+2i$
2. 已知向量 $\vec{a} = (1, 3), \vec{b} = (\lambda, -6)$, 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $\lambda =$
 A. -2 B. -18 C. 2 D. 18
3. 如图 1, 一个水平放置的平面图形的直观图是边长为 2 的正方形, 则原图形的周长是
 A. 16 B. 12 C. $4+8\sqrt{2}$ D. $4+4\sqrt{2}$



4. 如图 2, 平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 为 BC 的中点, 点 F 在线段 AE 上, 且 $AF = 2FE$, 记 $\vec{a} = \vec{AB}, \vec{b} = \vec{AD}$, 则 $\vec{BF} =$
 A. $\frac{1}{3}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$ B. $-\frac{1}{4}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$ C. $-\frac{5}{8}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$ D. $-\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$
5. 已知空间中三个互不相同的平面 α, β, γ , 两条不同的直线 a, b , 下列命题正确的是
 A. 若 $\alpha \perp \beta, \beta \perp \gamma$, 则 $\alpha \perp \gamma$ B. 若 $a \perp \alpha, b \perp \beta, a \parallel b$, 则 $\alpha \parallel \beta$
 C. 若 $a \parallel \alpha, \alpha \parallel \beta, a \perp b$, 则 $b \perp \beta$ D. 若 $\alpha \perp \beta, \beta \perp \gamma$, 则 $\alpha \parallel \gamma$
6. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 下列结论错误的是
 A. 若 $\sin A > \sin B$, 则 $a > b$ B. 若 $B = 30^\circ, b = \sqrt{2}, c = 2$, 则符合条件的三角形有 2 个
 C. 若 $\sin 2A = \sin 2B$, 则 $a = b$ D. 若 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{\sqrt{3}}{4}(b^2 + c^2 - a^2)$, 则 $A = \frac{\pi}{3}$

赣州市期末考试高一数学试卷 第 1 页 (共 4 页)



扫描全能王 创建

7. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为棱 CD 的中点, 则

- A. $A_1E \perp DC_1$ B. $A_1E \perp BD$ C. $A_1E \perp BC_1$ D. $A_1E \perp AC$

8. 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \pi$) 是奇函数, 且 $f(x)$ 的最小正周期为 π ,

将 $y = f(x)$ 的图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍 (纵坐标不变), 所得图象对应的函数

为 $g(x)$. 若 $g\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$, 则 $f\left(\frac{3\pi}{8}\right) =$

- A. $-\sqrt{2}$ B. -2 C. 2 D. $\sqrt{2}$

二、多选题 (本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有错选的得 0 分)

9. 下列各式化简中, 一定正确的是

A. $\frac{1 + \tan 15^\circ}{1 - \tan 15^\circ} = \sqrt{3}$

B. $\frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \tan \frac{\alpha}{2}$

C. $\sin 75^\circ \cos 15^\circ = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}$

D. $\cos \alpha = 1 - 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$

10. 已知复数 z_1, z_2 在复平面上对应的点分别为 A, B , 且 O 为复平面原点. 若 $z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ (i 为虚数单位), 向量 \overrightarrow{OA} 绕原点逆时针方向旋转 90° , 且模伸长为原来的 2 倍后与向量 \overrightarrow{OB} 重合, 则

A. z_2 的虚部为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. 点 B 在第二象限

C. $|z_1 + z_2| = \sqrt{2}$

D. $\left| \frac{z_2}{z_1} \right| = 2$

11. 若平面 $\alpha \cap \beta = l$, $m \subset \beta$, $n \subset \alpha$, 则以下结论有可能成立的是

A. m 与 n 异面

B. m 与 n 平行

C. m 与 n 垂直

D. m, n 都与 l 相交

12. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$), 若 $f\left(-\frac{\pi}{12}\right) = f\left(\frac{\pi}{12}\right)$, $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = -f\left(\frac{\pi}{3}\right)$,

且 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{3}\right]$ 上单调递减, 则下列说法正确的有

A. $\omega = 2$

B. 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 均有 $f(x) \leq \left| f\left(\frac{\pi}{2}\right) \right|$

C. 函数 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{3\pi}{4}\right]$ 上单调

D. $\varphi = \frac{\pi}{2}$

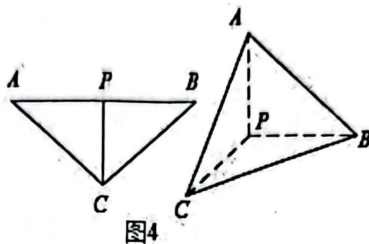
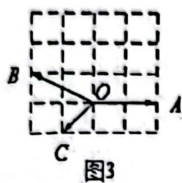


第II卷 (非选择题共90分)

三、填空题(本大题共4小题,每小题5分,共20分.)

13. 已知角 θ 终边经过点 $P(-1, 2)$, 则 $\frac{\cos\theta - \sin\theta}{\sin\theta + \cos\theta} =$ _____.

14. 如图3, 在单位网格中, 向量 \overrightarrow{OB} 在向量 \overrightarrow{OA} 上的投影向量与向量 \overrightarrow{OC} 的夹角为_____.



15. 如图4, 在等腰直角三角形 ABC 中, 点 P 为线段 AB 的中点, $AB=2$, $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$, 将 $\triangle APC$

沿 PC 所在直线进行翻折, 得到三棱锥 $A-PBC$, 当 $BA = \sqrt{2}$ 时, 此三棱锥的外接球表面积为_____.

16. 设函数 $f(x)$ 满足: 对任意 $x \in \mathbb{R}$, 有 $2f(x+2) + f(x) = 0$, 且 $x \in (0, 2)$ 时,

$f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$, $f(0) = f(2) = 0$, 则 $f(x)$ 在 $[-4, 4]$ 上有_____个零点.

四、解答题(共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (本小题满分10分)

已知向量 $\vec{a} = (1, m)$, $\vec{b} = (2-m, -8)$ ($m \in \mathbb{R}$).

(1) 若 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$, 求实数 m 的值;

(2) 已知向量 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为钝角, 求实数 m 的取值范围.

18. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = 2\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 1$.

(1) 用“五点法”作出函数 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right]$ 上的图象;

(2) 将函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 再将图象上的每个点的横坐标都伸长为原来的2

倍, 纵坐标不变, 得到函数 $g(x)$ 的图象. 求 $g(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{24}, \frac{\pi}{6}\right]$ 上的取值范围.



19. (本小题满分 12 分)

从条件① $AC \perp BC_1$, ② $AB = 2BC$ 中选择一个, 补充在下列横线中, 并解答问题.

如图 5, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 点 F 在线段 B_1B 上, 已知____, 且 $B_1F = 3FB$, $AA_1 = 2BC = 4$, $\angle BAC = \frac{\pi}{6}$. (若选择多个条件分别解答, 则按第一个解答给分).

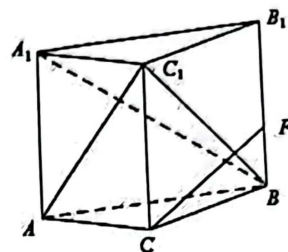


图5

(1) 求证: $BC_1 \perp$ 平面 ACF ;

(2) 求异面直线 A_1B 与 AC 所成角的余弦值.

20. (本小题满分 12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 满足 $\cos(A+2B) - \cos A = \sin 2C$.

(1) 若 $C = \frac{2\pi}{3}$, 求 B ;

(2) 若 $c \sin B = -\sqrt{3}b \cos C$, 且 $a = 2$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

21. (本小题满分 12 分)

如图 6, 在多面体 $ABCDEF$ 中, AC 是四边形 $ABCD$ 的外接圆的直径, H 是 AC 与 BD 的交点, $AB = AD$, $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$. 四边形 $ADEF$ 是直角梯形, $AF \parallel DE$, $DE \perp$ 平面 $ABCD$, $DE = AC = 4 = 2AF$.

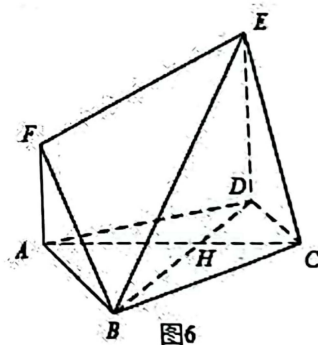


图6

(1) 求证: $AC \parallel$ 平面 BEF ;

(2) 求多面体 $ABCDEF$ 的体积.

22. (本小题满分 12 分)

在数学中, 三角函数的孪生兄弟是双曲函数, 其中双曲余弦函数 $\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$. 令 $f(x) = \cosh x$.

(1) 证明: 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并证明;

(2) 若对任意 $\theta, x \in \mathbf{R}$, 有 $f[m(\sin \theta + \cos \theta)] \leq f(e^x + \sqrt{2})$.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

