数学参考答案、提示及评分细则

1. A　易知 $A=\{x|x^2-3x-4<0\}$，因为 $x^2-3x-4=(x-4)(x+1)$，所以 $A=(-1,4)$，$|x|\geqslant2$，集合 $B=\{x|x\geqslant2$ 或 $x\leqslant-2\}$，则 $\complement_U B=\{x|-2<x<2\}$，所以 $(\complement_U B)\cup A=\{x|-2<x<4\}$.

2. C　因为 $|z_2|=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}$，所以 $|z_1\cdot z_2|=|z_1|\cdot|z_2|=3\sqrt{5}$. 来源：高三答案公众号

3. A　因为 $|PO|=|PQ|=|PF|$，所以 $\frac{p}{2}=1\times2$，即 $p=4$，$x^2=8y$，$x_0^2=8\times1$，又 $\because x_0>0$，$\therefore x_0=2\sqrt{2}$.

4. B　因为 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{1+2}=\sqrt{3}$，所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\cos\theta+\sqrt{2}\sin\theta=\sqrt{3}$，

易解得 $\cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\sin\theta=\frac{\sqrt{6}}{3}$，则 $\tan\theta=\sqrt{2}$.

5. C　显然众数是 370，故 A 正确，$0.01\times20\times350+0.02\times20\times370+0.0125\times20\times390+0.0075\times20\times410=377$，故 B 正确；设 70% 分位数为 m，则 $0.01\times20+0.02\times20+(m-380)\times0.0125=0.7$，得 $m=388$，故 C 错误，$0.0075\times20\times200=30$，故 D 正确.

6. B　易知该石料底面内切圆半径为 $\sqrt{3}$，所以打磨而成的石球与该石料的各个侧面均相切，

因为最多打磨成四个，所以该石料的高度最小值为 $8\sqrt{3}$，

所以该石料的体积 $V\geqslant\frac{1}{2}\times6\times3\sqrt{3}\times8\sqrt{3}=216$，

又四个石球的总体积 $V=4\times\frac{4}{3}\pi\times\sqrt{3}^3=16\sqrt{3}\pi$，

所以至少需要打磨掉的体积为 $216-16\sqrt{3}\pi$.

7. D　由题意可知，当 $x>0$ 时，$f(x)=4x^4-6tx^3+(2t^2+6)x^2-3tx+1\geqslant0$ 恒成立，且存在 $x_0>0$，使得 $f(x_0)=0$，同除 x^2，可得 $4x^2+\frac{1}{x^2}-6tx-\frac{3t}{x}+(2t^2+6)\geqslant0$，整理得 $\left(2x+\frac{1}{x}\right)^2-3t\left(2x+\frac{1}{x}\right)+2t^2+2\geqslant0$，

因为 $x>0$，所以 $2x+\frac{1}{x}\geqslant2\sqrt{2}$，当且仅当 $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时，等号成立，

当 $\frac{3t}{2}\leqslant2\sqrt{2}$，即 $t\leqslant\frac{4\sqrt{2}}{3}$ 时，$f(x)_{\min}=8-6\sqrt{2}t+2t^2+2>0$，不符题意；

当 $\frac{3t}{2}>2\sqrt{2}$，即 $t>\frac{4\sqrt{2}}{3}$ 时，由 $\Delta=9t^2-4(2t^2+2)=0$，解得 $t=2\sqrt{2}$.

综上，$t=2\sqrt{2}$.

8. B　易知 $x_2+x_3=x_1+x_4=0$，所以 $x_4=3x_3$，且 $f(x_2)+f(x_3)=0$，

所以数列 $\{f(x_n)\}$ 的公比 $q=-1$，所以 $f(x_3)+f(3x_3)=0$，

即方程 $f(x)+f(3x)=e^{3x}+e^x-4ax+2e^3=0$ 有正实数解，

即 $4a=\frac{e^{3x}+e^x+2e^3}{x}$，设 $g(x)=\frac{e^{3x}+e^x+2e^3}{x}(x>0)$，

则 $g'(x)=\frac{(3x-1)e^{3x}+(x-1)e^x-2e^3}{x^2}$，设 $h(x)=(3x-1)e^{3x}+(x-1)e^x-2e^3$，

则 $h'(x)=9xe^{3x}+xe^x>0$，即 $h(x)$ 单调递增，且 $h(1)=g'(1)=0$，

易知 $g(x)_{\min}=g(1)=3e^3+e$，所以 $a_{\min}=\frac{3}{4}e^3+\frac{1}{4}e$.

9. BCD　$\because|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，$f(x)$ 图象关于点 $\left(-\frac{\pi}{3},0\right)$ 对称，

$\therefore 2x+\varphi=-\frac{2\pi}{3}+\varphi\in\left(-\frac{7\pi}{6},-\frac{\pi}{6}\right)$，$-\frac{2}{3}\pi+\varphi=k\pi$，$\therefore k=-1$，得 $\varphi=-\frac{\pi}{3}$，故 A 错误；

$f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$，当 $x=\frac{5\pi}{12}$时，$2x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$，故 B 正确；

当 $x\in\left[-\frac{\pi}{3},-\frac{\pi}{6}\right]$时，$2x-\frac{\pi}{3}\in\left[-\pi,-\frac{2\pi}{3}\right]$是单调递减，故 C 正确；

当 $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$时，$2x-\frac{\pi}{3}\in\left(-\frac{\pi}{3},\frac{2}{3}\pi\right)$内有极值点，故 D 正确. 故选 BCD.

10. AC　因为 $q>0$，所以 $T_6=a_1^6q^{15}>0$，

又 $T_7>T_6>T_8$，所以 $a_7>1>a_7a_8$，所以 $a_7>1>a_8$，即 $0<q<1$，即 A 正确，B 错误；

因为 $a_7>1$，所以 $T_{13}=a_7^{13}>1$，因为 $a_7a_8<1$，所以 $T_{14}=(a_7a_8)^7<1$，即 C 正确，D 错误.

11. BD　展开式各项表达式为 $C_n^r\cdot x^{\frac{r}{3}}\cdot x^{\frac{-n+r}{2}}=C_n^r\cdot x^{\frac{-3n+5r}{6}}$ $(r=0,1,2,\cdots,n)$，

当 $n=2k(k\in\mathbf{N}^*)$时，$C_n^r\cdot x^{\frac{-3n+5r}{6}}=C_n^r\cdot x^{\frac{-6k+5r}{6}}$ $(r=0,1,2,\cdots,n)$，

所以 r 为 6 的倍数，所以 $r=0,6$，即 n 可取 6，8，10；

当 $n=2k-1(k\in\mathbf{N}^*)$时，$C_n^r\cdot x^{\frac{-3n+5r}{6}}=C_n^r\cdot x^{\frac{-6k+5r+3}{6}}$ $(r=0,1,2,\cdots,n)$，

所以 r 为 3 的奇数倍，所以 $r=3,9$，即 n 可取 9，11，13.

即 n 取值集合为$\{6,8,9,10,11,13\}$.

12. ACD　由对称性可知，$|F_1B|=|F_2A|$，所以$|F_1A|+|F_1B|=|F_1A|+|F_2A|=2a=4\sqrt{2}$，即 A 正确；

设 $B(x,y)$，$A(-x,y)$，则 $x,y>0$，$y=t$，且$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$，

所以$\overrightarrow{F_1A}\cdot\overrightarrow{F_1B}=(-x-2,y)\cdot(x+2,y)=4-x^2+y^2=4-x^2+4-\frac{x^2}{2}=0$，

解得 $y=t=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，即 B 错误；

易知 $S=xy$，又$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1\geqslant 2\frac{xy}{\sqrt{32}}=\frac{xy}{2\sqrt{2}}$，所以 $S=xy\leqslant 2\sqrt{2}$，

当且仅当 $x=\sqrt{2}y$ 时，上述等号成立，即 C 正确；

设$|F_1A|=m$，$|F_2A|=n$，则 $m+n=4\sqrt{2}$，

由余弦定理，可知$|F_1F_2|^2=16=m^2+n^2-mn=32-3mn$，所以 $mn=\frac{16}{3}$，

所以 $S_{\triangle AF_1F_2}=\frac{1}{2}mn\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，所以$\frac{1}{2}\cdot 2c\cdot y=2y=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，即 $y=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

代入椭圆，解得 $x=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，所以 $S=xy=\frac{8}{3}$，即 D 正确.

13. $\frac{1}{2}$　$\frac{a\cos 18^\circ}{\sqrt{2-a}}=\frac{2\cos 72^\circ\cdot\cos 18^\circ}{\sqrt{2-2\cos 72^\circ}}=\frac{2\sin 18^\circ\cdot\cos 18^\circ}{\sqrt{2-2(1-2\sin^2 36^\circ)}}=\frac{\sin 36^\circ}{2\sin 36^\circ}=\frac{1}{2}$.

14. $6+4\sqrt{2}$　$\because\sqrt{\frac{b}{a}}+\sqrt{\frac{a}{b}}-2=\frac{\sqrt{ab}-4ab}{2ab}$，$\therefore\sqrt{\frac{b}{a}}+\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{ab}}{2ab}$，两边平方得$\frac{b}{a}+\frac{a}{b}+2=\frac{1}{4ab}$，

$\frac{a^2+b^2+2ab}{ab}=\frac{1}{4ab}$，$(a+b)^2=\frac{1}{4}$，$a+b=\frac{1}{2}$，$\therefore 2a+2b=1$，

所以$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=\left(\frac{1}{a}+\frac{2}{b}\right)(2a+2b)=6+\frac{2b}{a}+\frac{4a}{b}\geqslant 6+4\sqrt{2}$，

当且仅当 $b=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$，$a=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}$时，上述等号成立.

15. $\frac{6\sqrt{10}}{5}$ 根据题意 FG 平分正方形 $ABCD$ 周长，可得 FG 恒过正方形 $ABCD$ 的中心，设 $ABCD$ 的中心为点 O，由 $FG\perp EC$ 可知，P 点的轨迹是以 OC 为直径的圆，以 A 为坐标原点，AB 为 x 轴，AD 为 y 轴建立直角坐标系，$A(0,0)$，$B(4,0)$，$C(4,4)$，$O(2,2)$，以 OC 为直径的圆的方程为 $(x-3)^2+(y-3)^2=2$，设 M 为圆心可知坐标为 $(3,3)$，当 $|BP|$ 最小时，B,P,M 三点共线，可知此时直线 BP 的方程为 $y=-3x+12$，则点 A 到直线 BP 的距离为 $\frac{12}{\sqrt{1+(-3)^2}}=\frac{12}{\sqrt{10}}=\frac{6}{5}\sqrt{10}$.

16. $\left[-\frac{2}{e},0\right)$ 设曲线 $y=f(x)$ 的切点为 $\left(x_1,\frac{a}{x_1}\right)$，曲线 $y=g(x)$ 的切点为 $(x_2,2\ln x_2)$，

因为 $f'(x)=-\frac{a}{x^2}$，$g'(x)=\frac{2}{x}$，

所以 $y=f(x)$ 在 $x=x_1$ 处的切线方程为 $y=\left(-\frac{a}{x_1^2}\right)(x-x_1)+\frac{a}{x_1}=\left(-\frac{a}{x_1^2}\right)x+\frac{2a}{x_1}$，

同理可得，$y=g(x)$ 在 $x=x_2$ 处的切线方程为 $y=\frac{2}{x_2}x+2\ln x_2-2$，

由题意可知，$\begin{cases}-\frac{a}{x_1^2}=\frac{2}{x_2},\\ \frac{2a}{x_1}=2\ln x_2-2,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}\frac{a}{x_1^2}=-\frac{2}{x_2},\\ \frac{a}{x_1}=\ln x_2-1,\end{cases}$

因为 $\frac{a}{x_1^2}=-\frac{2}{x_2}<0$，所以 $a<0$，所以 $\frac{a}{x_1}=\ln x_2-1<0$，即 $\ln x_2<1$，

消去 x_1，整理得 $a=-\frac{x_2(\ln x_2-1)^2}{2}$，

设 $\ln x_2=t<1$，$a(t)=-\frac{(t-1)^2e^t}{2}$，则 $a'(t)=-\frac{(t^2-1)e^t}{2}$.

令 $a'(t)=0$，解得 $t=-1$，易知 $a(t)_{\min}=a(-1)=-\frac{2}{e}$，

又 $a(1)=0$，所以 $a\in\left[-\frac{2}{e},0\right)$.

17. 解：(1)因为 $A=\frac{\pi}{3}$，且 $a+b+c=6$，………………………………………… 2 分

所以 $a^2=[6-(b+c)]^2=b^2+c^2-2bc\cos A=b^2+c^2-bc$，…………………………… 4 分

展开整理得 $bc+12=4(b+c)$，命题得证；………………………………………… 5 分

(2)因为 $bc+12=4(b+c)\geqslant 8\sqrt{bc}$，所以 $(\sqrt{bc})^2-8\sqrt{bc}+12\geqslant 0$，……………… 6 分

所以 $\sqrt{bc}\leqslant 2$ 或 $\sqrt{bc}\geqslant 6$，即 $bc\leqslant 4$ 或 $bc\geqslant 36$，

又 $bc+12=4(b+c)<24$，所以 $bc<12$，所以 $bc\leqslant 4$，当且仅当 $b=c=2$ 时，等号成立，………… 8 分

所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A\leqslant\frac{1}{2}\times 4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$，……………………………… 9 分

即 $\triangle ABC$ 面积的最大值为 $\sqrt{3}$.………………………………………………… 10 分

18. (1)证明：作 $PO\perp AB$，垂足为 O，连接 CO，

因为 $PO\perp BO$，且 $\angle PBA=45^\circ$，……………………………… 2 分

所以 $\triangle PBO$ 是等腰直角三角形，

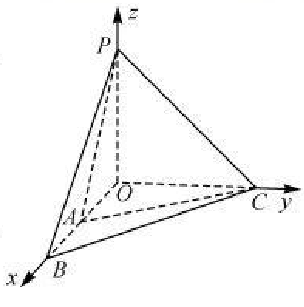
又 $PB=2\sqrt{2}$，所以 $OB=OP=2$，

因为 $BC=2\sqrt{2}$，$\angle CBO=45^\circ$，由余弦定理可知 $CO=2$，

所以 $BO^2+CO^2=BC^2$，即 $OB\perp OC$，……………………………… 4 分

又 $OP\cap OC=O$，$OP,OC\subset$ 平面 POC，

所以 $OB\perp$ 平面 POC，



所以$\left(q-\frac{1}{2}\right)(a_{n+1}-2a_n)=\left(a_2-\frac{5}{2}\right)a_{n+1}$，所以$\left(q-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{2a_n}{a_{n+1}}\right)=a_2-\frac{5}{2}$， …………………… 8 分

因为$\{a_n\}$不是等比数列，所以$\frac{a_n}{a_{n+1}}$不是常数，所以$q=\frac{1}{2}$，$a_2=\frac{5}{2}$， ………………………… 9 分

又$a_2-2a_1=\frac{1}{2}$，所以$a_{n+1}-2a_n=\frac{1}{2^n}$，即$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}}-\frac{a_n}{2^n}=\frac{1}{2\cdot 4^n}$， ………………………… 10 分

由累加法可知，$\frac{a_n}{2^n}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1-\frac{1}{4^n}}{1-\frac{1}{4}}=\frac{2}{3}\left(1-\frac{1}{4^n}\right)$，所以$a_n=\frac{2}{3}\left(2^n-\frac{1}{2^n}\right)$. ………………… 12 分

21. 解：(1)由题意可知，$2c=8$，即$c=4$，所以$a^2+b^2=16$， ………………………… 1 分

设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则$M(-1,y_1)$，$N(-1,y_2)$，

当AB与x轴垂直时，因为$|AB|=|MN|=12$，则$|y_1|=|y_2|=6$， ………………… 2 分

所以$\frac{16}{a^2}-\frac{36}{b^2}=1$，解得$a=2$，$b=2\sqrt{3}$， ………………………… 3 分

即双曲线C的标准方程为$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$； ………………………… 4 分

(2)由(1)可知，$M(-1,y_1)$，$N(-1,y_2)$，

设直线AB：$x=my-4$，因为直线AB与双曲线左支相交于两点，所以$m\in\left(-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$， ………… 5 分

与C的方程联立，$\begin{cases}x=my-4,\\ \frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1,\end{cases}$消去$x$，整理得$(3m^2-1)y^2-24my+36=0$， ……………… 6 分

所以$y_1+y_2=\frac{24m}{3m^2-1}$，$y_1y_2=\frac{36}{3m^2-1}$，

所以$|PM|=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+y_1^2}=\sqrt{y_1^2+12}$，

因为$\frac{x_1^2}{4}-\frac{y_1^2}{12}=1$，所以$y_1^2+12=3x_1^2$，且$x_1<0$，所以$|PM|=-\sqrt{3}x_1$. ………………… 7 分

同理可得$|PN|=-\sqrt{3}x_2$.

所以$\frac{1}{|PM|-t}+\frac{1}{|PN|-t}=-\left(\frac{1}{\sqrt{3}x_1+t}+\frac{1}{\sqrt{3}x_2+t}\right)=-\left(\frac{1}{\sqrt{3}my_1+t-4\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}my_2+t-4\sqrt{3}}\right)$， …… 8 分

整理得$\frac{1}{|PM|-t}+\frac{1}{|PN|-t}=-\frac{\sqrt{3}m(y_1+y_2)+2(t-4\sqrt{3})}{3m^2y_1y_2+\sqrt{3}m(t-4\sqrt{3})(y_1+y_2)+(t-4\sqrt{3})^2}$， ………… 9 分

所以$\frac{1}{|PM|-t}+\frac{1}{|PN|-t}=-\frac{24\sqrt{3}m^2+2(t-4\sqrt{3})(3m^2-1)}{108m^2+24\sqrt{3}m^2(t-4\sqrt{3})+(t-4\sqrt{3})^2(3m^2-1)}$，

整理得$\frac{1}{|PM|-t}+\frac{1}{|PN|-t}=-\frac{6tm^2-2(t-4\sqrt{3})}{(3t^2-36)m^2-(t-4\sqrt{3})^2}$， ………………………… 10 分

因为$\frac{1}{|PM|-t}+\frac{1}{|PN|-t}$为定值，所以$\frac{6t}{3t^2-36}=\frac{2(t-4\sqrt{3})}{(t-4\sqrt{3})^2}$或$t=4\sqrt{3}$(舍去，理由为当$AB$与$x$轴垂直时，

$|PM|=|PN|=4\sqrt{3}$，分母无意义)， ………………………………………… 11 分

解得$t=\sqrt{3}$. ……………………………………………………………… 12 分

22. (1)解：$f'(x)=2x\ln x+x=x(2\ln x+1)$，令$f'(x)>0$，解得$x>\frac{1}{\sqrt{e}}$，令$f'(x)<0$，解得$0<x<\frac{1}{\sqrt{e}}$，……

……………………………………………………………………………… 2 分

所以$f(x)$的单调减区间为$\left(0,\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$，单调增区间为$\left(\frac{1}{\sqrt{e}},+\infty\right)$； …………………………… 3 分

(2)证明：不妨设 $x_1<x_2$，由(1)知 $0<x_1<\frac{1}{\sqrt{e}}<x_2$.

要证 $x_1+x_2<\frac{2}{\sqrt{e}}$，即证 $x_2<\frac{2}{\sqrt{e}}-x_1$，即证 $f(x_2)<f\left(\frac{2}{\sqrt{e}}-x_1\right)$，又 $f(x_2)=f(x_1)$，

即证 $f(x_1)-f\left(\frac{2}{\sqrt{e}}-x_1\right)<0$. ………………………………………………………… 5 分

令 $g(x)=f(x)-f\left(\frac{2}{\sqrt{e}}-x\right)$，$x\in\left(0,\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$，则 $g'(x)=x(2\ln x+1)+\left(\frac{2}{\sqrt{e}}-x\right)\left[2\ln\left(\frac{2}{\sqrt{e}}-x\right)+1\right]$，

令 $h(x)=g'(x)$，则 $h'(x)=2\ln\frac{x}{\frac{2}{\sqrt{e}}-x}<0$ 在 $x\in\left(0,\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$ 上恒成立，

所以 $h(x)$ 在 $\left(0,\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$ 上单调递减，即 $g'(x)$ 在 $\left(0,\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$ 上单调递减，所以 $g'(x)>g'\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)=0$，

所以 $g(x)$ 在 $\left(0,\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$ 上单调递增，所以 $g(x)<g\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)=0$，所以 $x_1+x_2<\frac{2}{\sqrt{e}}$. ………………………… 7 分

令 $\frac{x_2}{x_1}=t$，$t>1$，又 $f(x_1)=f(x_2)$，即 $x_1^2\ln x_1=x_2^2\ln x_2$，所以 $\ln x_1=\frac{t^2\ln t}{1-t^2}$.

要证 $1<x_1+x_2$，即证 $1<x_1+tx_1$，有 $(t+1)x_1>1$，两边取对数，

即证 $\ln x_1+\ln(t+1)>0$，即证 $\frac{t^2\ln t}{1-t^2}+\ln(t+1)>0$，即证 $\frac{(t+1)\ln(t+1)}{t}>\frac{t\ln t}{t-1}$. ……………………… 10 分

令 $u(x)=\frac{x\ln x}{x-1}$，$x\in(1,+\infty)$.

$u'(x)=\frac{(\ln x+1)(x-1)-x\ln x}{(x-1)^2}=\frac{x-\ln x-1}{(x-1)^2}>0$，可得函数 $u(x)$ 单调递增，可得 $u(t+1)>u(t)$，即

$\frac{(t+1)\ln(t+1)}{t}>\frac{t\ln t}{t-1}$，所以 $1<x_1+x_2$. ………………………………………………………… 11 分

综上，$1<x_1+x_2<\frac{2}{\sqrt{e}}$. ………………………………………………………………………… 12 分

证明 $x_1+x_2>1$ 的另一种方法：来源：高三答案公众号

不妨设 $x_1<x_2$，由(1)可知，必有 $0<x_1<\frac{1}{\sqrt{e}}<x_2<1$，

可得 $0<1-x_2<1-\frac{1}{\sqrt{e}}<\frac{1}{\sqrt{e}}$， ………………………………………………………………… 8 分

若 $x_1+x_2>1\Leftrightarrow x_1>1-x_2$，由函数 $f(x)$ 的单调性可得 $x_1>1-x_2\Leftrightarrow f(x_1)<f(1-x_2)$，

又由 $f(x_1)=f(x_2)$，有 $f(x_1)<f(1-x_2)\Leftrightarrow f(x_2)<f(1-x_2)$ ………………………………………… 9 分

$\Leftrightarrow x_2^2\ln x_2<(1-x_2)^2\ln(1-x_2)\Leftrightarrow\frac{x_2\ln x_2}{1-x_2}<\frac{(1-x_2)\ln(1-x_2)}{x_2}\Leftrightarrow\frac{x_2\ln x_2}{1-x_2}<\frac{(1-x_2)\ln(1-x_2)}{1-(1-x_2)}$， … 11 分

令 $\varphi(x)=\frac{x\ln x}{1-x}\left(\frac{1}{\sqrt{e}}<x<1\right)$，有 $\varphi(x)=-\frac{x-\ln x-1}{(1-x)^2}<0$，可得函数 $\varphi(x)$ 单调递减，

有 $\frac{x_2\ln x_2}{1-x_2}<\frac{(1-x_2)\ln(1-x_2)}{1-(1-x_2)}\Leftrightarrow\varphi(x_2)<\varphi(1-x_2)\Leftrightarrow x_2>1-x_2\Leftrightarrow x_2>\frac{1}{2}$，

又由 $4>e$，可得 $\frac{1}{\sqrt{e}}>\frac{1}{2}$，故有不等式 $x_1+x_2>1$ 成立. ………………………………………… 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。