2023届高三上

数学（理

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部

第Ⅰ卷（选择题　共60分）

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1. 若集合 $A=\{x|(x-2)(2x-1)\leq 0\}$，$B=\{y|y=2^x+1\}$，则 $A\cap B=$（ B ）

$\frac{1}{2}\leq x\leq 2$

A. $\left[\frac{1}{2},1\right)$　　B. $(1,2]$　　C. $[1,2]$　　D. $(2,+\infty)$

2. 命题"所有能被4整除的整数都是偶数"的否定是（ D ）

A. 所有不能被4整除的整数都是偶数　　B. 所有能被4整除的整数都不是偶数

C. 存在一个不能被4整除的整数是偶数　　D. 存在一个能被4整除的整数不是偶数

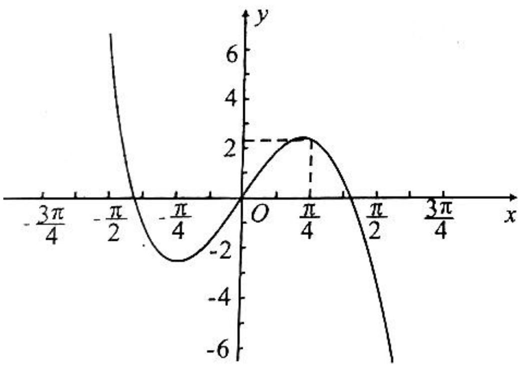
3. 若复数 $z=\dfrac{a-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}(a\in\mathbf{R})$ 在复平面内对应的点位于虚轴上，则 $a=$（ A ）

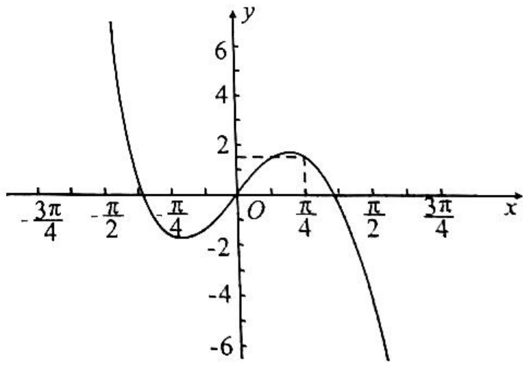
A. 1　　B. -1　　C. -3　　D. -4

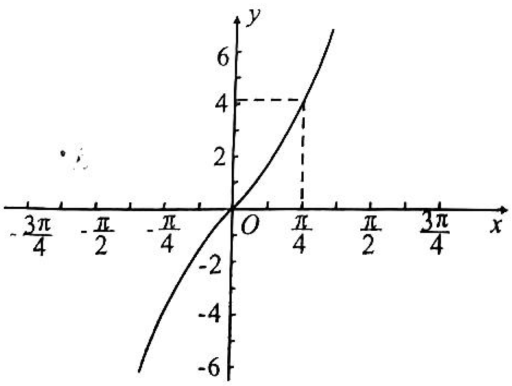
4. 已知平面向量 $\boldsymbol{m}=(2,-3)$，$\boldsymbol{n}=(1,1)$，若 $(\lambda\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n})\perp\boldsymbol{n}$，则实数 λ 的值为（ D ）

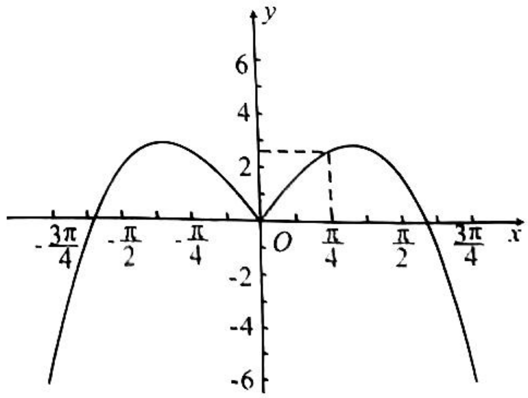
A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. 2　　D. -2

5. 函数 $f(x)=\sin 2x-2x^3+3x$ 的图象大致为（ A ）

A.


B.


C.


D.


学期11月段考

科）试题

分。满分150分，考试时间120分钟。请在答题卡上作答。

6. 中国古代著作《张丘建算经》有这样一个问题："今有马行转迟，次日减半疾，七日行七百里"，意思是说有一匹马行走的速度逐渐减慢，每天行走的里程是前一天的一半，七天一共行走了700里路，则该马第六天走的里程数为（　　）

A. $\frac{350}{127}$　　B. $\frac{700}{127}$　　C. $\frac{1400}{127}$　　D. $\frac{2800}{127}$

7. 若$\sqrt{6}\sin\alpha-\sqrt{2}\cos\alpha=1$，则$\sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=$（　　）

A. $-\frac{2}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $-\frac{3}{4}$　　D. $\frac{3}{4}$

8. 已知m,n是两条不同直线，α,β是两个不同的平面，下列说法正确的是（　　）

A. 若$m\perp\alpha$，$m\perp n$，则$n//\alpha$　　B. 若$m//\alpha$，$n//\alpha$，则$m//n$

C. 若$m//\beta$，$m\subset\alpha$，$\alpha\cap\beta=n$，则$m//n$　　D. 若$m\subset\alpha$，$\alpha\perp\beta$，则$m\perp\beta$

9. 若正实数x，y满足$2x+y=xy$，则$x+2y$（

A. 有最小值8　　B. 有最小值9　　C. 有最大值8　　D. 有最大值9

10. 在$\triangle ABC$中，内角A,B,C所对的边分别为a,b,c，则下列四个条件中能够使角A被唯一确定的是（　　）

①$\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$；②$\cos A=-\frac{\sqrt{3}}{2}$；③$\cos B=-\frac{1}{2},b=3a$；④$\angle C=45°,b=2,c=\sqrt{3}$.

A. ①②　　B. ②③　　C. ②④　　D. ②③④

11. 已知函数$f(x)=\left|\sin\frac{x}{3}\right|+\cos\left(\frac{x}{3}+\frac{\pi}{6}\right)$，则下列说法正确的是（

A. $f(x)$的最小正周期为3π　　B. $f(x)$的最大值为2

C. $f(x)$在$[-6\pi,-5\pi]$上单调递增　　D. $f(x)$在$[-6\pi,6\pi]$上有4个零点

12. 若函数$f(x)=x^2-1$与$g(x)=a\ln x-1$的图象存在公共切线，则实数a的最大值为（　　）

A. $2e$　　B. e　　C. $\sqrt{e}$　　D. e^2

第II卷（非选择题　共90分）

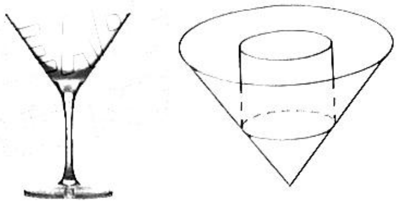
二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分.）

13. 记函数$f(x)$的导函数为$f'(x)$，且满足$f(x)=3xf'(2)-2\ln x$，则$f(1)=$________.

14. 若向量a,b满足$|a|=|b|=|a+b|=2$，则$|a-2b|=$________.

15. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且a_1,a_2,a_3成等差数列，若$2S_{n+1}+1=S_n+S_{n+2}$，则使得$S_k=0,a_{k+1}=4$同时成立的k的值为________.

16. 如图，某款酒杯的容器部分为圆锥，且该圆锥的轴截面为面积是 $9\sqrt{3}\ \text{cm}^2$ 的正三角形.若在该酒杯内放置一个圆柱形冰块，要求冰块高度不超过酒杯口高度，则酒杯可放置圆柱形冰块的最大体积为________cm^3.



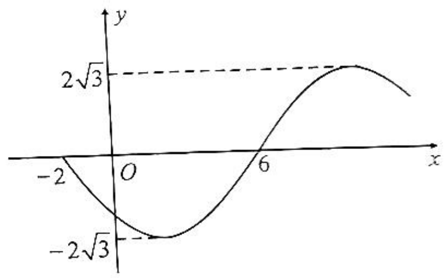
三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

17.（本题满分 10 分）

已知函数 $f(x)=A\cos(\omega x+\varphi)$（其中 $A>0$，$\omega>0$，$0<\varphi<\pi$）的部分图象如图所示.

（1）求函数 $f(x)$ 的解析式； $2\sqrt{3}\cos(\frac{\pi}{8}x+\frac{\pi}{4})$

（2）将 $f(x)$ 的图象向右平移 2 个单位长度，再将所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$（纵坐标不变），得到函数 $g(x)$ 的图象. 求函数 $y=g(x)$（$x\in[-2,1]$）的值域. $[-\sqrt{6}, 2\sqrt{3}]$



18.（本题满分 12 分）

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，其中 $a_3=17$，$S_7=147$；等比数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，其中 $b_3=\frac{2}{9}$，$b_6=\frac{2}{243}$.

（1）求数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 的通项公式；

（2）记 $c_n=a_n+T_n$，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 Q_n.

19.（本题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=2\log_2 x+\log_{\frac{1}{2}} x$.

（1）求 $f(x)$ 在区间 $[1,8]$ 上的最大值；

（2）设函数 $g(x)=f(x+a)$，其中 $a>0$，若对任意 $t\in\left[\frac{1}{2},1\right]$，$g(x)$ 在区间 $[t,t+1]$ 上的最大值与最小值的差不超过1，求 a 的取值范围.

20.（本小题满分 12 分）

在锐角 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $\dfrac{\cos B}{\cos C}=\dfrac{b}{2a-c}$.

（1）求角 B 的大小；

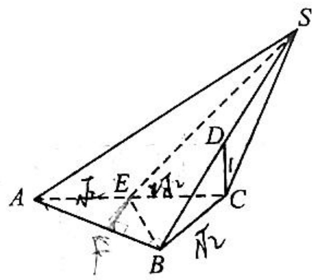
（2）若 $b=2\sqrt{3}$，求 $\triangle ABC$ 周长的取值范围.

21.（本小题满分 12 分）

如图，在三棱锥 $S-ABC$ 中，D,E 分别为 SB,AC 的中点，且 $AE=BE$，$CD\perp$ 平面 ABC.

（1）求证：$SC\perp AB$；

（2）若 $AC=2BC=2\sqrt{2}$，$CD=1$，求二面角 $B-AS-C$ 的正弦值.



22.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=(x-1)^2 e^x$.

（1）求 $f(x)$ 的极值；

（2）判断函数 $g(x)=\ln x-\dfrac{1}{2}x^2+f(x)$ 的零点个数，并说明理由.

2023届高三上学期11月段考

数学（理科）参考答案

一、选择题（本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	D	A	D	A	C	D	C	B	B	D	A

1\. B　由题意得，$A=\left\{x\left|\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant 2\right.\right\}$，　$B=\{y|y>1\}$，$\therefore A\cap B=(1,2]$，故选 B.

2\. D　全称量词命题的否定是存在量词否定，且只否定结论，所以“所有能被 4 整除的整数都是偶数”的否定是“存在一个能被 4 整除的整数不是偶数”. 故选 D.

3\. A　$z=\frac{a-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=\frac{(a-\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{2}=\frac{a-1}{2}-\frac{a+1}{2}\mathrm{i}$，由题意得，$z$ 的实部为 0，$\therefore \frac{a-1}{2}=0$，$\therefore a=1$. 故选 A.

4\. D　由题意得，$\lambda\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n}=(2\lambda-1,-3\lambda-1)$，$\because (\lambda\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n})\perp\boldsymbol{n}$，$\therefore 2\lambda-1-3\lambda-1=0$，$\therefore \lambda=-2$，故选 D.

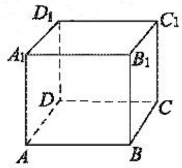
5\. A　$\because f(-x)=\sin(-2x)-2(-x)^3+3(-x)=-f(x)$，$f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，$\therefore f(x)$ 为奇函数，图象关于原点对称，排除 D；$f\left(\frac{\pi}{4}\right)=1-\frac{\pi^3}{32}+\frac{3\pi}{4}>2$，排除 B；$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{\pi^3}{4}+\frac{3\pi}{2}<0$，排除 C. 故选 A.

6\. C　由题意得，该马第 n 天走的里程数构成公比为 $\frac{1}{2}$ 的等比数列 $\{a_n\}$，则 $\frac{a_1\left(1-\frac{1}{2^7}\right)}{1-\frac{1}{2}}=700$，解得 $a_1=\frac{2^7\times 350}{127}$，故该马第六天走了 $\frac{2^7\times 350}{127}\times\frac{1}{2^5}=\frac{1400}{127}$ 里路. 故选 C.

7\. D　$\because \sqrt{6}\sin\alpha-\sqrt{2}\cos\alpha=2\sqrt{2}\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=1$，　$\therefore \sin\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{2}}{4}$，

$\therefore \sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{3}-2\alpha\right)=\cos\left(2\alpha-\frac{\pi}{3}\right)=1-2\sin^2\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3}{4}$，故选 D.

8\. C　如图，令 $m=AA_1, n=AD, \alpha=$平面 $ABCD$，满足 $m\perp\alpha$，$m\perp n$，此时 $n\subset\alpha$，故 A 错误；令 $m=A_1B_1, n=B_1C_1, \alpha=$平面 $ABCD$，满足 $m//\alpha$，$n//\alpha$，此时 $m\perp n$，故 B 错误；由线面平行的性质知，$m//n$，故 C 正确；令 $m=BC_1$，$\alpha=$平面 BCC_1B_1，$\beta=$平面 $ABCD$，满足 $m\subset\alpha$，$\alpha\perp\beta$，此时 $m\perp\beta$ 不成立，故 D 错误. 故选 C.

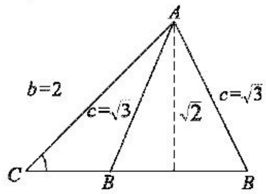


9\. B　由 $2x+y=xy$ 得 $\frac{2}{y}+\frac{1}{x}=1$，则 $x+2y=(x+2y)\left(\frac{2}{y}+\frac{1}{x}\right)=\frac{2x}{y}+\frac{2y}{x}+5\geqslant 2\sqrt{\frac{2x}{y}\cdot\frac{2y}{x}}+5=9$，当且仅当 $x=y=3$ 时等号成立，故 $x+2y$ 有最小值 9. 故选 B.

10\. B　对于①$\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则 $A=\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{2\pi}{3}$，故①不满足题意；对于②$\cos A=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，则 $A=\frac{5\pi}{6}$，故②

满足题意；对于③$\cos B=-\frac{1}{2},b=3a$，则 $B=\frac{2\pi}{3},A\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right),\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\because b=3a$，

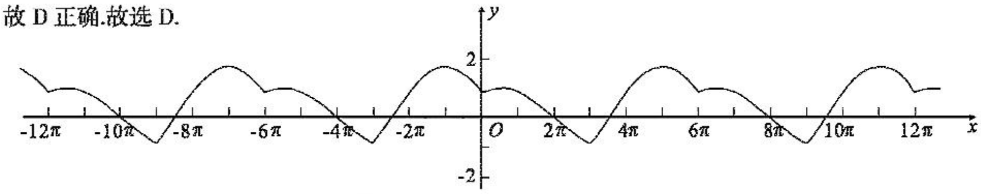
$\therefore \sin B=3\sin A$，$\therefore \sin A=\frac{\sin B}{3}=\frac{\sqrt{3}}{6}$，则角 A 被唯一确定，故③满足题意；对于④$\angle C=45°$，$b=2,c=\sqrt{3}$，$\because b\sin C=\sqrt{2}<c<b$，$\therefore$ 如图所示，角 A 不唯一，故④不满足题意．故选 B.



11. D $f(x+6\pi)=\left|\sin\left(\frac{x}{3}+2\pi\right)\right|+\cos\left(\frac{x}{3}+2\pi+\frac{\pi}{6}\right)=\left|\sin\frac{x}{3}\right|+\cos\left(\frac{x}{3}+\frac{\pi}{6}\right)=f(x)$；当 $x\in[0,3\pi]$ 时，

$f(x)=\sin\frac{x}{3}+\cos\left(\frac{x}{3}+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}\sin\frac{x}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\frac{x}{3}=\sin\left(\frac{x}{3}+\frac{\pi}{3}\right)$，当 $x\in(3\pi,6\pi]$ 时，

$f(x)=-\sin\frac{x}{3}+\cos\left(\frac{x}{3}+\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{3}{2}\sin\frac{x}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\frac{x}{3}=\sqrt{3}\cos\left(\frac{x}{3}+\frac{\pi}{3}\right)$，作出函数 $f(x)$ 的图象如图所示，观察可知，函数 $f(x)$ 的最小正周期为 6π，故 A 错误；函数 $f(x)$ 的最大值为 $\sqrt{3}$，故 B 错误；函数 $f(x)$ 在 $[-6\pi,-5\pi]$ 上先增后减，故 C 错误；$f(x)$ 与 x 轴在 $[-6\pi,6\pi]$ 上有 4 个交点，故 D 正确.故选 D.



12. A 由题意得，$f'(x)=2x$，$g'(x)=\frac{a}{x}$．设公切线与 $f(x)=x^2-1$ 的图象切于点 (x_1,x_1^2-1)，与 $g(x)=a\ln x-1$ 的图象切于点 $(x_2,a\ln x_2-1)$，$\therefore 2x_1=\frac{a}{x_2}=\frac{(a\ln x_2-1)-(x_1^2-1)}{x_2-x_1}=\frac{a\ln x_2-x_1^2}{x_2-x_1}$，

$\therefore a=2x_1x_2\neq 0$，$\therefore 2x_1=\frac{2x_1x_2\ln x_2-x_1^2}{x_2-x_1}$，$\therefore x_1=2x_2-2x_2\ln x_2$，$\therefore a=2x_1x_2=4x_2^2-4x_2^2\ln x_2$.

设 $h(x)=4x^2-4x^2\ln x$，则 $h'(x)=4x(1-2\ln x)$，$\therefore h(x)$ 在 $(0,\sqrt{e})$ 上单调递增，在 $(\sqrt{e},+\infty)$ 上单调递减，$\therefore h(x)_{\max}=h(\sqrt{e})=2e$，$\therefore$ 实数 a 的最大值为 $2e$，故选 A.

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.）

13. $\frac{3}{2}$

由题意得，$f'(x)=3f'(2)-\frac{2}{x}$，$\therefore f'(2)=3f'(2)-1$，解得 $f'(2)=\frac{1}{2}$，$\therefore f(x)=\frac{3}{2}x-2\ln x$，

$\therefore f(1)=\frac{3}{2}$.

14. $2\sqrt{7}$

$\because |\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=2$，$\therefore (\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2=\boldsymbol{a}^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2=4+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+4=4$，$\therefore \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-2$，

$\therefore (\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})^2=\boldsymbol{a}^2-4\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+4\boldsymbol{b}^2=4-4\times(-2)+4\times4=28$，$\therefore |\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}|=2\sqrt{7}$.

15. 7

$S_{n+1}-S_n+1=S_{n+2}-S_{n+1}$，即 $a_{n+2}-a_{n+1}=1$，又 $2a_2=a_1+a_3$，即 $a_2-a_1=a_3-a_2$，故数列 $\{a_n\}$ 是公差为1的等差数列，则 $\begin{cases} S_k=ka_1+\dfrac{k(k-1)}{2}=0 \\ a_{k+1}=a_1+k=4 \end{cases}$，解得 $a_1=-3, k=7$.

16. $4\sqrt{3}\pi$

设圆锥底面圆的半径为 R cm，圆柱形冰块的底面圆半径为 x cm，高为 h cm，由题意得，$\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times(2R)^2=9\sqrt{3}$，解得 $R=3$，$h\leqslant\tan\dfrac{\pi}{3}\cdot(R-x)=\sqrt{3}(3-x)(0<x<3)$. 设圆柱形冰块的体积为 V cm^3，则 $V\leqslant\sqrt{3}\pi x^2\cdot(3-x)(0<x<3)$. 设 $f(x)=\sqrt{3}\pi x^2(3-x)$，则 $f'(x)=3\sqrt{3}\pi x(2-x)$，当 $0<x<2$ 时，$f'(x)>0$；当 $2<x<3$ 时，$f'(x)<0$，$\therefore f(x)$ 在 $x=2$ 处取得极大值，也是最大值，即 $f(x)_{\max}=f(2)=4\sqrt{3}\pi$，故酒杯可放置圆柱形冰块的最大体积为 $4\sqrt{3}\pi$ cm^3.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

17.（本题满分 10 分）

（1）由图知，$A=2\sqrt{3}$，$\dfrac{2\pi}{\omega}=2\times(6+2)$，解得 $\omega=\dfrac{\pi}{8}$，

即 $f(x)=2\sqrt{3}\cos\left(\dfrac{\pi}{8}x+\varphi\right)$. ……………………3 分

由图知，函数 $f(x)$ 的图象过点 $(2,-2\sqrt{3})$，$\therefore\dfrac{\pi}{4}+\varphi=\pi+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$，

$\because 0<\varphi<\pi$，$\therefore\varphi=\dfrac{3\pi}{4}$，$\therefore f(x)=2\sqrt{3}\cos\left(\dfrac{\pi}{8}x+\dfrac{3\pi}{4}\right)$. ……………………6 分

（2）由题意得，$g(x)=2\sqrt{3}\cos\left(\dfrac{\pi x}{4}+\dfrac{\pi}{2}\right)=-2\sqrt{3}\sin\dfrac{\pi x}{4}$. ……………………8 分

$\because x\in[-2,1]$，$\therefore\dfrac{\pi x}{4}\in\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{4}\right]$，$\therefore g(x)\in\left[-\sqrt{6},2\sqrt{3}\right]$，

即函数 $y=g(x)$（$x\in[-2,1]$）的值域为 $\left[-\sqrt{6},2\sqrt{3}\right]$. ……………………10 分

18.（本题满分 12 分）

（1）记等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，等比数列 $\{b_n\}$ 的公比为 q，

由题意得，$S_7=7a_4=147$，解得 $a_4=21$，$\therefore d=a_4-a_3=4$，

$\therefore a_n=a_3+(n-3)d=17+4(n-3)=4n+5$. ……………………3 分

$\because\dfrac{b_6}{b_3}=\dfrac{\frac{2}{243}}{\frac{2}{9}}=\dfrac{1}{27}=q^3$，$\therefore q=\dfrac{1}{3}$，

$\therefore b_n=b_3q^{n-3}=\dfrac{2}{9}\times\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-3}=\dfrac{2}{3^{n-1}}$. ……………………6 分

（2）由（1）得，$b_1=2$，$T_n=\dfrac{2\cdot\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right]}{1-\frac{1}{3}}=3-\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}$，……………………8 分

$\therefore c_n = 4n+5+3-\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = 4n-\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}+8$，

$\therefore Q_n = 4(1+2+\cdots+n)-\left[1+\left(\frac{1}{3}\right)^1+\left(\frac{1}{3}\right)^2+\cdots+\left(\frac{1}{3}\right)^n\right]+(8+8+\cdots+8)$

$= 4\cdot\frac{(1+n)n}{2}-\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^n}{1-\frac{1}{3}}+8n = 2n^2+10n+\frac{1}{2\cdot 3^{n-1}}-\frac{3}{2}$. ……………………12分

19.（本题满分12分）

（1）$\because f(x)=2\log_2 x+\log_{\frac{1}{2}} x = 2\log_2 x-\log_2 x=\log_2 x$，……………………3分

$\therefore f(x)$在$[1,8]$上单调递增，$\therefore f(x)_{\max}=f(8)=3$，

即$f(x)$在区间$[1,8]$上的最大值为3．……………………5分

（2）由题意得，$g(x)=\log_2(x+a)$，易得$g(x)$在$[t,t+1]$上单调递增，

$\therefore$对任意$t\in\left[\frac{1}{2},1\right]$，$g(t+1)-g(t)\leqslant 1$成立，……………………7分

即$\log_2(t+1+a)-\log_2(t+a)\leqslant 1$，$\therefore 0<t+1+a\leqslant 2(t+a)$，……………………9分

$\therefore a\geqslant 1-t$，$\therefore a\geqslant\frac{1}{2}$，即$a$的取值范围为$\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$．……………………12分

20.（本小题满分12分）

（1）利用正弦定理化简得$\frac{\cos B}{\cos C}=\frac{b}{2a-c}=\frac{\sin B}{2\sin A-\sin C}$，……………………1分

整理得$\sin B\cos C=2\sin A\cos B-\sin C\cos B$，

即$2\sin A\cos B=\sin B\cos C+\cos B\sin C=\sin(B+C)=\sin A$，……………………4分

$\because \sin A\neq 0$，$\therefore \cos B=\frac{1}{2}$，$\because 0<B<\frac{\pi}{2}$，$\therefore B=\frac{\pi}{3}$．……………………6分

（2）$\because \frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}=\frac{b}{\sin B}=\frac{2\sqrt{3}}{\sin\frac{\pi}{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=4$，$\therefore a=4\sin A$，$c=4\sin C$，……………………7分

$\therefore a+c=4\sin A+4\sin C=4\sin A+4\sin\left(\frac{2\pi}{3}-A\right)=6\sin A+2\sqrt{3}\cos A=4\sqrt{3}\sin\left(A+\frac{\pi}{6}\right)$．

……………………8分

$\because\triangle ABC$是锐角三角形，$\therefore\begin{cases}0<A<\frac{\pi}{2}\\0<\frac{2\pi}{3}-A<\frac{\pi}{2}\end{cases}$，解得$\frac{\pi}{6}<A<\frac{\pi}{2}$，……………………9分

$\therefore\frac{\pi}{3}<A+\frac{\pi}{6}<\frac{2\pi}{3}$，$\therefore\frac{\sqrt{3}}{2}<\sin\left(A+\frac{\pi}{6}\right)\leqslant 1$，……………………10分

$\therefore 6<4\sqrt{3}\sin\left(A+\frac{\pi}{6}\right)\leqslant 4\sqrt{3}$，即$6<a+c\leqslant 4\sqrt{3}$，而$b=2\sqrt{3}$，

$\therefore\triangle ABC$周长的取值范围为$(6+2\sqrt{3},6\sqrt{3}]$．……………………12分

21.（本小题满分 12 分）

（1）$\because E$ 为 AC 的中点，且 $AE=BE$，$\therefore \angle ABC=\dfrac{\pi}{2}$，即 $AB\perp BC$.

$\because CD\perp$ 平面 ABC，$\therefore CD\perp AB$. ……………………3 分

又 $BC\cap CD=C$，$\therefore AB\perp$ 平面 BCD，$\therefore AB\perp SC$. ……………………4 分

（2）由（1）知，以 BC 为 x 轴，BA 为 y 轴，过点 B 垂直于平面 ABC 的直线为 z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系，

则 $B(0,0,0)$，$A(0,\sqrt{6},0)$，$C(\sqrt{2},0,0)$，$D(\sqrt{2},0,1)$，$S(2\sqrt{2},0,2)$，

$\therefore \overrightarrow{BA}=(0,\sqrt{6},0)$，$\overrightarrow{BS}=(2\sqrt{2},0,2)$，$\overrightarrow{AC}=(\sqrt{2},-\sqrt{6},0)$，$\overrightarrow{SC}=(-\sqrt{2},0,-2)$. …………6 分

设平面 SAB 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x_1,y_1,z_1)$，则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BA}=0\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BS}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}\sqrt{6}y_1=0\\ 2\sqrt{2}x_1+2z_1=0\end{cases}$，

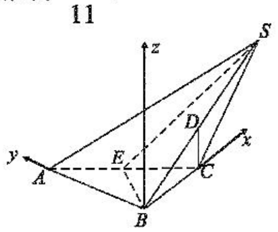
令 $x_1=1$，得 $\boldsymbol{n}=(1,0,-\sqrt{2})$. ……………………8 分

设平面 SAC 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(x_2,y_2,z_2)$，则 $\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{AC}=0\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{SC}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}\sqrt{2}x_2-\sqrt{6}y_2=0\\ -\sqrt{2}x_2-2z_2=0\end{cases}$，

令 $z_2=-3$，得 $\boldsymbol{m}=(3\sqrt{2},\sqrt{6},-3)$，……………………10 分

$\therefore$ 二面角 $B-AS-C$ 的余弦值为 $\cos<\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}>=\dfrac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}|\cdot|\boldsymbol{n}|}=\dfrac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}\times\sqrt{33}}=\dfrac{2\sqrt{22}}{11}$，………………11 分

$\therefore$ 二面角 $B-AS-C$ 的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{33}}{11}$. ……………………12 分



22.（本小题满分 12 分）

（1）$f'(x)=(x-1)^2e^x+2(x-1)e^x=(x+1)(x-1)e^x$，

令 $f'(x)>0$，解得 $x<-1$ 或 $x>1$，令 $f'(x)<0$，解得 $-1<x<1$，

则函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,-1)$ 上单调递增，$(-1,1)$ 上单调递减，$(1,+\infty)$ 上单调递增，

$\therefore f(x)$ 在 $x=-1$ 处取得极大值，在 $x=1$ 处取得极小值，……………………3 分

$\therefore f(x)$ 的极大值为 $f(-1)=\dfrac{4}{e}$，极小值为 $f(1)=0$. ……………………4 分

（2）由题意得，$g(x)=\ln x-\dfrac{1}{2}x^2+(x-1)^2e^x$，定义域为 $(0,+\infty)$，

$\therefore g'(x)=\dfrac{1}{x}-x+(x^2-1)e^x=(x+1)(x-1)\left(e^x-\dfrac{1}{x}\right)$. ……………………5 分

设 $h(x)=e^x-\dfrac{1}{x}(x>0)$，$\therefore h'(x)=e^x+\dfrac{1}{x^2}>0$，$\therefore h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

$\because h\left(\frac{1}{2}\right)=\sqrt{e}-2<0, h(1)=e-1>0$，$\therefore$存在唯一$x_0\in\left(\frac{1}{2},1\right)$，使得$h\left(x_0\right)=0$，

即$e^{x_0}-\frac{1}{x_0}=0, e^{x_0}=\frac{1}{x_0}, -x_0=\ln x_0$，……………………7分

当$0<x<x_0$时，$h(x)<0$，即$g'(x)>0$，当$x_0<x<1$时，$h(x)>0$，即$g'(x)<0$，

当$x>1$时，$h(x)>0$，即$g'(x)>0$，

$\therefore g(x)$在$\left(0,x_0\right)$上单调递增，在$\left(x_0,1\right)$上单调递减，在$(1,+\infty)$上单调递增，

$\therefore$当$x=x_0$时，$g(x)$取得极大值，且极大值为

$g\left(x_0\right)=\ln x_0-\frac{1}{2}x_0^2+\left(x_0-1\right)^2 e^{x_0}=-\frac{1}{2}x_0^2+\frac{1}{x_0}-2$．……………………9分

设$F(x)=-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{x}-2\left(\frac{1}{2}<x<1\right)$，易得$F(x)$在$\left(\frac{1}{2},1\right)$上单调递减，

$\therefore F(x)<F\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{8}<0$，$\therefore g(x)$在$(0,1)$上无零点．……………………11分

$\because g(1)=-\frac{1}{2}<0, g(2)=e^2-2+\ln 2>0$，$\therefore g(x)$在$(1,+\infty)$上有且只有一个零点．

综上所述，$g(x)$有且只有一个零点．……………………12分

以上各解答题如有不同解法并且正确，请按相应步骤给分.