

江西省 东乡一中 都昌一中 丰城中学 赣州中学 新八校
景德镇二中 上饶中学 上栗中学 新建二中

2022 届高三第二次联考文科数学试题

命题人：新建二中 边群根 审题人：新建二中 邓国平

考试时间：120 分钟 满分：150 分

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - x \leq 0\}$, $B = \{x | 2^x > \sqrt{2}\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$

- A. $\left(\frac{1}{2}, 1\right]$ B. $[0, 1]$ C. $\left[0, \frac{1}{2}\right)$ D. $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$

2. 设 i 为虚数单位, $a \in R^+$, 复数 $z = \frac{a^2}{2} + \frac{i^{2022}}{1+i}$ 对应的点在第一象限的角平分线上,

则 $a = (\quad)$

- A. -1 B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. $\pm\sqrt{2}$

3. 中国传统扇文化有着极其深厚的底蕴. 一般情况下, 折扇可看作是从一个圆面中剪下的扇形制作而成. 设扇形的面积为 S_1 , 圆面中剩余部分的面积为 S_2 , 当 S_1 与 S_2 的比值为

$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 时, 扇面看上去形状较为美观, 现在圆面上随机投入一粒芝麻, 芝麻

落在美观的扇面上的概率为 ()

- A. $\frac{3-\sqrt{5}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ D. $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$



4. 随着我国航天科技水平的迅速发展, 探测火星已成为我国航天科技发展的远景目的, 但要把人类送上火星, 还需要每年对航天科学技术加以投入, 下表是我国未来第 x 年为对航天科学技术投入费用 y (单位: 百亿美元) 的部分数据: 且建立了 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y} = 0.03x + a$, 则预计我国未来第 6 年需投入航天科学技术费用为 () 百亿美元.

x	1	2	3	4	5
y	1.32	1.34	1.39	1.41	1.44

- A. 1.45 B. 1.46 C. 1.47 D. 1.48

5. 已知条件 $p: |x+1| > 2$, 条件 $q: x > a$, 且 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的充分不必要条件, 则 a 的取值范围可以是 ()

- A. $a \leq 1$ B. $a \geq 1$ C. $a \geq -1$ D. $a \leq -3$

6. 过抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点作直线交抛物线于 $P(x_1, y_1)$ 、 $Q(x_2, y_2)$ 两点, 若 PQ 的中点到 y 轴的距离为 1, 则 $|PQ|$ 等于 ()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 8

7. 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right)$ ($\omega > 0$) 的两个相邻的对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$, 则下列说法中正确的是 ()

- A. $x = \frac{\pi}{3}$ 是 $f(x)$ 的一条对称轴方程
 B. $(-\frac{\pi}{12}, 0)$ 是 $f(x)$ 的一个对称中心
 C. $f(x)$ 的最小正周期是 2π
 D. $f(x)$ 在区间 $(-\frac{5\pi}{6}, -\frac{\pi}{6})$ 上单调递减

8. 定义方程 $f(x) = f'(x)$ 的实数根 x 叫做函数 $f(x)$ 的“新驻点”, 若函数 $g(x) = 2022x$, $h(x) = \ln x$, $\varphi(x) = x^3 - 8$ 的“新驻点”分别为 a, b, c , 则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $c > a > b$ D. $c > b > a$

9. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d > 0$, 且 $a_2, a_5 - 1, a_{10}$ 成等比数列, 若 $a_1 = 5, S_n$ 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 则 $\frac{2S_n + 2n + 9}{a_n - 2}$ 的最小值为 ()

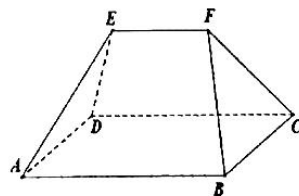
- A. $2\sqrt{3} + 3$ B. 7 C. $\frac{13}{2}$ D. $\frac{17}{3}$

10. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点分别是 F_1, F_2 , 其中 $F_1F_2 = 2c$, 过右焦点 F_2 的直线 l 与双曲线的右支交于 A, B 两点, 则下列说法中错误的是 ()

- A. 弦 AB 的最小值为 $\frac{2b^2}{a}$
 B. 若 $AB = m$, 则三角形 ΔF_1AB 的周长 $2m + 4a$
 C. 若 AB 的中点为 M , 且 AB 的斜率为 k , 则 $k_{OM} \cdot k = \frac{b^2}{a^2}$
 D. 若直线 AB 的斜率为 $\sqrt{3}$, 则双曲线的离心率 $e \in [2, +\infty)$

11. 如图所示几何体 $ABCDEF$, 底面 $ABCD$ 为矩形, $AB = 4, BC = 2$, ΔADE 与 ΔBCF 是等边三角形, $EF \parallel AB, AB = 2EF$, 则该几何体的外接球的表面积为 ()

- A. 6π B. 12π C. 22π D. 24π



12. 在 ΔABC 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且满足 $1 + \cos A = \frac{\sqrt{3}}{3} \sin A$,

$\sin A = 6 \cos B \sin C$, 则 $\frac{b}{c}$ 的值为 ()

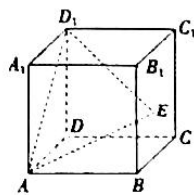
- A. $1 + \sqrt{6}$ B. $1 + 2\sqrt{2}$ C. $1 + 3\sqrt{2}$ D. $1 + 3\sqrt{3}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知平面向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{b}$, 且 $|\vec{b}| = \sqrt{3}$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____.

14. 设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + y \leq 3, \\ x - y \geq -1, \\ y \geq 1, \end{cases}$ 则目标函数 $z = 4x - 2y$ 的最大值为 _____.

15. 如图, 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 是侧面 BB_1C_1C 内的一个动点, 则三棱锥 $D-AED_1$ 的体积为_____.



16. 若函数 $f(x)=e^x-\ln x$, 则称函数 $f(x)$ 为和谐函数. 二次函数 $g(x)=-x^2+ax$ 与 $f(x)$ 的公共点为和谐点, 若 $f(x)=g(x)$ 存在和谐点, 则实数 a 的最小值为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17-21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

17. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 等比数列 $\{b_n\}$. 若 $a_1=b_1=3$, $a_4=b_2$, $S_7=63$. (1)

求数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\{a_n \cdot b_n\}$ 的前 n 项和.

18. 在传染病学中, 通常把从致病刺激物侵入机体或者对机体发生作用起, 到机体出现反应或开始呈现该疾病对应的相关症状时止的这一阶段称为潜伏期. 一研究团队统计了某地区 1000 名患者的相关信息, 得到如下表格:

潜伏期 (单位: 天)	$[0,2]$	$(2,4]$	$(4,6]$	$(6,8]$	$(8,10]$	$(10,12]$	$(12,14]$
人数	100	200	300	250	130	15	5

(1) 现在用分层抽样的方法在第二, 三组共选取 5 人参加传染病知识学习, 若从参加学习的 5 人中随机选取 2 人参加考试, 求恰有一人来自第二组的概率;

(2) 该传染病的潜伏期受诸多因素的影响, 为研究潜伏期与患者年龄的关系, 以潜伏期是否超过 6 天为标准进行分层抽样, 从上述 1000 名患者中抽取 200 人, 得到如下列联表. 请将列联表补充完整, 并根据列联表判断是否有 95% 的把握认为潜伏期与患者年龄有关;

	潜伏期 ≤ 6 天	潜伏期 > 6 天	总计
50 岁以上 (含 50 岁)			100
50 岁以下	55		
总计			200

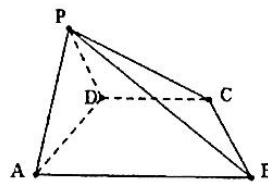
附:

$P(K^2 \geq k_0)$	0.05	0.025	0.010
k_0	3.841	5.024	6.635

$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, \text{ 其中 } n=a+b+c+d.$$

19. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, $\triangle ADP$ 为等边三角形, 底面 $ABCD$ 为梯形, $AB \parallel CD$, $AB \perp AD$, $AB = AD = 2CD = 2$.

- (1) 若 M 为 PA 的中点, 求证: $MD \parallel$ 平面 PBC ;
(2) 求点 C 与平面 PBD 的距离.



20. 已知函数 $f(x) = \ln x + ax + 1$, $a \in R$, 函数 $g(x) = f(x) - 1$.

- (1) 当 $a=1$ 时, 讨论 $F(x) = \frac{f(x) - ax}{x}$ 的单调性;
(2) 如果函数 $g(x)$ 的两个零点为 x_1, x_2 , 且 $\frac{x_2}{x_1} \geq e^2$, 求证: $(x_1 - x_2)g'(x_1 + x_2) > \frac{6}{5}$.

21. 已知抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$, F 为抛物线 C 的焦点, $M(x_0, 1)$ 是抛物线 C 上点, 且 $|MF| = 2$;

- (1) 求抛物线 C 的方程; (2) 过平面上动点 $P(m, m-2)$ 作抛物线 C 的两条切线 PA, PB (其中 A, B 为切点), 求 $\frac{1}{|AF|} + \frac{1}{|BF|}$ 的最大值.

选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. 选修 4—4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = -1 - t, \\ y = 2 + t, \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴的正半

轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 4\sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$.

- (1) 求直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程;
(2) 若点 P 的直角坐标为 $(-1, 2)$, 直线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两点, 求 $|PA| + |PB|$ 的值.

23. 选修 4—5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x+a| + 2|x-1|$. (1) 当 $a=2$ 时, 解不等式 $f(x) \leq 4$;

(2) 若 $a > 0, b > 0$ 时, 存在 $x \in [2, 3]$ 使得不等式 $f(x) > x^2 - b + 1$ 成立,

求证 $(a + \frac{1}{2})^2 + (b + \frac{1}{2})^2 > 2$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线