

姓名 _____ 座位号 _____

(在此卷上答题无效)

绝密 ★ 启用前

2022 届“江南十校”一模联考

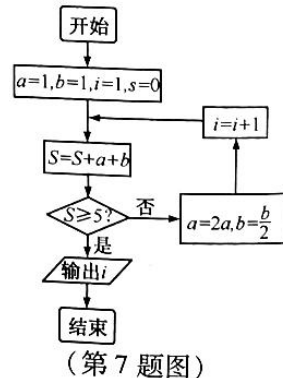
文科数学

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、班级、准考证号、考场号和座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将答题卡交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{y | y = 2x - 1, x \in A\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{1\}$ B. $\{1, 2, 3\}$ C. $\{1, 3\}$ D. $\{1, 3, 5\}$
2. “ $0 < \lambda < 4$ ”是“双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{\lambda} = 1$ 的焦点在 x 轴上”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
3. 已知复数 z 在复平面内对应的点为 $(2, 1)$, \bar{z} 是 z 的共轭复数, 则 $\frac{\bar{z}}{z} =$
A. $-\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$ B. $-\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$ C. $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$ D. $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$
4. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $(2b - \sqrt{3}c) \cos A = \sqrt{3}a \cos C$, 则角 A 的大小为
A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{12}$
5. 设 $x \in (0, \frac{\pi}{2})$, 则事件“ $2 \sin x > \tan x$ ”发生的概率为
A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{2}{3\pi}$
6. 已知函数 $f(x) = 2^{|x|}$, $a = f(\log_0.5 3)$, $b = f(\log_4 5)$, $c = f(\cos \frac{\pi}{3})$, 则
A. $a > c > b$ B. $a > b > c$
C. $b > a > c$ D. $c > a > b$
7. 《九章算术》是中国数学方面流传至今最早也是最重要的一部经典著作,是研究数学在中国的历史和现状的钥匙。其中第七章“盈不足”中有两鼠穿墙问题:“今有垣厚五尺,两鼠对穿,大鼠日一尺,小鼠也日一尺,大鼠日自倍,小鼠日自半,问何日相逢?”意思是:“有两只老鼠从厚五尺墙的两边打洞穿墙,大老鼠第一天进一尺,以后每天加倍;小老鼠第一天也进一尺,以后每天减半。问几日两鼠相逢?”有人设计了如图所示的程序框图解决此问题,则输出的 $i =$
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5



8. 为了得到函数 $y = \cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象, 只要把函数 $y = \cos 2x$ 图象上所有的点

- A. 横坐标伸长到原来的 $\frac{3}{2}$ 倍, 再把得到的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 纵坐标不变
- B. 横坐标伸长到原来的 $\frac{3}{2}$ 倍, 再把得到的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 纵坐标不变
- C. 横坐标缩短到原来的 $\frac{2}{3}$ 倍, 再把得到的图象向右平移 $\frac{\pi}{18}$ 个单位长度, 纵坐标不变
- D. 横坐标缩短到原来的 $\frac{2}{3}$ 倍, 再把得到的图象向左平移 $\frac{\pi}{18}$ 个单位长度, 纵坐标不变

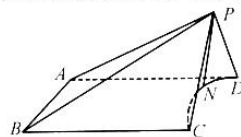
9. 设 F_1, F_2 是椭圆 $C: \frac{x^2}{10} + y^2 = 1$ 的两个焦点, O 为坐标原点, 点 P 在 C 上, 且 $\triangle PF_1F_2$ 的面积为 $\sqrt{7}$, 则 $|OP| =$

- A. $\sqrt{3}$
- B. $\frac{7}{3}$
- C. $\frac{8}{3}$
- D. 3

10. 已知四棱锥 $P-ABCD$ 的高为 $\sqrt{3}$, 底面 $ABCD$ 为矩形, $BC = 3, AB = 2, PC = PD$, 且面 $PCD \perp$ 面 $ABCD$. 现从四棱锥中挖去一个以 CD 为底面直径, P 为顶点的半个圆锥, 得到的几何体如图所示.

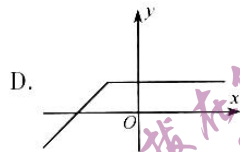
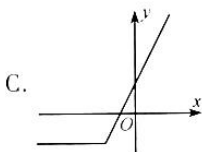
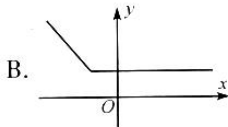
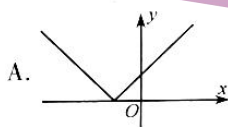
- A. $\frac{1}{2}$
- C. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

- B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$



(第10题图)

11. 函数 $f(x) = |x+1| + ax$ 的图象不可能是



12. 已知函数 $f(x) = ae^{x-2} - \ln x + 2 \ln a$, 若 $f(x) \geq 3$ 恒成立, 则 a 的取值范围为

- A. $[1, +\infty)$
- B. $[\sqrt{e}, +\infty)$
- C. $[e, +\infty)$
- D. $[2e, +\infty)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

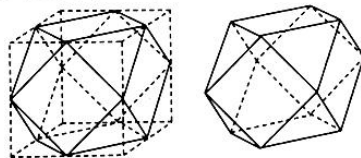
13. 已知向量 $\mathbf{a} = (t, 2), \mathbf{b} = (-t, 1)$, 满足 $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| = |\mathbf{a} + \mathbf{b}|$, 则 $t =$ _____.

14. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y-2 \geq 0, \\ 3x-y+2 \geq 0, \\ x-y-2 \leq 0, \end{cases}$ 则 $z = x^2 + y^2$ 的最小值为 _____.

15. 过坐标原点且与曲线 $y = -x \ln x - 1$ 相切的直线方程为 _____.

16. 半正多面体亦称阿基米德多面体, 是由边数不全相同的正多边形为面的多面体. 如图所示,

将正方体沿交于一顶点的三条棱的中点截去一个三棱锥, 如此共可截去八个三棱锥, 得到一个有十四个面的半正多面体, 其中八个面为正三角形, 六个面为正方形, 它们的边长都相等, 称这样的半正多面体为二十四等边体. 现有一个体积为 V_1 的二十四等边体, 其外接球体积



(第16题图)

为 V_2 , 则 $\frac{V_2}{V_1} =$ _____.

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:共 60 分。

17. (12 分)

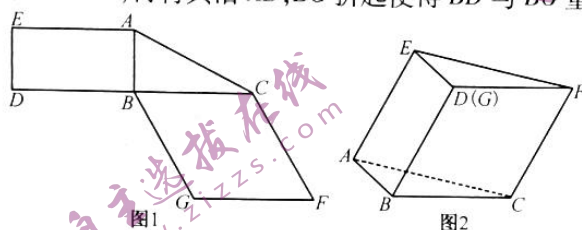
设 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $a_1=3$, 点 $(n, \frac{S_n}{n})$ ($n=1, 2, 3, \dots$) 在斜率为 1 的直线上。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\{\frac{a_n}{2^{n+1}}\}$ 的前 n 项和 T_n 。

18. (12 分)

如图所示,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, 分别以边 AB 和 BC 为一边向外侧作矩形 $ABDE$ 和菱形 $BCFG$ (如图 1), 满足 $BD=BC$, 再将其沿 AB, BC 折起使得 BD 与 BC 重合, 连结 EF (如图 2)。



(第 18 题图)

(1) 判断图 2 中的 A, C, F, E 四点是否共面? 并说明理由;

(2) 图 2 中, $BC=2AB=4$, $\angle BCF=120^\circ$, 设 M 是线段 FC 上一点, 连结 EM 与 DM . 判断平面 EDM 与平面 $BCFD$ 是否垂直? 并求三棱柱 $ABC-EDF$ 的侧面积。

19. (12 分)

碳中和,是指企业、团体或个人测算在一定时间内,直接或间接产生的温室气体排放总量,通过植树造林、节能减排等形式,抵消自身产生的二氧化碳排放,实现二氧化碳的“零排放”。碳达峰,是指碳排放进入平台期后,进入平稳下降阶段。简单地说就是让二氧化碳排放量“收支相抵”。中国政府在第七十五届联合国大会上提出:“中国将提高国家自主贡献力度,采取更加有力的政策和措施,二氧化碳排放力争于 2030 年前达到峰值,努力争取 2060 年前实现碳中和。”减少碳排放,实现碳中和,人人都可出一份力。某中学数学教师组织开展了题为“家庭燃气灶旋钮的最佳角度”的数学建模活动。

实验假设:

①烧开一壶水有诸多因素,本建模的变量设定为燃气用量与旋钮的旋转角度,其他因素假设一样;

②由生活常识知,旋转角度很小或很大,一壶水甚至不能烧开或造成燃气浪费,因此旋转角度设定在 10° 到 90° 间,建模实验中选取 5 个代表性数据: $18^\circ, 36^\circ, 54^\circ, 72^\circ, 90^\circ$ 。

某支数学建模队收集了“烧开一壶水”的实验数据,如下表:

旋转角度	开始烧水时燃气表读数/ dm^3	水烧开时燃气表读数/ dm^3
18°	9080	9210
36°	8958	9080
54°	8819	8958
72°	8670	8819
90°	8498	8670

以 x 表示旋转角度, y 表示燃气用量.

(1) 用列表法整理数据 (x, y) ;

x (旋转角度:度)	18	36	54	72	90
y (燃气用量: dm^3)					

(2) 假定 x, y 线性相关, 试求回归直线方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$; (注: 计算结果精确到小数点后三位)

(3) 有队员用二次函数进行模拟, 得到的函数关系为 $\hat{y} = 1.903 \times 10^{-2}x^2 - 1.472x + 150.33$. 求在该模型中, 烧开一壶水燃气用量最少时的旋转角度. 请用相关指数 R^2 分析二次函数模型与线性回归模型哪种拟合效果更好? (注: 计算结果精确到小数点后一位)

参考数据: $\sum_{i=1}^5 y_i = 712$, $\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 1998$, $\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 = 3240$, $\sum_{i=1}^5 (y_i - \bar{y})^2 = 1501.2$,

线性回归模型 $\sum_{i=1}^5 (y_i - \hat{y}_i)^2 \approx 269.1$, 二次函数模型 $\sum_{i=1}^5 (y_i - \hat{y}_i)^2 \approx 196.5$.

参考公式: $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$, $R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$.

20. (12分)

已知抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 过点 F 的直线 l 与抛物线 C 交于 P, A 两点, 且 $\vec{PF} = \lambda \vec{FA}$.

(1) 若 $\lambda = 1$, 求点 P 的坐标;

(2) 设点 $E(a, 0)$, 直线 PE 与抛物线 C 的另一个交点为 B , 且 $\vec{PE} = \mu \vec{EB}$. 若 $\lambda = 4\mu$, 求 a 的值.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = ax + (a-1) \ln x + \frac{1}{x} - 2$, $a \in \mathbf{R}$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $f(x)$ 只有一个零点, 求 a 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中, 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = |\sin\theta| + |\cos\theta|$.

(1) 求曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 求曲线 C 围成的图形的面积.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知函数 $f(x) = |2x+a|$, $g(x) = |2x-1|$.

(1) 当 $a=2$ 时, 求不等式 $f(x) + g(x) \geq 4$ 的解集;

(2) 若存在 $x_0 \in \mathbf{R}$, 使得 $f(x_0) < 4 - g(x_0 + a)$, 求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

