

绝密★启用前

海南省 2022—2023 学年高三学业水平诊断(五)

数 学

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上，并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U = \mathbf{R}$ ，集合 $A = \{x | (x+3)(x-2) > 0\}$ ， $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ，

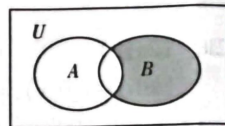
则 Venn 图中阴影部分表示的集合为

A. $\{1, 2\}$

B. $\{3, 4\}$

C. $\{0, 1, 2\}$

D. $\{0, 1, 2, 3\}$



2. 已知复数 $z = 1 - i$ ，则 $1 - i\bar{z} =$

A. i

B. $-i$

C. $2 + i$

D. $2 - i$

3. 已知 $f(x) = (m^2 + m - 5)x^m$ 为幂函数，则

A. $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增

B. $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减

C. $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增

D. $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减

4. 庑殿(图 1)是中国古代传统建筑中的一种屋顶形式，多用于宫殿、坛庙、重要门楼等高级建筑上，庑殿的基本结构包括四个坡面，坡面相交处形成 5 根屋脊，故又称“四阿殿”或“五脊殿”。图 2 是根据庑殿顶构造的多面体模型，底面 $ABCD$ 是矩形，且四个侧面与底面的夹角均相等，则



图 1

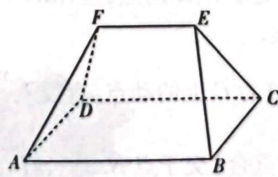


图 2

A. $AB = BC + EF$

B. $AB = \frac{BC}{2} + EF$

C. $AB = BC + \frac{EF}{2}$

D. $AB = 2BC - EF$

5. 从 5 对夫妻中任选 4 人，这 4 人恰好是 2 对夫妻的概率为

A. $\frac{2}{5}$

B. $\frac{1}{10}$

C. $\frac{1}{21}$

D. $\frac{1}{35}$

数学试题 第 1 页(共 4 页)

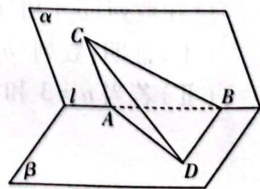


扫描全能王 创建

6. 若两条直线 $y=2x+a$ 和 $y=2x+b$ 均与圆 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 相交,且依次连接四个交点得到一个矩形,则 $a+b=$
- A. 4 B. 2 C. -2 D. -4
7. 若函数 $y=2\sin \omega x$ 与 $y=2\cos \omega x$ 的图象的任意连续三个交点均构成钝角三角形,则正实数 ω 的取值范围是
- A. $(0, \frac{\sqrt{3}\pi}{6})$ B. $(0, \frac{\sqrt{2}\pi}{4})$ C. $(\frac{\sqrt{3}\pi}{6}, +\infty)$ D. $(\frac{\sqrt{2}\pi}{4}, +\infty)$
8. 设函数 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上的导函数为 $f'(x)$,在 $(0, +\infty)$ 上 $f'(x) + \sin 2x < 0$,且 $\forall x \in \mathbf{R}$,有 $f(-x) + f(x) = 2\cos^2 x$,则
- A. $f(-\frac{2\pi}{3}) < f(-\frac{5\pi}{6})$ B. $f(-\pi) < f(0)$
- C. $f(\pi) < f(\frac{\pi}{4})$ D. $f(\frac{5\pi}{6}) < f(\frac{2\pi}{3})$

二、多项选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分.在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分.

9. 已知向量 $a = (\sqrt{3}, 1)$, $b = (\cos \theta, \sin \theta)$ ($0 \leq \theta \leq \pi$),则下列说法正确的是
- A. 若 $a \parallel b$,则 $\tan \theta = \sqrt{3}$ B. $a \cdot b$ 的取值范围为 $[-\sqrt{3}, 2]$
- C. 满足 $\langle a, b \rangle = \frac{\pi}{6}$ 的 θ 的值有2个 D. 存在 θ ,使得 $|a-b| = |a| + |b|$
10. 已知抛物线 $C: y^2 = 2x$ 的焦点为 F , $M(x_0, y_0)$ 是抛物线 C 上一个动点,点 $A(2, 0)$,则下列说法正确的是
- A. 若 $|MF| = 2$,则 $y_0 = \sqrt{3}$
- B. 过点 A 且与 C 有唯一公共点的直线仅有1条
- C. $|MF| + |MA|$ 的最小值为2
- D. 点 M 到直线 $x - y + 1 = 0$ 的最短距离为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$
11. 已知实数 x, y 满足 $(x+y)^2 = 3 + xy$,则
- A. $xy \leq 1$ B. $x+y \geq 2$ C. $2x+y \leq 2\sqrt{3}$ D. $x^2 + y^2 \geq 1 + xy$
12. 如图,已知二面角 $\alpha-l-\beta$ 的棱 l 上有 A, B 两点, $C \in \alpha, AC \perp l, D \in \beta, BD \perp l$,且 $AC = AB = BD = 1$,则下列说法正确的是
- A. 当 $\alpha \perp \beta$ 时,直线 CD 与平面 β 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- B. 当二面角 $\alpha-l-\beta$ 的大小为 60° 时,直线 AB 与 CD 所成角为 45°
- C. 若 $CD = 2$,则二面角 $C-BD-A$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{21}}{7}$
- D. 若 $CD = 2$,则四面体 $ABCD$ 的外接球的体积为 $\frac{5\sqrt{5}\pi}{6}$





三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 已知 $(x+1)^n$ 的展开式中 x^{n-2} 的系数为21,则正整数 $n =$ _____.

14. 从甲、乙两班各随机抽取5名同学,他们最近一次语文考试中作文得分如下:

甲班:45,45,46,47,48

乙班:47,48,49,50, a

若两组样本数据的方差相等,则 a 的值可以是_____.(写出1个 a 的可能取值即可)

15. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3=2$,函数 $f(x) = \frac{1}{2}x(x-a_1)(x-a_2)\cdots(x-a_5)$,则 $f'(0) =$ _____.

16. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左顶点为 A ,上、下顶点分别为 B, C ,右焦点为 F ,直线 AB

与 CF 交于点 P ,若 $|PF| = 3|AF|$,则 $\frac{S_{\triangle PBF}}{S_{\triangle ABF}} =$ _____ (S 表示面积).

四、解答题:共70分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. (10分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,且 $(\sin A - 2\sin 2B)\tan A = 4\sin^2 B$.

(I) 证明: $a^2 = 4bc$;

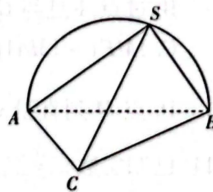
(II) 若 $A = \frac{2\pi}{3}$,求 $\frac{c}{b}$ 的值.

18. (12分)

如图所示,在三棱锥 $S-ABC$ 中, $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形,点 S 在以 AB 为直径的半圆上, $CA = CB = SC = \sqrt{2}$.

(I) 证明:平面 $SAB \perp$ 平面 ABC ;

(II) 若 $\sin \angle SAB = \frac{\sqrt{3}}{3}$,求直线 SA 与平面 SBC 所成角的正弦值.



19. (12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 满足: $a_1 = 1, a_n + b_n = a_{n+1}, a_n - b_n = \lambda (\lambda$ 为常数,且 $\lambda \neq 1)$.

(I) 证明:数列 $\{b_n\}$ 是等比数列;

(II) 若当 $n=3$ 和 $n=4$ 时,数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 取得最大值,求 S_n 的表达式.



20. (12分)

某汽车4S店的销售员的月工资由基本工资和绩效工资两部分组成,基本工资为 t (单位:元),绩效工资如下表:

月售车台数	0	1	2	3	4	≥ 5
绩效工资	0	$0.1t$	$0.3t$	$0.5t$	$0.8t$	$1.2t$

根据以往销售统计,该4S店平均一名销售员月售车台数的概率分布如下表:

月售车台数	0	1	2	3	4	≥ 5
概率	0.32	0.28	0.13	0.12	0.09	0.06

- (I) 求该4S店一名销售员的绩效工资大于 $0.4t$ 的概率;
 (II) 若已知该4S店一名销售员上个月工资大于 $1.2t$,求该销售员上个月卖出去3台车的概率;
 (III) 根据调查,同行业内销售员月平均工资为8000元,要使该4S店销售员的月工资的期望不低于行业平均水平,基本工资至少应定为多少?(精确到百位)

21. (12分)

已知函数 $f(x) = x - 2\ln x - 1$.

- (I) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;
 (II) 设函数 $F(x) = xf(x)$ 的极小值为 M ,证明: $2e - e^2 < M < e^2 - 3e$.

22. (12分)

已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的渐近线方程为 $y = \pm\sqrt{3}x$,过其右焦点 F 且垂直于 x 轴的直线与 C 交于 A, B 两点,且 $|AB| = 6$.

- (I) 求 C 的方程.
 (II) 设 $P(x_0, y_0)$ 为 C 上的动点,直线 $l: \frac{x_0x}{a^2} - \frac{y_0y}{b^2} = 1$ 与直线 AB 交于点 M ,与直线 $x = t$ (与直线 AB 不重合)交于点 N .是否存在 t ,使得 $\frac{|MF|}{|NF|}$ 为定值?若存在,求 t 的值,若不存在,请说明理由.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



Q 自主选拔在线

