

格致中学 二〇一九学年度第一学期期中考试
高三年级 数学试卷 (共4页)

(测试120分钟内完成, 总分150分, 试后交答题卷)

友情提示: 昨天, 你既然经历了艰苦的学习, 今天, 你必将获得可喜的收获!

祝你: 诚实守信, 沉着冷静, 细致踏实, 自信自强, 去迎接胜利!

一、填空题: (本大题共有12题, 满分54分, 第1-6题每题4分, 第7-12题每题5分)

1、直线 $k=3y+1$ 的一个法向量可以是 _____;

2、函数 $y = \log_2(x+3)$ 的反函数为 _____;

3、已知 $(1+ax)^7$ 的展开式中, 含 x^3 项的系数等于280, 则实数 $a =$ _____;

4、已知 $\sin x = \frac{4}{5}$, $x \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 则 $\tan(x + \frac{\pi}{4})$ 的值等于 _____;

5、已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 满足 $|\frac{a}{b} - \frac{1}{\sqrt{2}}| = 0$, 且双曲线的右焦点与抛物

线 $y^2 = 4\sqrt{3}x$ 的焦点重合, 则该双曲线的方程为 _____;

6、某四面体的三视图如图所示, 其中主视图和左视图都由

正方形和等腰直角三角形组成, 正方形的边长为3, 俯视图

为等腰直角三角形. 该多面体的各个面中有若干个是梯形,

这些梯形的面积之和为 _____;

7、已知集合 $A = \{x | 1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | x^2 - ax + 4 \geq 0\}$, 若 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是 _____;

8、袋中装有两个红球、三个白球、四个黄球, 从中任取四个球, 则其中三种颜色的球均有的概率为 _____;

9、设复数满足 $\frac{2019z-25}{z-2019} = 3+4i$ (i 是虚数单位), 则 $|z| =$ _____;

10、在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边分别为 a, b, c , 且 G 为 $\triangle ABC$ 的重心.

若 $a\overrightarrow{GA} + b\overrightarrow{GB} + \frac{\sqrt{3}}{3}c\overrightarrow{GC} = \vec{0}$, 则 $\angle A =$ _____;

11、设定义域为 $(0, +\infty)$ 的递增函数 $f(x)$ 满足: 对任意的 $x \in (0, +\infty)$, 均有 $f(x) > -\frac{6}{x}$, 且

$f(f(x) + \frac{6}{x}) = 5$, 则 $f(10) =$ _____;

二〇一九学年度第一学期高三数学期中考试 第1页 共4页

准考证号

姓名

班级

12、定义:若函数 $f(x)$ 图像上的点到定点 A 的最短距离小于 3, 则称函数 $f(x)$ 是点 A 的近点函数. 已知函数 $f(x) = \frac{-2x+a}{x-2}$ 在 $(2, +\infty)$ 上是增函数, 且是点 $A(0, -4)$ 的近点函数, 则实数 a 的取值范围是_____.

二、选择题: (本大题共 4 题, 满分 20 分, 每题 5 分) 每题有且只有一个正确选项, 考生在答题纸的相应位置, 将代表正确选项的小方格涂黑.

13、已知曲线的参数方程为 $\begin{cases} x = 3t^2 + 2 \\ y = t^2 - 1 \end{cases} (0 \leq t \leq 5)$, 则曲线为 ()

- A. 线段 B. 双曲线的一支 C. 圆弧 D. 射线

14、已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = p^n + q (p \neq 0, p \neq 1)$, 则 “ $q = -1$ ” 是 “数列 $\{a_n\}$ 为等比数列” 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要

15、若 $x \in [0, 1]$, 且使 $\log_2 \log_2 (2x+2) + 2^{2x+2}$ 为整数, 则满足条件的实数 x 有 () 个

- A. 15 B. 14 C. 13 D. 12

16、定义域是 $[a, b]$ 上的连续函数 $y = f(x)$ 图像的两个端点为 $A(a, f(a))$, $B(b, f(b))$,

$M(x, y)$ 是 $y = f(x)$ 图像上任意一点, 过点 M 作垂直于 x 轴的直线 l 交线段 AB 于点 N

(点 M 与点 N 可以重合), 我们称 $|\overline{MN}|$ 的最大值为该函数的 “曲径”, 下列定义域是 $[1, 2]$ 上的函数中, 曲径最小的是 ()

- A. $y = \sin \frac{\pi}{3}x$ B. $y = x^2$ C. $y = \frac{2}{x}$ D. $y = x - \frac{1}{x}$

三、解答题 (本大题共有 5 题, 满分 76 分)

17、(本题满分 14 分, 第 1 小题满分 7 分, 第 2 小题满分 7 分)

某工厂某种产品的年固定成本为 250 万元, 每生产 x 千件, 需另投入成本为 $c(x)$ (万元),

当年产量不足 80 千件时, $c(x) = \frac{1}{3}x^2 + 10x$; 当年产量不小于 80 千件时,

$c(x) = 51x + \frac{10000}{x} - 1450$. 每件商品售价为 0.05 万元. 通过市场分析, 该厂生产的商品能

全部售完.

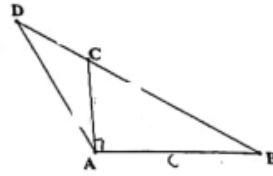
(1) 写出年利润 $L(x)$ (万元) 关于年产量 x (千件) 的函数解析式.

(2) 年产量为多少千件时, 该厂在这一商品的生产中所获利润最大?

18. (本题满分14分, 第1小题满分6分, 第2小题满分8分)

如图, 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 其中 $b \neq c$, 且 $b \cos B = c \cos C$, 延长线段 BC 到点 D , 使得 $BC = 4CD = 4$, $\angle CAD = 30^\circ$.

- (1) 求证: $\angle BAC$ 是直角.
(2) 求 $\tan \angle ADC$ 的值.



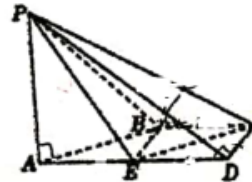
19. (本题满分14分, 第1小题满分6分, 第2小题满分8分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle ADC = \angle PAB = 90^\circ$, $BC = CD = \frac{1}{2} AD$.

E 为棱 AD 的中点, 异面直线 PA 与 CD 所成的角为 90° .

- (1) 在平面 PAB 内找一点 M , 使得直线 $CM \parallel$ 平面 PBE , 并说明理由;

- (2) 若二面角 $P-CD-A$ 的大小为 45° , 求直线 PA 与平面 PCE 所成角的正弦值.



20. (本题满分 16 分, 第 1 小题满分 5 分, 第 2 小题满分 5 分, 第 3 小题满分 6 分)

已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$, 过点 $M(a, 0) (a \neq 0)$ 的直线 l 与 C 交于 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 两点.

(1) 若 $a = \frac{p}{2}$, 求证: $\overline{OA} \cdot \overline{OB}$ 是定值 (O 是坐标原点);

(2) 若 $y_1 \cdot y_2 = m (m$ 是确定的常数), 求证: 直线 AB 过定点, 并求出此定点坐标

(3) 若 AB 的斜率为 1, 且 $|AB| \leq 2p$, 求 a 的取值范围.

21. (本题满分 18 分, 第 1 小题满分 4 分, 第 2 小题满分 7 分, 第 3 小题满分 7 分)

对于实数 x , 将满足 “ $0 \leq y < 1$ 且 $x - y$ 为整数” 的实数 y 称为实数 x 的小数部分, 用

记号 $\|x\|$ 表示, 对于实数 a , 无穷数列 $\{a_n\}$ 满足如下条件:

$$a_1 = \|a\|, \quad a_{n+1} = \begin{cases} \left\| \frac{1}{a_n} \right\|, & a_n \neq 0, \\ 0, & a_n = 0. \end{cases} \quad \text{其中 } n = 1, 2, 3, \dots$$

(1) 若 $a = \sqrt{2}$, 求数列 $\{a_n\}$;

(2) 当 $a > \frac{1}{4}$ 时, 对任意的 $n \in \mathbb{N}^*$, 都有 $a_n = a$, 求符合要求的实数 a 构成的集合 A ;

(3) 若 a 是有理数, 设 $a = \frac{p}{q}$ (p 是整数, q 是正整数, p 、 q 互质), 问对于大于 q 的任意正整数 n , 是否都有 $a_n = 0$ 成立, 并证明你的结论.



自主招生在线创始于 2014 年, 致力于提供自主招生、综合评价、三位一体、学科竞赛、新
高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 (www.zizzs.com)

和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国自主招生、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



识别二维码，快速关注

温馨提示：

全国重点中学 2019-2020 学年高三上学期期中试题及参考答案（更新下载中），[点击链接](#)

获得 <http://www.zizzs.com/c/201911/40242.html>