

秘密★启用前

九江市 2023 年第一次高考模拟统一考试

数 学 (理科)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分. 全卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟.

考生注意:

1. 答题前, 考生务必将自己的学号、姓名等内容填写在答题卡上.
2. 第 I 卷每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号, 第 II 卷用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答, 在试题卷上作答, 答案无效.
3. 考试结束, 监考员将试题卷、答题卡一并收回.

第 I 卷(选择题 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

1. 已知集合 $M = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$, $N = \{x \mid 0 \leq x \leq 4\}$, 则 $M \cap N =$

- A. $\{0, 1, 2, 3\}$ B. $\{1, 2, 3\}$ C. $\{x \mid 0 \leq x \leq 3\}$ D. $\{x \mid 1 \leq x \leq 3\}$

2. 复数 z 满足 $(1-i)z = 2+4i$, 则 z 的虚部为

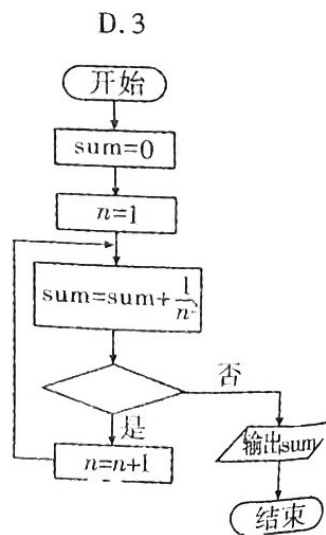
- A. 3 B. -3 C. 1 D. -1

3. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x - y \geq 0 \\ x + 2y \geq 0 \\ 3x + y - 5 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = x - y$ 的最大值为

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 3

4. 巴塞尔问题是一个著名的级数问题, 这个问题首先由皮耶特罗·门戈利在 1644 年提出, 由莱昂哈德·欧拉在 1735 年解决. 欧拉通过推导得出: $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{n^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6}$. 某同学为了验证欧拉的结论, 设计了如右算法计算 $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{1000^2}$ 的值来估算, 则判断框填入的是

- A. $n > 1000$ B. $n \geq 1000$
C. $n \leq 1000$ D. $n < 1000$
5. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 前 n 项和为 S_n , 则“ $q > 0$ ”是“ $\{S_n\}$ 为递增数列”的
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件



学校:

班级:

姓名:

学号:

密

封

线

6. 已知 $\triangle ABC$ 是边长为2的等边三角形,且其顶点都在球 O 的球面上.若球 O 的表面积为 8π ,则 O 到平面 ABC 的距离为
- A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$
7. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} ,若 $f(2x+1)$ 为偶函数,且 $f(x)+f(4-x)=2, f(1)=2$,则 $\sum_{n=1}^{22} f(n) =$
- A. 23 B. 22 C. 19 D. 18
8. 已知双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$,过点 $M(2,0)$ 作 E 的一条渐近线 l 的垂线,垂足为 P ,过点 M 作 x 轴的垂线交 l 于点 Q ,若 $\triangle MPQ$ 与 $\triangle MPO$ 的面积相等(O 为坐标原点),则 E 的离心率为
- A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$
9. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,点 M 为棱 AB 上的动点,则 A_1M 与平面 ABC_1D_1 所成角的取值范围为
- A. $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ B. $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ C. $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}]$ D. $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}]$
10. 已知 \vec{m}, \vec{n} 为单位向量,则向量 $\vec{m} + 2\vec{n}$ 与 \vec{n} 夹角的最大值为
- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$
11. 为了学习、宣传和践行党的二十大精神,某班组织全班学生开展了以“学党史、知国情、圆梦想”为主题的党史暨时政知识竞赛活动.已知该班男生20人,女生30人,根据统计分析,男生组成绩和女生组成绩的方差分别为 s_1^2, s_2^2 .记该班成绩的方差为 s^2 ,则下列判断正确的是
- A. $s^2 = \frac{s_1^2 + s_2^2}{2}$ B. $s^2 \geq \frac{s_1^2 + s_2^2}{2}$ C. $s^2 = \frac{2s_1^2 + 3s_2^2}{5}$ D. $s^2 \geq \frac{2s_1^2 + 3s_2^2}{5}$
12. 若对 $\forall x \in (\frac{1}{2e}, \frac{1}{2})$,不等式 $(ax-4)\ln x < 2\ln a - ax\ln 2$ 恒成立,则实数 a 的取值范围是
- A. $(0, 4e]$ B. $(4\sqrt{e}, +\infty)$ C. $[4\sqrt{e}, +\infty)$ D. $(4e, +\infty)$

第 II 卷(非选择题 90 分)

考生注意:

本卷包括必考题和选考题两部分.第13-21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22-23题为选考题,学生根据要求作答.

二、填空题(本大题共4小题,每小题5分,共20分.)

13. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,若 $S_4=8, S_7=35$,则 $a_5 =$.

14. 2022年11月8日,江西省第十六届运动会在九江市体育中心公园主体育场开幕,这是九江市举办的规模最大、规格最高的综合性体育赛事.赛事期间,有3000多名志愿者参加了活动.现将4名志愿者分配到跳高、跳远2个项目参加志愿服务活动,每名志愿者只分配到1

高考一模 数学(理科)试卷 第2页(共4页)

个项目,每个项目至少分配1名志愿者,则“恰好有一个项目分配了3名志愿者”的概率为_____.

15. 已知函数 $f(x) = 2\cos(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0$) 的最小正周期为 π , $f(x)$ 的图像关于点 $(\frac{\pi}{12}, 0)$ 对称,

$f(0) > 0$. 若 $f(x)$ 在 $[0, m]$ 上存在最大值2, 则实数 m 的最小值是_____.

16. 已知点 A, B 分别是抛物线 $C: y^2 = -4x$ 和圆 $E: x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0$ 上的动点, 点 A 到直线 $l: x = 2$ 的距离为 d , 则 $|AB| + d$ 的最小值为_____.

三、解答题(本大题共6小题,共70分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.)

17. (本小题满分12分)

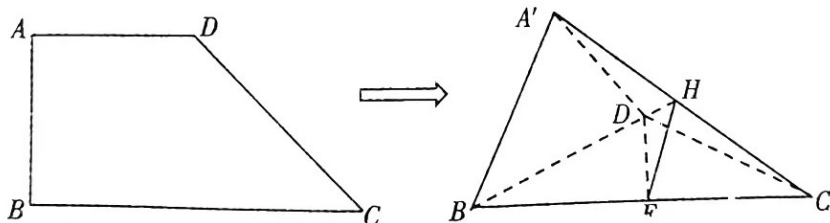
$\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 已知 $b = 2, 2\sin A = \sqrt{3}a\cos B$.

- (1) 求角 B 的值;
- (2) 求 AC 边上高的最大值.

18. (本小题满分12分)

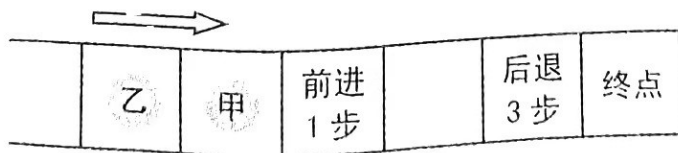
如图,直角梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC, \angle BAD = 90^\circ, AB = AD = \sqrt{2}, BC = 2\sqrt{2}$, 将 $\triangle ABD$ 沿 BD 翻折至 $\triangle A'BD$ 的位置, 使得 $A'B \perp A'C, F$ 为 BC 的中点.

- (1) 求证: 平面 $A'BD \perp$ 平面 BCD ;
- (2) H 为线段 $A'C$ 上一点, 若二面角 $C-DF-H$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 求线段 $A'H$ 的长.



19. (本小题满分12分)

飞行棋是一种竞技游戏,玩家用棋子在图纸上按线路行棋,通过掷骰子决定行棋步数.为增加游戏乐趣,往往在线路格子中设置一些“前进”“后退”等奖惩环节,当骰子点数大于或等于到达终点的格数时,玩家顺利通关.已知甲、乙两名玩家的棋子已经接近终点,其位置如图所示:



- (1) 求甲还需抛掷2次骰子才顺利通关的概率;
- (2) 若甲、乙两名玩家每人最多再投掷3次,且第3次无论是否通关,该玩家游戏结束. 设甲、

率为

乙两玩家再投掷骰子的次数为 X, Y , 分别求出 X, Y 的分布列和数学期望.

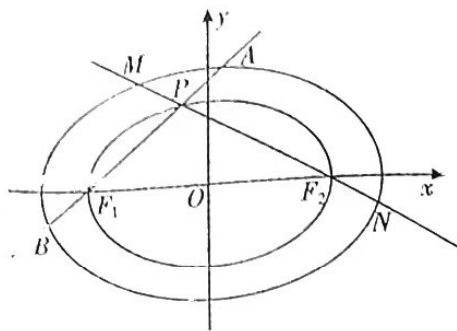
20. (本小题满分 12 分)

如图, 已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 A 为 C_1 上的一个动点 (非左右顶点), 连接 AF_1 并延长交 C_1 于点 B , 且 $\triangle ABF_2$ 的周长为 8, $\triangle AF_1F_2$ 面积的最大值为 2.

值

(1) 求椭圆 C_1 的标准方程;

(2) 若椭圆 C_2 的长轴端点为 F_1, F_2 , 且 C_2 与 C_1 的离心率相等, P 为 AB 与 C_2 异于 F_1 的交点, 直线 PF_2 交 C_1 于 M, N 两点, 证明: $|AB| + |MN|$ 为定值.



21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = me^{-mx} + \ln x (m > 0)$.

(1) 求证: 曲线 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处的切线斜率恒大于 0;

(2) 讨论 $f(x)$ 极值点的个数.

题

请考生在第 22 - 23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4—4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 已知曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \frac{2}{1+t^2} \\ y = \frac{2t}{1+t^2} \end{cases} (t \text{ 为参数})$, 以 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\rho \sin(\theta - \alpha) = \cos \alpha (\alpha \text{ 为直线 } l \text{ 的倾斜角})$.

(1) 求直线 l 的直角坐标方程和曲线 C 的普通方程;

(2) 设 $P(0, 1)$, 直线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两点, 求 $\frac{|AB|}{|PA| \cdot |PB|}$ 的最大值.

首
单
目

23. (本小题满分 10 分) 选修 4—5: 不等式选讲

已知 a, b, c 均为正实数, 且 $a^2 + b^2 + c^2 = 2$.

(1) 求 $a + b + c$ 的最大值;

(2) 求 $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a}$ 的最小值.

命题人: 李高飞、周宝、王锋、卢志鹏、付磊波 审稿人: 孙善惠、段训明、林健航

高考一模 数学(理科)试卷 第 4 页(共 4 页)

密
封
线
内
请
不
要
答
题

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线