普高联考2022—2023学年高三测评(四)

文科数学

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡和试卷指定位置上.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{2,3,6,7\}$,则

A. $2\notin A\cap B$　　B. $3\in A\cap B$　　C. $4\notin A\cup B$　　D. $5\in A\cup B$

2. 已知复数 $z=a+bi(a,b\in\mathbf{R})$ 的共轭复数为 $\bar{z}$,且 $z-(2+i)\bar{z}=-3+5i$,则 $a+b=$

A. -1　　B. 1　　C. 2　　D. 3

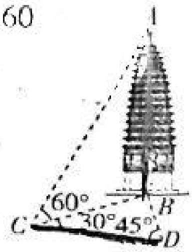
3. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(\sin\theta,\cos\theta)\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$, $\boldsymbol{b}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$,且 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,则 $\theta=$

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{12}$

4. 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,若 $a_2+a_5+a_8=15$,则 $S_9=$

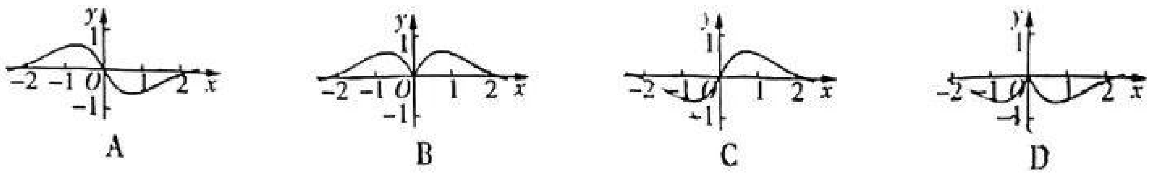
A. 15　　B. 30　　C. 45　　D. 60

5. 塔是一种在亚洲常见的,有着特定的形式和风格的中国传统建筑.最初是供奉或收藏佛骨、佛像、佛经、僧人遗体等的高耸型点式建筑,称"佛塔".如图,为测量某塔的总高度 AB,选取与塔底 B 在同一水平面内的两个测量基点 C 与 D,现测得 $\angle BCD=30°$, $\angle BDC=45°$, $CD=30$ 米,在 C 点测得塔顶 A 的仰角为 $60°$,则塔的总高度约为(参考数据: $\sqrt{2}\approx1.4$, $\sqrt{3}\approx1.7$)



A. 13米　　B. 24米　　C. 39米　　D. 45米

6. 函数 $y=\frac{x-3\sin x}{e^{|x|}}$ 的大致图象是



A　　B　　C　　D

7. 记不等式组 $\begin{cases}x-y+3\leqslant0,\\x+y+1\leqslant0,\\x+3\geqslant0\end{cases}$ 的解集为 D,现有下面四个命题:

p_1: $\forall(x,y)\in D$, $2x-y+8\geqslant0$; p_2: $\exists(x,y)\in D$, $x-2y+4>0$;

p_3：$\forall(x,y)\in D, x+y+3>0$；$p_4$：$\exists(x,y)\in D, x+3y-3\leqslant 0$.

其中真命题的个数是

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

8. 函数 $y=xf(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，且 $f(x)$ 在区间 $[0,+\infty)$ 上单调递增，若关于实数 t 的不等式 $f(\log_3 t)+f(\log_{\frac{1}{3}} t)>2f(2)$ 恒成立，则 t 的取值范围是

A. $(0,\frac{1}{9})\cup(9,+\infty)$　　B. $(0,\frac{1}{3})\cup(3,+\infty)$　　C. $(9,+\infty)$　　D. $(0,\frac{1}{9})$

9. 已知抛物线 $C:x^2=2py(p>0)$ 的焦点为 F，过点 F 的直线与抛物线交于 A,B 两点，与抛物线的准线交于点 M，且点 A 位于第一象限，F 恰好为 AM 的中点，若 $\overrightarrow{AF}=\lambda\overrightarrow{BM}(\lambda\in\mathbf{R})$，则 $\lambda=$

A. $\frac{3}{2}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{3}$

10. 任意写出一个正整数 m，并且按照以下的规律进行变换：如果 m 是个奇数，则下一步变成 $3m+1$，如果 m 是个偶数，则下一步变成 $\frac{1}{2}m$，无论 m 是怎样一个数字，最终必进入循环圈 $1\to4\to2\to1$，这就是数学史上著名的"冰雹猜想". 它可以表示为数列 $\{a_n\}$：$a_1=m$（m 为正整数），$a_{n+1}=\begin{cases}3a_n+1, & \text{当 } a_n \text{ 为奇数时},\\ \frac{1}{2}a_n, & \text{当 } a_n \text{ 为偶数时},\end{cases}$ 若 $a_7=2$，则 m 的所有可能取值之和为

A. 188　　B. 190　　C. 192　　D. 201

11. 若函数 $f(x)=\sin(\omega x+\frac{\pi}{6})(\omega>0)$ 在 $[0,\frac{2\pi}{3}]$ 上恰有两个零点，且在 $[-\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{12}]$ 上单调递增，则 ω 的取值范围是

A. $(\frac{11}{4},4]$　　B. $[\frac{11}{4},4]$　　C. $[\frac{11}{4},\frac{17}{4})$　　D. $(\frac{11}{4},\frac{17}{4})$

12. 已知双曲线 $E:\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{8}=1(a>0)$ 的上焦点为 F_1，点 P 在双曲线的下支上，若 $A(4,0)$，且 $|PF_1|+|PA|$ 的最小值为 7，则双曲线 E 的离心率为

A. 2 或 $\frac{\sqrt{697}}{25}$　　B. 3 或 $\frac{\sqrt{697}}{25}$　　C. 2　　D. 3

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 在正项等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_4=48, a_6=12$，则 $a_5=$ ________.

14. 疫情防控期间，学校从 2 名男教师和 3 名女教师中任选 2 人参加志愿者服务，则选中的 2 人都是女教师的概率为

15. 已知点 $A(-4,0)$ 和 $B(2,0)$，点 M 满足 $\frac{|MA|}{|MB|}=2$，直线 $l:y=k(x+4)(k>0)$ 与点 M 的轨迹相切，则直线 l 的倾斜角为________.

16. 在菱形 $ABCD$ 中，$AB=5, AC=6$，AC 与 BD 的交点为 G，点 M,N 分别在线段 AD,CD 上，且 $AM=\frac{1}{3}MD, CN=\frac{1}{3}ND$，将 $\triangle MND$ 沿 MN 折叠到 $\triangle MND'$，使 $GD'=2\sqrt{2}$，则三棱锥 $D'-ABC$ 的外接球的表面积为________.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17—21 题为必考题,每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)在$\triangle ABC$中,角A,B,C的对边分别为a,b,c,且$\sqrt{3}(b-a\cos C)=c\sin A$.

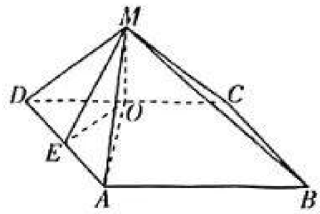
(1)求A;

(2)点D在线段AC上,且$AD=\frac{1}{3}AC$,若$\triangle ABD$的面积为$\frac{3\sqrt{3}}{4}$,$b+c=6$,求BD的长.

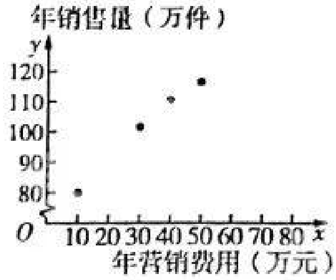
18. (12 分)如图,在四棱锥$M-ABCD$中,底面$ABCD$是平行四边形,$AB=4$,$AD=2\sqrt{2}$,$MC=2\sqrt{2}$,$\angle ADC=45°$,点M在底面$ABCD$上的射影为CD的中点O,E为线段AD上的点(含端点).

(1)若E为线段AD的中点,证明:平面$MOE\perp$平面MAD;

(2)若$AE=\lambda AD$,且三棱锥$M-AOE$的体积为$\frac{1}{3}$,求实数λ的值.



19. (12 分)某公司为了解年营销费用x(单位:万元)对年销售量y(单位:万件)的影响,统计了近 5 年的年营销费用x_i和年销售量y_i($i=1,2,3,4,5$),得到的散点图如图所示,对数据进行初步处理后,得到一些统计量的值如下表所示.



u_i	$\sum v_i$	$\sum\limits_{i=1}^{5}(u_i-\bar{u})(v_i-\bar{v})$	$\sum\limits_{i=1}^{5}(u_i-\bar{u})^2$
16.10	26.02	0.40	1.60

表中$u_i=\ln x_i$,$v_i=\ln y_i$,$\bar{u}=\frac{1}{5}\sum\limits_{i=1}^{5}u_i$,$\bar{v}=\frac{1}{5}\sum\limits_{i=1}^{5}v_i$.

已知$y=a\cdot x^b$可以作为年销售量y关于年营销费用x的回归方程.

(1)求y关于x的回归方程;

(2)若公司每件产品的销售利润为 4 元,固定成本为每年 120 万元,用所求的回归方程估计该公司每年投入多少营销费用,才能使得该产品一年的收益达到最大?(收益 = 销售利润 - 营销费用 - 固定成本)

参考数据:$e^{4.399}\approx 81$,$\sqrt[3]{3}\approx\frac{13}{9}$.

参考公式:对于一组数据$(u_1,v_1),(u_2,v_2),\cdots,(u_n,v_n)$,其回归直线$v=\alpha+\beta u$的斜率和截距的最小二乘估计分别为$\hat{\beta}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(u_i-\bar{u})(v_i-\bar{v})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(u_i-\bar{u})^2}$,$\hat{\alpha}=\bar{v}-\hat{\beta}\bar{u}$.

20.（12 分）已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 F，离心率为 $\frac{1}{2}$，且点 $(1,\frac{3}{2})$ 在椭圆上.

（1）求椭圆 C 的标准方程；

（2）过右焦点 F 且斜率不为 0 的直线 l 与椭圆 C 交于 A,B 两点，线段 AB 的中点为 Q，经过坐标原点 O 和点 Q 的直线 m 与椭圆 C 交于 M,N 两点，求四边形 $AMBN$ 的面积的取值范围.

21.（12 分）已知函数 $f(x)=e^x\sin x-mx+1$.

（1）当 $m=-1$ 时，求 $f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

（2）证明：当 $0<m<1$ 时，对任意的 $x\in(0,\frac{3\pi}{4})$，$f(x)>1$ 恒成立.

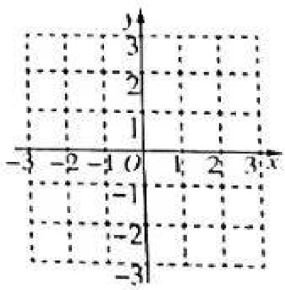
（二）选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一题计分.

[选修 4－4：坐标系与参数方程]

22.（10 分）在直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+t,\\y=1-t,\end{cases}$ 其中 t 为参数，以坐标原点为极点，x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=2|\sin\theta|+2|\cos\theta|$，其中 θ 为参数.

（1）求直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程，并画出曲线 C 的简图（无需写出作图过程）；

（2）直线 $m:\theta=\alpha(\alpha\in[0,\frac{\pi}{2}])$ 与曲线 C 相交于 A,B 两点，且 $|AB|=2\sqrt{6}$，求 α 的值.

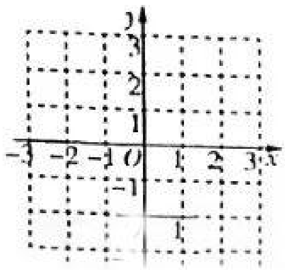


[选修 4－5：不等式选讲]

23.（10 分）已知函数 $f(x)=2|x+1|+|x-1|-4$ 的最小值为 m.

（1）在直角坐标系中画出 $y=f(x)$ 的图象，并求出 m 的值；

（2）若 a,b,c 均为正数，且 $a+b+c=-m+1$，求 $\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}$ 的最小值.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜

自主选拔在线