

# 2023 年甘肃省第三次高考诊断考试

## 理科数学

本试卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。

### 注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号框涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号框。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

参考公式:锥体的体积公式: $V = \frac{1}{3}sh$ (其中  $s$  为锥体的底面积, $h$  为锥体的高)。

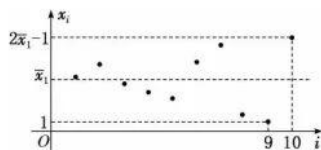
一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设全集  $U = \mathbf{R}$ ,集合  $A = \{x | 2 \leq x \leq 4\}$ ,  $B = \{x | x > 3\}$ ,则  $A \cap (\complement_U B) =$  ( )  
 A.  $\{x | x \geq 2\}$       B.  $\{x | 2 \leq x \leq 3\}$       C.  $\mathbf{R}$       D.  $\{x | 3 < x \leq 4\}$

2. 设  $(1+i)z = 3+i$ ,则  $z - \bar{z} =$  ( )  
 A.  $-2i$       B.  $2i$       C.  $4$       D.  $0$

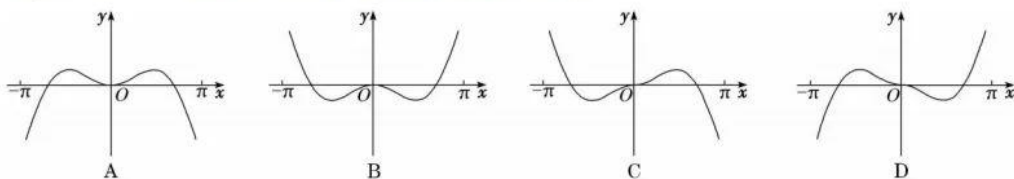
3. 如图,一组数据  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9, x_{10}$  的平均数为  $\bar{x}_1$ ,方差为  $s_1^2$ ,去除  $x_9, x_{10}$  这两个数据后,平均数为  $\bar{x}_2$ ,方差为  $s_2^2$ ,则 ( )

- A.  $\bar{x}_2 > \bar{x}_1, s_1^2 > s_2^2$   
 B.  $\bar{x}_2 < \bar{x}_1, s_1^2 < s_2^2$   
 C.  $\bar{x}_2 = \bar{x}_1, s_1^2 < s_2^2$   
 D.  $\bar{x}_2 = \bar{x}_1, s_1^2 > s_2^2$



4. 平行四边形  $ABCD$  中, $AB=5, AD=3, AC \cap BD = O$ ,则  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BO}$  等于 ( )  
 A.  $-8$       B.  $-4$       C.  $4$       D.  $8$

5. 函数  $f(x) = \cos x + x \sin x - 1$  在  $[-\pi, \pi]$  上的图象大致为 ( )



6. 已知函数  $f(x) = \sin(\omega x - \frac{\pi}{6}) + 1$  ( $\omega > 0$ ) 的最小正周期为  $T, \frac{\pi}{2} < T < \pi$ ,且  $y = f(x)$  的图象关于直线  $x = \frac{5\pi}{9}$  对称,若将  $y = f(x)$  的图象向右平移  $m$  ( $m > 0$ ) 个单位长度后图象关于  $y$  轴对称,则实数  $m$  的最小值为 ( )

- A.  $\frac{\pi}{18}$       B.  $\frac{\pi}{9}$       C.  $\frac{2\pi}{9}$       D.  $\frac{\pi}{3}$

考号

班级

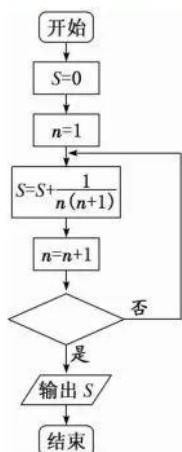
姓名

文/理

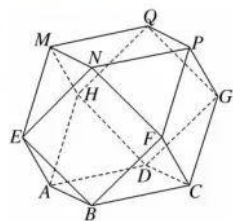
学校

县(区)

7. 执行如图所示的程序框图,若输出的结果为  $\frac{5}{6}$ ,则判断框中应填入的是 ( )



- A.  $n > 3$                       B.  $n > 4$                       C.  $n > 5$                       D.  $n > 6$
8. 半正多面体亦称“阿基米德多面体”,是由边数不全相同的正多边形围成的多面体,体现了数学的对称美.二十四等边体就是一种半正多面体,是由正方体切截而成的,它由八个正三角形和六个正方形围成(如图所示),若二十四等边体的表面积为  $12+4\sqrt{3}$ ,则 ( )
- A.  $AB=2$   
B.  $BC \perp NF$   
C. 与  $AB$  所成的角是  $\frac{\pi}{3}$  的棱共有 12 条  
D. 该二十四等边体外接球的表面积为  $8\pi$
9. 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 直线  $y = \sqrt{3}x$  与椭圆  $C$  相交于  $A, B$  两点, 若四边形  $AF_1BF_2$  为矩形, 则椭圆  $C$  的离心率为 ( )
- A.  $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$                       B.  $\frac{1}{3}$                       C.  $\sqrt{3}-1$                       D.  $\sqrt{2}-1$
10. “杨辉三角”是中国古代数学文化的瑰宝之一,它揭示了二项式展开式中的组合数在三角形数表中的一种几何排列规律,如图所示,则下列关于“杨辉三角”的结论错误的是 ( )



第 0 行: $(a+b)^0$										1	
第 1 行: $(a+b)^1$									1	1	
第 2 行: $(a+b)^2$									1	2	1
第 3 行: $(a+b)^3$								1	3	3	1
第 4 行: $(a+b)^4$							1	4	6	4	1
第 5 行: $(a+b)^5$						1	5	10	10	5	1
第 6 行: $(a+b)^6$					1	6	15	20	15	6	1
第 7 行: $(a+b)^7$				1	7	21	35	35	21	7	1
第 8 行: $(a+b)^8$			1	8	28	56	70	56	28	8	1

- A. 第 6 行的第 7 个数、第 7 行的第 7 个数及第 8 行的第 7 个数之和等于第 9 行的第 8 个数  
B. 第 2 023 行中第 1 012 个数和第 1 013 个数相等  
C.  $C_3^2 + C_4^2 + C_5^2 + \dots + C_{10}^2 = 120$ , 记“杨辉三角”第  $n$  行的第  $i$  个数为  $a_i$ , 则  $\sum_{i=1}^{n+1} (2^{i-1} a_i) = 3^n$   
D. 第 34 行中第 15 个数与第 16 个数之比为  $2:3$
11. 已知  $A, B$  是圆  $O: x^2 + y^2 = 4$  上的两个动点, 若点  $P(1, 2)$  在以  $AB$  为直径的圆上, 则  $|AB|$  的最大值为 ( )
- A.  $\sqrt{6} + \sqrt{2}$                       B.  $\sqrt{5} + \sqrt{3}$                       C.  $2(\sqrt{6} - \sqrt{2})$                       D.  $2(\sqrt{5} - \sqrt{3})$



(3)若将频率视为概率,从得分在 80 分及以上的旅行者中随机抽取 3 人,用  $X$  表示这 3 人中得分在  $[90,100]$  中的人数,求随机变量  $X$  的分布列及数学期望.

20. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = 2\ln x + ax^2 - ax$ .

(1)当  $a=1$  时,求函数  $f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程;

(2)设  $x_1, x_2 (0 < x_1 < x_2)$  是函数  $f(x)$  的两个极值点,证明:  $f(x_1) - f(x_2) < \frac{a}{4} - 2\ln a + 4$ .

21. (本小题满分 12 分)

已知抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点为  $F$ , 直线  $l: y = k(x+m) (k \neq 0)$  交抛物线  $C$  于  $P, Q$  两点, 当直线  $l$  过点  $F$  时, 点  $P, Q$  到  $C$  的准线的距离之和为 12, 线段  $PQ$  的中点到  $y$  轴的距离是 4.

(1)求抛物线  $C$  的方程;

(2)当  $m=2$  时, 设抛物线  $C$  在点  $P, Q$  处的切线交于点  $T$ , 求证:  $|PF| \cdot |TQ|^2 = |QF| \cdot |TP|^2$ .

(二)选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中选定一题作答, 并用 2B 铅笔在答题卡上将所选题目对应的题号方框涂黑. 按所涂题号进行评分, 不涂、多涂均按所答第一题评分; 多答按所答第一题评分.

22. (本小题满分 10 分)[选修 4-4: 坐标系与参数方程]

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 以原点  $O$  为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C_1$  的参数方程为

$$\begin{cases} x = \cos \theta, \\ y = 2 + \sin \theta \end{cases} (\theta \text{ 为参数}), \text{ 曲线 } C_2 \text{ 的极坐标方程为 } \rho = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5} - 3\cos 2\theta}$$

(1)写出曲线  $C_2$  的参数方程;

(2)设  $M$  是曲线  $C_1$  上的动点,  $N$  是曲线  $C_2$  上的动点, 求  $|MN|$  的最大值.

23. (本小题满分 10 分)[选修 4-5: 不等式选讲]

已知函数  $f(x) = 2|x| + |2x-1|$ .

(1)求不等式  $f(x) < 3$  的解集;

(2)已知函数  $f(x)$  的最小值为  $m$ , 且  $a, b, c$  都是正数,  $a+2b+c=m$ , 证明:  $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} \geq 4$ .

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



自主选拔在线  
微信号：zizzsw



自主选拔在线  
微信号：zizzsw



自主选拔在线  
微信号：zizzsw