

秘密 ★ 启用前【考试时间:2022年12月27日15:00~17:00】

遂宁市高 2023 届第一次诊断性考试

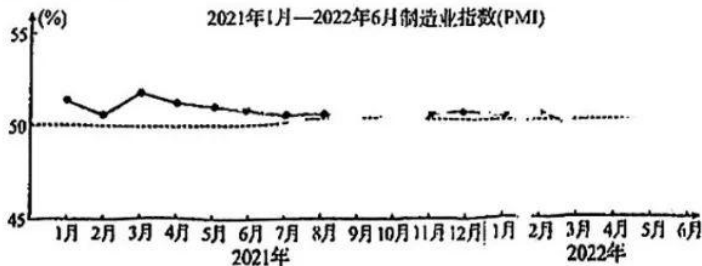
数 学(理工类)

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, i 是虚数单位,若 $a+2i$ 与 $1+bi$ 互为共轭复数,则 $(a+bi)^2 =$
 A. $5-4i$ B. $5+4i$ C. $-3-4i$ D. $-3+4i$
2. 已知集合 $A = \{x | x^2 + x - 6 < 0\}$, $B = \{x | -1 < x < 3\}$, 则 $A \cup B =$
 A. $(-3, 3)$ B. $(-2, 3)$ C. $(-1, 5)$ D. $(-5, 3)$
3. 采购经理指数(PMI),是通过对企业采购经理的月度调查结果统计汇总、编制而成的指数,它涵盖了企业采购、生产、流通等各个环节,包括制造业和非制造业领域,是国际上通用的监测宏观经济走势的先行性指数之一,具有较强的预测、预警作用.制造业 PMI 高于 50% 时,反映制造业较上月扩张;低于 50%,则反映制造业较上月收缩.下图为我国 2021 年 1 月~2022 年 6 月制造业采购经理指数(PMI)统计图.

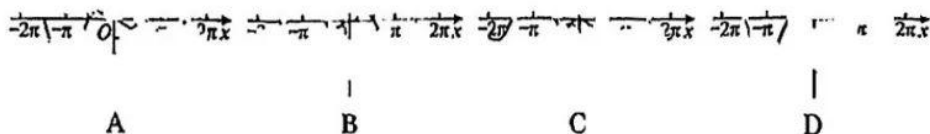


根据统计图分析,下列结论最恰当的一项为

- A. 2021 年第二、三季度的各月制造业在逐月收缩
 - B. 2021 年第四季度各月制造业在逐月扩张
 - C. 2022 年 1 月至 4 月制造业逐月收缩
 - D. 2022 年 6 月 PMI 重回临界点以上,制造业景气水平呈恢复性扩张
4. 已知函数 $f(x) = 2^x + \frac{4}{2^x} (x \in \mathbf{R})$, 则 $f(x)$ 的图象
 A. 关于直线 $x=1$ 对称 B. 关于点 $(1, 0)$ 对称
 C. 关于直线 $x=0$ 对称 D. 关于原点对称
 5. 党的二十大报告既鼓舞人心,又催人奋进.为学习贯彻党的二十大精神,某宣讲小分队将 5 名宣讲员分配到 4 个社区宣讲,每个宣讲员只分配到 1 个社区,每个社区至少分配 1 名宣讲员,则不同的分配方案共有
 A. 480 种 B. 240 种 C. 120 种 D. 60 种

数学(理工类)试题 第 1 页(共 4 页)

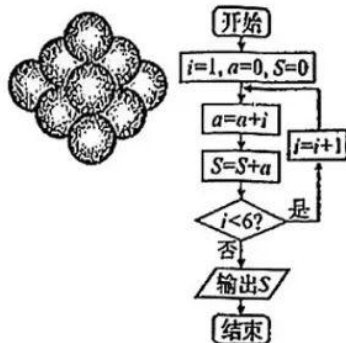
6. 函数 $f(x) = \frac{2x^3 \cos x}{e^x + e^{-x}}$ 在区间 $[-2\pi, 2\pi]$ 上的图象大致为



7. 已知 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{3}$, 则 $\sin(2\alpha + \frac{5\pi}{6})$ 的值为

- A. $-\frac{7}{9}$ B. $-\frac{4\sqrt{2}}{9}$ C. $\frac{4\sqrt{2}}{9}$ D. $\frac{7}{9}$

8. 如图所示的形状出现在南宋数学家杨辉所著的《详解九章算术·商功》中, 后人称为“三角垛”. “三角垛”的最上层有 1 个球, 第二层有 3 个球, 第三层有 6 个球, ... 右图所示的程序框图给出了计算“三角垛”小球总数的一个算法, 执行该程序框图, 输出的 S 即为小球总数, 则 $S =$



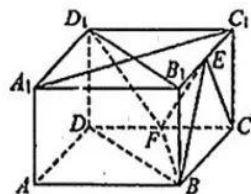
- A. 35
B. 56
C. 84
D. 120

9. 过抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 且倾斜角为锐角的直线 l_1 与 C 交于两点 A, B (横坐标分别为 x_A, x_B , 点 A 在第一象限), l_2 为 C 的准线, 过点 A 与 l_2 垂直的直线与 l_2 相交于点 M . 若 $|AF| = |FM|$, 则 $\frac{x_A}{x_B} =$

- A. 3 B. 6 C. 9 D. 12

10. 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 为正方形, E, F 分别为 B_1C_1, CD 的中点, 直线 BE 与平面 ABB_1A_1 所成角为 45° , 给出下列结论:

- ① $EF \parallel$ 平面 BB_1D_1D ;
② $EF \perp A_1C_1$;
③ 异面直线 BE 与 D_1F 所成角为 60° ;
④ 三棱锥 $B-CEF$ 的体积为长方体体积的 $\frac{1}{12}$.



其中, 所有正确结论的序号是

- A. ①②③ B. ①②④ C. ②③④ D. ①②③④

11. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点为 F_1 , 离心率为 e , 直线 $y = kx (k \neq 0)$ 与 C 交于点

M, N , 且 $\vec{F_1M} \cdot \vec{NF_1} = \frac{4}{3}$, $\angle MF_1N = 120^\circ$. 当 $\frac{1}{8}a^2 - e^2$ 取最小值时, 椭圆 C 的离心率为

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

12. 设 $a = 0.035, b = 2.25(e^{0.01} - 1), c = 4 \ln 1.01$, 则 a, b, c 的大小关系是

- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $b < c < a$ D. $b < a < c$

二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分。

$$x-2y-4 \leq 0,$$

13. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y-2 \geq 0, \\ y \leq 0, \end{cases}$ 则 $z=2x-3y$ 的最大值为_____。

14. 已知向量 $a=(1,3), b=(2,-4)$, 则向量 a 与向量 b 的夹角为_____。

15. 若函数 $f(x)=\sin \omega x+\sqrt{3} \cos \omega x(\omega>0)$ 的最小正周期为 π , 则满足条件“ $f(x+\varphi)$ 是偶函数”的 φ 的一个值为_____ (写出一个满足条件的 φ 即可)。

16. 已知 O 是边长为 3 的正三角形 ABC 的中心, 点 P 是平面 ABC 外一点, $PO \perp$ 平面 ABC , 二面角 $P-AB-C$ 的大小为 60° , 则三棱锥 $P-ABC$ 外接球的表面积为_____。

三、解答题:共70分。解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题,考生依据要求作答。

(一)必考题:共60分。

17. (12分)

某企业为改进生产,现就某产品及成本相关数据进行统计。现收集了该产品的成本费 y (单位:万元/吨)及同批次产品生产数量 x (单位:吨)的20组数据。现分别用两种模型① $y=bx+a$,

② $y = \frac{d}{x} + c$ 进行拟合,据收集到的数据,计算得到如下值:

\bar{x}	\bar{y}	\bar{t}	$\sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2$	$\sum_{i=1}^{20} (t_i - \bar{t})^2$	$\sum_{i=1}^{20} (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})$	$\sum_{i=1}^{20} (y_i - \bar{y})(t_i - \bar{t})$
14.5	10	0.08	665	0.04	-450	4

表中 $t_i = \frac{1}{x_i}, \bar{t} = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} t_i$ 。

若用 $R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$ 刻画回归效果,得到模型①、②的 R^2 值分别为 $R_1^2 = 0.7891$,

$$R_2^2 = 0.9485.$$

(1) 利用 R_1^2 和 R_2^2 比较模型①、②的拟合效果,应选择哪个模型?并说明理由;

(2) 根据(1)中所选择的模型,求 y 关于 x 的回归方程;并求同批次产品生产数量为 25(吨)时 y 的预报值。

附:对于一组数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, 其回归直线 $\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x$ 的斜率和截距的最小

$$\text{二乘法估计分别为 } \hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x}.$$

18. (12分)

已知 $\{a_n\}$ 为等差数列,且 $a_1=1, a_6=3(a_4-a_2)$ 。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足: $b_1+2b_2+2^2b_3+\dots+2^{n-1}b_n = \frac{a_n}{2} (n \in \mathbb{N}^*)$, 求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n 。

19. (12分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,从下列三个条件中选择一个并解答问题:

① $\frac{2\cos A}{bc} = \frac{\cos B}{ab} + \frac{\cos C}{ac}$; ② $\cos C - \sqrt{3}\sin C = \frac{b-2c}{a}$; ③ $a^2 - c^2 + \frac{1}{2}bc = ab\cos C$.

(1)求角 A 的大小;

(2)若 $c=3$,且 $\triangle ABC$ 的面积为 $3\sqrt{3}$,求 $\triangle ABC$ 的周长.

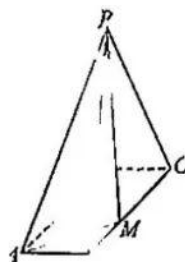
注:如果选择多个条件分别解答,按第一个解答计分.

20. (12分)

如图,四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是矩形, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, $PD=AD=\sqrt{3}AB$.

(1)试在棱 BC 上确定一点 M ,使得平面 $PAM \perp$ 平面 PBD ,并说明理由.

(2)在第(1)问的条件下,求二面角 $M-PA-C$ 的余弦值.



21. (12分)

已知函数 $f(x) = xe^{x-a} \left[\frac{1}{5}x^2 + x - 1 \right]$.

(1)若 $x=-1$ 是 $f(x)$ 的极小值点,求 a 的取值范围;

(2)若 $x \geq 0, f(x) \geq 0$,求 a 的取值范围.

(二)选考题:共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题记分。

22. [选修4-4:坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系 xOy 中,直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{3} + t\cos\alpha \\ y = t\sin\alpha \end{cases}$ (t 为参数).以坐标原点为极点,

x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2 = \frac{8}{5-3\cos 2\theta}$,直线 l 与曲线 C

相交于 A, B 两点, $M(\sqrt{3}, 0)$.

(1)求曲线 C 的直角坐标方程;

(2)若 $AM = 2MB$,求直线 l 的斜率.

23. [选修4-5:不等式选讲](10分)

已知 $a > 0, b > 0$,且 $a+b=2$.

(1)证明: $\frac{25}{2} \leq (a+2)^2 + (b+1)^2 < 17$;

(2)若不等式 $|3x+m+1| + |3x-m-1| \geq \sqrt{a+3} + \sqrt{b+3}$ 对任意 $x \in \mathbb{R}$ 恒成立,求 m 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

