

高三年级考试

数学试题

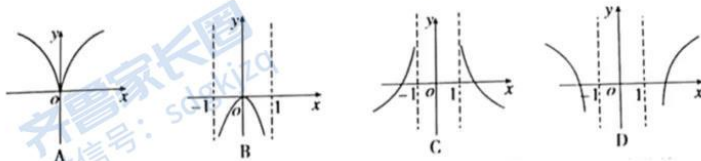
注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

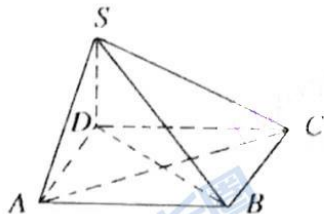
一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 若复数 z 满足 $iz - 1 = 2i$ (i 为虚数单位), 则在复平面内复数 z 对应的点的坐标是
A. (1,2)
B. (2,1)
C. (-1,2)
D. (2,-1)
2. 已知集合 $A = \{x | (x+1)(3-x) < 0\}$, $B = \left\{x \mid \frac{1}{x} \leq 1\right\}$, 则 $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B =$
A. $[-1, 0] \cup [1, 3]$
B. $[-1, 0) \cup [1, 3]$
C. $(-\infty, -1) \cup [3, +\infty)$
D. $[1, 3]$
3. 牛顿曾经提出了常温环境下的温度冷却模型: $\theta = (\theta_1 - \theta_0)e^{-kt} + \theta_0$, 其中, t 为时间(单位: min), θ_0 为环境温度, θ_1 为物体初始温度, θ 为冷却后温度, 假设在室内温度为 20°C 的情况下, 一桶咖啡由 100°C 降低到 60°C 需要 20min, 则 $k =$
A. $\frac{\ln 2}{20}$
B. $\frac{\ln 3}{20}$
C. $-\frac{\ln 2}{10}$
D. $-\frac{\ln 3}{10}$

4. 若单位向量 a, b 满足 $a \perp b$, 向量 c 满足 $(a+c) \cdot b=1$, 且向量 b, c 的夹角为 60° , 则 $|c| =$
- A. $\frac{1}{2}$
B. 2
C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
D. $\sqrt{3}$
5. 若函数 $f(x) = a^x - a^{-x}$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 在 \mathbf{R} 上为减函数, 则函数 $y = \log_a(|x|-1)$ 的图象可以是



6. 如图, 四棱锥 $S-ABCD$ 的底面为正方形, $SD \perp$ 底面 $ABCD$, 则下列结论中不正确的是



- A. $AC \perp SB$
B. $AB \parallel$ 平面 SCD
C. SA 与平面 SBD 所成的角等于 SC 与平面 SBD 所成的角
D. AB 与 SC 所成的角等于 DC 与 SA 所成的角
7. 在 $\triangle ABC$ 中, “ $\tan A < \cos B$ ” 是 “ $\triangle ABC$ 为钝角三角形” 的
- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

8. 已知 $f(x)$ 为定义在 R 上的偶函数, 当 $x \neq 0$ 时, 恒有 $xf'(x) < 0$, 则

- A. $f\left(\log_5 \frac{1}{3}\right) > f\left(\frac{7}{9}\right) > f\left(\log_8 \frac{1}{5}\right)$
 B. $f\left(\log_5 \frac{1}{3}\right) > f\left(\log_8 \frac{1}{5}\right) > f\left(\frac{7}{9}\right)$
 C. $f\left(\log_8 \frac{1}{5}\right) > f\left(\log_5 \frac{1}{3}\right) > f\left(\frac{7}{9}\right)$
 D. $f\left(\frac{7}{9}\right) > f\left(\log_8 \frac{1}{5}\right) > f\left(\log_5 \frac{1}{3}\right)$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 若 $a, b \in R, a < b < 0$, 则下列不等式中, 一定成立的是

- A. $\frac{1}{a-b} > \frac{1}{a}$
 B. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
 C. $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2$
 D. $|a| > |b|$

10. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线过点 $P\left(\frac{\sqrt{6}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, 点 F 是双曲线 C 的右焦点, 则下列结论正确的是

- A. 双曲线 C 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$
 B. 双曲线 C 的渐近线方程为 $x - \sqrt{2}y = 0$
 C. 若点 F 到双曲线 C 的渐近线的距离为 $\sqrt{2}$, 则双曲线 C 的方程为 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1$
 D. 设 O 为坐标原点, 若 $|PO| = |PF|$, 则 $S_{\triangle POF} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

11. 已知 $f(x)$ 是定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 的奇函数, 函数 $g(x) = f(x) + \frac{1}{x}, f(1) = -1$, 当

- $x_2 > x_1 > 0$ 时, $x_1 x_2 f(x_1) - x_1 > x_1 x_2 f(x_2) - x_2$ 恒成立, 则下列结论正确的是
- A. $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增
 B. $g(x)$ 有两个零点
 C. $f(3) + f(-2) < \log_{64} 2$
 D. 不等式 $g(x) > 0$ 的解集为 $(-1, 0) \cup (0, 1)$

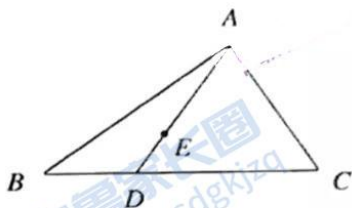
12. 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 底面棱长为 2, 侧棱长为 $2\sqrt{3}$, E 为 AC_1 的中点, $\overrightarrow{BD} = \lambda \overrightarrow{BC}$ ($0 < \lambda < 1$), 则以下结论正确的是
- A. 当 $\lambda = \frac{1}{2}$ 时, $\overrightarrow{A_1D} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AA_1}$
- B. 当 $\lambda = \frac{1}{2}$ 时, $AB_1 \parallel$ 平面 A_1C_1D
- C. 存在 λ 使得 $DE \perp$ 平面 A_1B_1C
- D. 四面体 $E-ABC$ 外接球的半径为 $\frac{\sqrt{15}}{3}$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_3 = 9, S_{10} = 100$, 则 $a_7 =$ _____.

14. 已知 $\tan \alpha = 2$, 则 $\frac{\cos \alpha (1 - \sin 2\alpha)}{2 \sin \alpha - \cos \alpha}$ 的值为 _____.

15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$, 点 E 在线段 AD 上移动 (不含端点), 若 $\overrightarrow{AE} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AC}$, 则 $\frac{\lambda}{\mu} =$ _____, $\lambda^2 - \mu$ 的最小值为 _____.



16. 已知抛物线 $E: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 F , 以 F 为圆心, $3p$ 为半径的圆交抛物线 E 于 P, Q 两点, 以线段 PF 为直径的圆经过点 $(0, -1)$, 则点 F 到直线 PQ 的距离为 _____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin(2x + \varphi) + \cos(2x + \varphi)$ ($|\varphi| < \frac{\pi}{2}$), 将 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 所得函数的图象关于 y 轴对称。

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 若关于 x 的方程 $f(x) = a$ 在 $[\frac{\pi}{6}, \frac{5}{12}\pi]$ 上恰有两个实数根, 求实数 a 的取值范围。

18. (12 分)

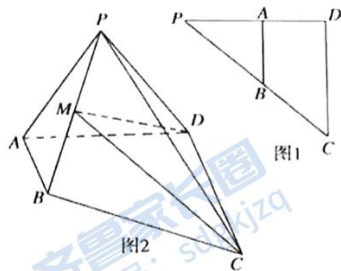
在等比数列 $\{a_n\}$ 中, a_1, a_2, a_3 分别是下表第一、二、三列中的某一个数, 且 a_1, a_2, a_3 中的任何两个数不在下表中的同一行, 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n 。

	第一列	第二列	第三列
第一行	1	-4	16
第二行	2	7	-10
第三行	5	12	8

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 证明: 数列 $\{S_n\}$ 中的任意连续三项按适当顺序排列后, 可以成等差数列。

19. (12分) 如图1, 在等腰直角 $\triangle PCD$ 中, $\angle D=90^\circ$, A, B 分别为 PD, PC 的中点, 将 $\triangle PAB$ 沿直线 AB 翻折, 得到如图2所示的四棱锥 $P-ABCD$, 若二面角 $P-AB-D$ 的大小为 60° , M 为 PB 中点.
- (1) 求证: $PA \perp$ 平面 MCD ;
(2) 求直线 CM 与平面 PMD 所成角的正弦值.



20. (12分)

在某海域 A 处的巡逻船发现南偏东 60° 方向, 相距 a 海里的 B 处有一可疑船只, 此可疑船只

正沿射线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x (x \geq 0)$ (以 B 点为坐标原点, 正东, 正北方向分别为 x 轴, y 轴正方向,

1 海里为单位长度, 建立平面直角坐标系) 方向匀速航行. 巡逻船立即开始沿直线匀速追击拦截, 巡逻船出发 t 小时后, 可疑船只所在位置的横坐标为 bt . 若巡逻船以 30 海里/小时的速度向正东方向追击, 则恰好 1 小时与可疑船只相遇.

(1) 求 a, b 的值;

(2) 若巡逻船以 $5\sqrt{21}$ 海里/小时的速度进行追击拦截, 能否拦截成功? 若能, 求出拦截时间, 若不能, 请说明理由.

21. (12 分)

设点 $P(x_0, y_0)$ ($x_0 \neq \pm 1$) 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 上一动点, F_1, F_2 分别是椭圆 C 的左、

右焦点, 射线 PF_1, PF_2 分别交椭圆 C 于 M, N 两点, 已知 $\triangle PMF_2$ 的周长为 8, 且点 $(1, \frac{3}{2})$

在椭圆 C 上.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 证明: $\frac{|PF_1|}{|MF_1|} + \frac{S_{\triangle OPN}}{S_{\triangle OF_2N}}$ 为定值.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{e^x}{x} + x^2 - 1$ ($x > 0$), $g(x) = (\ln x)^2 - 2x$.

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 1$ 处的切线方程;

(2) 若 $f(m) = g(n)$, 证明: $m > n$.

高三年级考试
数学试题参考答案及评分标准

2022.01

一、选择题:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	B	A	B	C	D	A	B

二、选择题:

题号	9	10	11	12
答案	BCD	AC	BC	AD

三、填空题:

13. 13 14. $\frac{1}{15}$ 15. 2(2分), $-\frac{1}{16}$ (3分) 16. $\frac{4}{5}\sqrt{5}$

四、解答题:

17. (10分)

(1) 解: $f(x) = \sqrt{3} \sin(2x + \varphi) + \cos(2x + \varphi) = 2 \sin(2x + \varphi + \frac{\pi}{6})$

将函数 $f(x)$ 的图象沿 x 轴向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后, 所得函数为

$$y = 2 \sin[2(x + \frac{\pi}{3}) + \varphi + \frac{\pi}{6}] = 2 \sin(2x + \varphi + \frac{5\pi}{6}) \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

$$\therefore \varphi + \frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z$$

$$\therefore \varphi = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in Z$$

$$\text{又 } |\varphi| < \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore \varphi = -\frac{\pi}{3}$$

$$\therefore f(x) = 2 \sin(2x - \frac{\pi}{6}) \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

(2) $\because x \in [\frac{\pi}{6}, \frac{5}{12}\pi]$

$$\therefore 2x - \frac{\pi}{6} \in [\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}] \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

当 $\frac{\pi}{6} \leq 2x - \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{2}$, 即 $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ 时, $f(x)$ 单调递增;

当 $\frac{\pi}{2} < 2x - \frac{\pi}{6} \leq \frac{2\pi}{3}$, 即 $\frac{\pi}{3} < x \leq \frac{5\pi}{12}$ 时, $f(x)$ 单调递减, $\dots\dots\dots 8 \text{分}$

且 $f(\frac{\pi}{3}) = 2, f(\frac{5\pi}{12}) = \sqrt{3}$.

\therefore 方程 $f(x) = a$ 在 $[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{12}]$ 上恰有两个实数根.
 $\therefore \sqrt{3} \leq a < 2$
 \therefore 实数 a 的取值范围为 $[\sqrt{3}, 2)$ 10分

18. (12分)

解: (1) 当 $a_1 = 1$ 时, 不合题意
 当 $a_1 = 2$ 时, 当且仅当 $a_2 = -4, a_3 = 8$ 时符合题意 3分
 当 $a_1 = 5$ 时, 不合题意
 $\therefore q = -2$
 $\therefore a_n = 2 \cdot (-2)^{n-1}$ 6分

(2) $S_n = \frac{2[1 - (-2)^n]}{1 - (-2)} = \frac{2}{3} - \frac{2}{3}(-2)^n$
 $\therefore S_{n+1} = \frac{2}{3} - \frac{2}{3}(-2)^{n+1}$
 $S_{n+2} = \frac{2}{3} - \frac{2}{3}(-2)^{n+2} = \frac{2}{3} + \frac{4}{3}(-2)^{n+1}$ 9分
 $\therefore S_{n+1} + S_{n+2} = \frac{4}{3} + \frac{2}{3}(-2)^{n+1} = \frac{4}{3} - \frac{4}{3}(-2)^n$
 $= \frac{2}{3}[\frac{2}{3} - \frac{2}{3}(-2)^n]$
 $= 2S_n$
 $\therefore S_{n+1}, S_n, S_{n+2}$ 成等差数列
 \therefore 数列 $\{S_n\}$ 中的任意连续三项按适当顺序排列后可以成等差数列. 12分

19. (12分)

解: (1) 证明: $\because AB \perp PA, AB \parallel CD$
 $\therefore PA \perp CD$
 设 AP 的中点为 N , 连接 MN, DN .
 $\because M$ 为 PB 的中点
 $\therefore MN \parallel AB$
 $\therefore MN \parallel CD$
 $\therefore M, N, C, D$ 四点共面 3分
 又 $PA \perp AB, AD \perp AB$
 $\therefore \angle PAD$ 即为二面角 $P-AB-D$ 的平面角
 $\therefore \angle PAD = 60^\circ$
 又 $AP = AD$
 \therefore 三角形 PAD 为正三角形

高三数学试题参考答案 第2页 (共6页)

$\therefore DN \perp PA$

又 $DN \cap CD = D, DN, CD \subset \text{平面} MCD$

$\therefore PA \perp \text{平面} MCD$ 6分

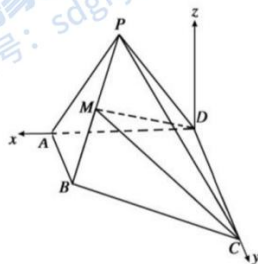
(2) 以 D 为坐标原点, \overrightarrow{DA} 为 x 轴正方向, \overrightarrow{DC} 为 y 轴正方向, 建立如图所示的空间直角坐标系 $D-xyz$. 设 $AD=2$.

则 $B(2,2,0), C(0,4,0), P(1,0,\sqrt{3})$

$\therefore M(\frac{3}{2}, 1, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 8分

$\therefore \overrightarrow{CM} = (\frac{3}{2}, -3, \frac{\sqrt{3}}{2}), \overrightarrow{DP} = (1, 0, \sqrt{3}),$

$\overrightarrow{DM} = (\frac{3}{2}, 1, \frac{\sqrt{3}}{2})$



设 $\mathbf{m} = (x, y, z)$ 为平面 PMD 的法向量, 则

$$\begin{cases} \mathbf{m} \cdot \overrightarrow{DM} = 0 \\ \mathbf{m} \cdot \overrightarrow{DP} = 0 \end{cases} \quad \text{即} \quad \begin{cases} \frac{3}{2}x + y + \frac{\sqrt{3}}{2}z = 0 \\ x + \sqrt{3}z = 0 \end{cases}$$

令 $x = \sqrt{3}$, 解得 $\begin{cases} y = -\sqrt{3} \\ z = -1 \end{cases}$

$\therefore \mathbf{m} = (\sqrt{3}, -\sqrt{3}, -1)$ 10分

设直线 CM 与平面 PMD 所成的角为 θ , 则

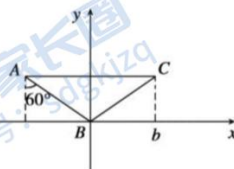
$$\sin \theta = |\cos \langle \mathbf{m}, \overrightarrow{CM} \rangle| = \frac{|\mathbf{m} \cdot \overrightarrow{CM}|}{|\mathbf{m}| |\overrightarrow{CM}|} = \frac{|\frac{3}{2}\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}|}{\sqrt{7} \times 2\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$$

\therefore 直线 CM 与平面 PMD 所成角的正弦值为 $\frac{2\sqrt{7}}{7}$ 12分

20. (12分)

解: 直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 的倾斜角为 30° .

(1) 若巡逻船以 30 海里/小时的速度向正东方向追击, 设 1 小时后两船相遇于点 C . 如图所示, 则 $AC \parallel x$ 轴, $AC = 30$, 且 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称 3分



$\therefore AB = BC = a, \angle ABC = 120^\circ$

$\therefore a = \frac{15}{\cos 30^\circ} = 10\sqrt{3}, b = 15$ 6分

(2)若巡逻船以 $5\sqrt{21}$ 海里/小时进行追击,设 t 小时后两船相遇于点 D ,如图所示,则

$\angle ABD = 120^\circ, BD = \frac{15t}{\cos 30^\circ} = 10\sqrt{3}t, AD = 5\sqrt{21}t, AB = 10\sqrt{3}$ 8分

$\therefore AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB \cdot BD \cos \angle ABD$

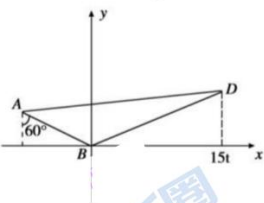
$\therefore (5\sqrt{21}t)^2 = (10\sqrt{3})^2 + (10\sqrt{3}t)^2 - 2 \times 10\sqrt{3} \times 10\sqrt{3}t \times (-\frac{1}{2})$ 10分

整理得 $3t^2 - 4t - 4 = 0$

解得 $t = 2$ 或 $t = -\frac{2}{3}$ (舍去)

\therefore 能够拦截成功,拦截时间为2小时.

..... 12分



21. (12分)

解:(1)由题知, $4a = 8$

$\therefore a = 2$ 2分

将 $(1, \frac{3}{2})$ 代入方程 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, 得 $\frac{1}{4} + \frac{9}{4b^2} = 1$

解得 $b^2 = 3$

\therefore 椭圆C的方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 4分

(2)由题知, $x_0 \neq \pm 1, y_0 \neq 0$, 设 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$, 则直线PM的方程为

$y = \frac{y_0}{x_0 + 1}(x + 1)$ 6分

由 $\begin{cases} y = \frac{y_0}{x_0 + 1}(x + 1), \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1, \end{cases}$ 得

$[\frac{3(x_0 + 1)^2}{y_0^2} + 4]y^2 - \frac{6(x_0 + 1)}{y_0}y - 9 = 0$

$\therefore y_0 y_1 = \frac{-9}{\frac{3(x_0 + 1)^2}{y_0^2} + 4} = \frac{-9y_0^2}{3(x_0 + 1)^2 + 4y_0^2}$

$\therefore y_1 = \frac{-9y_0}{3(x_0 + 1)^2 + 4y_0^2}$

$$= \frac{-9y_0}{3x_0^2 + 4y_0^2 + 6x_0 + 3} = \frac{-3y_0}{2x_0 + 5} \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

同理可得 $y_2 = \frac{-3y_0}{5 - 2x_0} \dots\dots\dots 10 \text{分}$

$$\therefore \frac{|PF_1|}{|MF_1|} + \frac{S_{\triangle OPN}}{S_{\triangle OF_1N}} = \frac{|y_0|}{|y_1|} + \frac{|y_0| + |y_2|}{|y_2|}$$

$$= -\left(\frac{y_0}{y_1} + \frac{y_0}{y_2}\right) + 1$$

$$= -\left(\frac{y_0}{-3y_0} + \frac{y_0}{-3y_0}\right) + 1$$

$$= \frac{2x_0 + 5}{2x_0 + 5} + \frac{5 - 2x_0}{5 - 2x_0} + 1$$

$$= \frac{2x_0 + 5 + 5 - 2x_0}{3} + 1$$

$$= \frac{13}{3}$$

$\therefore \frac{|PF_1|}{|MF_1|} + \frac{S_{\triangle OPN}}{S_{\triangle OF_1N}}$ 为定值 $\frac{13}{3} \dots\dots\dots 12 \text{分}$

22. (12分)

解: (1) $f'(x) = \frac{xe^x - e^x}{x^2} + 2x = \frac{x-1}{x^2} + 2x$

$\therefore f'(1) = 2 \dots\dots\dots 2 \text{分}$

又 $f(1) = e$

\therefore 曲线 $y = f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程为

$y - e = 2(x - 1)$, 即 $y = 2x + e - 2 \dots\dots\dots 4 \text{分}$

(2) 设 $\varphi(x) = x - 1 - \ln x (x > 0)$, 则

$$\varphi'(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$$

当 $x \in (0, 1)$ 时, $\varphi'(x) < 0$, $\varphi(x)$ 单调递减,

当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $\varphi'(x) > 0$, $\varphi(x)$ 单调递增.

$\therefore \varphi(x)_{\min} = \varphi(1) = 0$

$\therefore \varphi(x) \geq 0$, 即 $x - 1 \geq \ln x$.

\therefore 当 $x > 0$ 时, $2x > -2x \geq 2x \ln x - 2x^2 \dots\dots\dots 6 \text{分}$

$\therefore f(x) - g(x) = \frac{e^x}{x} - (\ln x)^2 + x^2 + 2x - 1$

$$> \frac{e^x}{x} - (\ln x)^2 + x^2 - 2x - 1$$

$$\geq e^{x-\ln x} - (\ln x)^2 + x^2 + 2x \ln x - 2x^2 - 1$$

$$= e^{x-\ln x} + (x + \ln x)(x - \ln x) - 2x(x - \ln x) - 1$$

$$= e^{x-\ln x} - (x - \ln x)^2 - 1 \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

高三数学试题参考答案 第5页 (共6页)

\therefore 当 $x > 0$ 时, $x > x - 1 \geq \ln x$
 $\therefore x - \ln x > 0$
 设 $h(x) = e^x - x^2 - 1 (x \geq 0)$, 则 $h'(x) = e^x - 2x$
 设 $t(x) = e^x - 2x (x \geq 0)$, 则 $t'(x) = e^x - 2$
 令 $t'(x) = 0$, 解得 $x = \ln 2$
 当 $x \in [0, \ln 2)$ 时, $t'(x) < 0$, $t(x)$ 单调递减,
 当 $x \in (\ln 2, +\infty)$ 时, $t'(x) > 0$, $t(x)$ 单调递增,
 $\therefore t(x)_{\min} = t(\ln 2) = 2(1 - \ln 2) > 0$
 $\therefore t(x) > 0$, 即 $h'(x) > 0$
 $\therefore h(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增
 $\therefore h(x) > h(0) = 0 \dots\dots\dots 10$ 分
 \therefore 当 $x > 0$ 时, $e^x - x^2 - 1 > 0$ 恒成立.
 $\therefore f(x) - g(x) > 0$, 即 $f(x) > g(x)$.
 $\therefore f(m) > g(m)$
 又 $g'(x) = 2 - \frac{1}{x} \ln x - 2 = 2 - \frac{\ln x - x}{x} < 0$
 $\therefore g(x)$ 单调递减.
 又 $g(n) = f(m) > g(m)$
 $\therefore m > n \dots\dots\dots 12$ 分

关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下子平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注**齐鲁家长圈**微信号：**sdgkjzq**。



微信搜一搜

齐鲁家长圈

打开“微信 / 发现 / 搜一搜”搜索