

大荔县 2022—2023 学年(下)高二年级期末质量检测试题

数 学(文科)

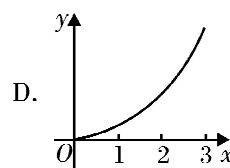
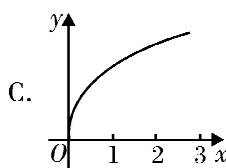
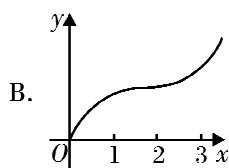
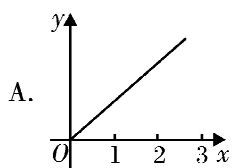
注意事项:

1. 本试卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。
2. 选择题用 2B 铅笔将正确答案涂写在答题卡上;非选择题用 0.5mm 黑色墨水签字笔答在答题卡的指定答题区域内,超出答题区域答案无效。
3. 答题前,请将姓名、考号、试卷类型按要求涂写在答题卡上。

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设复数 $z = \frac{2}{1+i}$ (i 为虚数单位),则 z 的虚部为()
A. $-i$ B. i C. -1 D. 1
2. 命题“ $\forall x \in \mathbb{R}, e^x > 0$ ”的否定为()
A. $\exists x \in \mathbb{R}, e^x \leq 0$ B. $\exists x \in \mathbb{R}, e^x < 0$
C. $\forall x \in \mathbb{R}, e^x \leq 0$ D. $\forall x \in \mathbb{R}, e^x < 0$
3. 函数 $f(x) = 1 + \sin x$,其导函数为 $f'(x)$,则 $f'(\frac{\pi}{3}) =$ ()
A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
4. 以下四个命题中是假命题的是()
A. “昆虫都是 6 条腿,竹节虫是昆虫,所以竹节虫有 6 条腿”此推理属于演绎推理.
B. “在平面中,对于三条不同的直线 a, b, c ,若 $a \parallel b, b \parallel c$,则 $a \parallel c$,将此结论放到空间中也成立”此推理属于合情推理.
C. 若命题“ $\neg p$ ”与命题“ $p \vee q$ ”都是真命题,那么命题 q 一定是真命题.
D. 若 $x \in (0, \frac{\pi}{2}]$,则 $\sin x + \frac{2}{\sin x}$ 的最小值为 $2\sqrt{2}$.
5. 设 $f'(x_0)$ 为函数 $f(x)$ 在 x_0 处的导数,则满足 $f'(1) < f'(2) < f'(3)$ 的函数 $f(x)$ 的图象可能是()



6. 已知直线 $y = x - 1$ 与抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 交于 A, B 两点, 线段 AB 的中点为 M, O 为坐标原点, 直线 OM 与抛物线 C 交于 O, N , 若 $|ON| = 3|OM|$, 则 $p =$ ()

A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. 4

7. $(x - 2)(x + 2) > 0$ 的一个充分不必要条件是()

A. $x \leq 0$ B. $x \geq 0$ C. $x \geq 3$ D. $x > 2$ 或 $x < -2$

8. 云计算是信息技术发展的集中体现, 近年来, 我国云计算市场规模持续增长. 已知某科技公司 2018 年至 2022 年云计算市场规模数据, 且市场规模 y 与年份代码 x 的关系可以用模型 $y = c_1 e^{c_2 x}$ (其中 e 为自然对数的底数) 拟合, 设 $z = \ln y$, 得到数据统计表如下:

年份	2018 年	2019 年	2020 年	2021 年	2022 年
年份代码 x	1	2	3	4	5
云计算市场规模 y /千万元	7.4	11	20	36.6	66.7
$z = \ln y$	2	2.4	3	3.6	4

由上表可得经验回归方程 $z = 0.52x + a$, 则 2025 年该科技公司云计算市场规模 y 的估计值为()

A. $e^{5.08}$ B. $e^{5.6}$ C. $e^{6.12}$ D. $e^{6.5}$

9. 一次数学考试共有 8 道判断题, 每道题 5 分, 满分 40 分. 规定正确的画 $\checkmark$, 错误的画 $\times$.

甲、乙、丙、丁四名同学的解答及得分情况如表所示, 则 m 的值为()

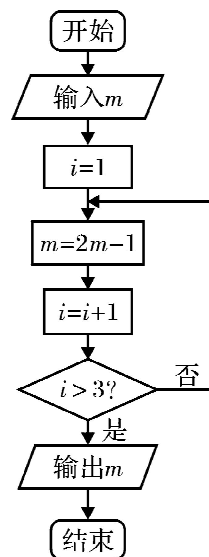
题号学生	1	2	3	4	5	6	7	8	得分
甲	$\times$	$\checkmark$	$\times$	$\checkmark$	$\times$	$\times$	$\checkmark$	$\times$	30
乙	$\times$	$\times$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\times$	$\times$	$\checkmark$	25
丙	$\checkmark$	$\times$	$\times$	$\times$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\times$	25
丁	$\times$	$\checkmark$	$\times$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\times$	$\checkmark$	$\checkmark$	m

A. 35 B. 30
C. 25 D. 20

10. 我国唐代天文学家、数学家张遂以“李白喝酒”为题材写了一道算题: “李白街上走, 提壶去买酒, 遇店加一倍, 见花喝一斗, 三遇店和花, 喝光壶中酒, 原有多少酒?” 如图是源于其思想的一个程序框图, 即当输出的 $m = 0$ 时, 输入的 m 的值是()

A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{7}{8}$
C. $\frac{15}{16}$ D. 4

11. 克罗狄斯·托勒密是希腊数学家, 他博学多才, 既是天文学权



(第 10 题图)

威,也是地理学大师.托勒密定理是平面几何中非常著名的定理,它揭示了圆内接四边形的对角线与边长的内在联系,该定理的内容为圆的内接四边形中,两对角线长的乘积等于两组对边长乘积之和.已知四边形 $ABCD$ 是圆 O 的内接四边形,且 $AC = \sqrt{3}BD$, $\angle ADC = 2\angle BAD$.若 $AB \cdot CD + BC \cdot AD = 4\sqrt{3}$,则圆 O 的半径为()

- A. 4 B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$

12. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点为 F_1 , 直线 $y = kx (k > 0)$ 与双曲线 C 交于 P, Q 两点, 且 $\angle PF_1Q = \frac{2\pi}{3}$, $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{F_1Q} = 4$, 则当 $\frac{1}{2}a^2 + \frac{b^2}{a^2}$ 取得最小值时, 双曲线 C 的离心率为()

- A. 3 B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{2}$

第 II 卷(非选择题) 共 90 分

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y \leq 0 \\ x + y \leq 1 \\ x \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = x + 2y$ 的最大值为_____.

14. 已知 i 是虚数单位, 复数 $z = (m^2 - 8m + 15) + (m^2 - 6m + 8)i, m \in R$. 若复平面内表示 z 的点 Z 位于第二象限, 实数 m 的取值范围为_____.

15. 写出一个满足以下三个条件的函数: $f(x) =$ _____.

①定义域为 R ; ② $f(x)$ 不是周期函数; ③ $f'(x)$ 是周期为 2π 的函数.

16. 已知实数 $a > 0 > b$, 且 $a - b = 5$, 则 $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{2-b}$ 的最小值为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是公差为零的等差数列, $a_2 + a_4 = 14$, 且 a_1, a_2, a_6 成等比数列.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. (12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $c - \sqrt{3}b \sin A = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2c} - b$.

(1) 求 A ;

(2) 若 $b = \frac{1}{4}c$, 且 BC 边上的高为 $2\sqrt{3}$, 求 a .

19. (12 分) 在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{2}t \\ y = \frac{1}{2}t \end{cases}$ (t 为参数), 以 O 为极点, x 轴

的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2 + 8\rho^2 \sin^2 \theta - 9 = 0$.

(1) 求 l 的极坐标方程和 C 的直角坐标方程;

(2) 若 l 与 C 交于 A, B 两点, 求 $|OA| + |OB|$ 的值.

20. (12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 短轴长为 4.

(1) 求椭圆方程;

(2) 过 $P(2, 1)$ 作弦且弦被 P 平分, 求此弦所在的直线方程及弦长.

21. (12 分) 某学校为研究高三学生的身体素质与体育锻炼时间的关系, 对该校 400 名高三学生 (其中女生 220 名) 平均每天体育锻炼时间进行调查, 得到下表:

平均每天锻炼时间(分钟)	$[0, 10)$	$[10, 20)$	$[20, 30)$	$[30, 40)$	$[40, 50)$	$[50, 60]$
人数	40	72	88	100	80	20

将日平均体育锻炼时间在 40 分钟以上的学生称为“锻炼达标生”, 调查知女生有 40 人为“锻炼达标生”.

(1) 完成下面 2×2 列联表, 试问: 能否有 99.9% 以上的把握认为“锻炼达标”与性别有关?

	锻炼达标	锻炼不达标	合计
男			
女			
合计			400

附: $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a + b + c + d$.

$P(K^2 \geq K_0)$	0.100	0.050	0.010	0.001
K_0	2.706	3.841	6.635	10.828

(2) 在“锻炼达标生”中用分层抽样方法抽取 5 人进行体育锻炼体会交流, 再从这 5 人中随机选 2 人作重点发言, 求发言的 2 人恰好为 1 男 1 女的概率.

22. (12 分) 已知函数 $f(x) = x^2 - a \ln x$ ($a \in \mathbb{R}$),

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若函数 $y = f(x)$ 在区间 $(1, e]$ 上存在两个不同零点, 求实数 a 的取值范围.