24届高三文科数学上期10月阶段性考试试卷答案

一、单选题：共 12 道小题，每题 5 分,共 60 分.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	C	C	B	A	B	D	D	C	A	D	D

二、填空题：共 4 道小题，每题 5 分,共 20 分.

13. 2　14. 68π　15. $\dfrac{1}{1+x}$　16. 1

三、解答题：共 5 道大题，共 70 分.

17．（12 分）解：(1)根据 2×2 列联表中的数据，可得 $K^2=\dfrac{100\times(34\times40-16\times10)^2}{50\times50\times44\times56}$ $\approx23.377>6.635$，故能在犯错误的概率不超过 0 .01 的前提下认为株高和穗长之间有关系．

(2)记"恰有一株长穗样本"为事件 A，枚举略，则 $P(A)=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$，

18．（12 分）解：（1）∵点 A、D D 分别是 RB、RC 的中点，∴ $AD//BC$，$AD=\dfrac{1}{2}BC$．

又∵ $\angle RBC=90°$，$\triangle RAD$ 沿着边 AD 折起到 $\triangle PAD$ 位置，∴

$\angle PAD=\angle RAD=\angle RBC=90°$.∴ $PA\perp AD$.∴ $PA\perp BC$，

∵ $BC\perp AB$，$PA\cap AB=A$，∴ $BC\perp$平面 PAB．

∵ $PB\subset$平面 PAB，∴ $BC\perp PB$．

（2）由（1）可知 $\triangle PAD$，$\triangle PAB$，$\triangle PBC$ 为直角三角形，$\triangle PDC$ 为等腰三角形，底面为直角梯形，$S_{\triangle PAD}=S_{\triangle PAB}=\dfrac{1}{2}$，$S_{\triangle PBC}=\sqrt{2}$，$S_{梯形ABCD}=\dfrac{3}{2}$，$S_{\triangle PDC}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，故四棱锥 $P-ABCD$ 的表面积为 $2+\sqrt{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

19．（12 分）解：（1）因为 $a_1+a_3+a_5=15$，$S_7=49$，所以 $\begin{cases}3a_1+6d=15,\\7a_1+21d=49,\end{cases}$ 所以

$a=1$，$d=2$，所以 $a_n=1+(n-1)\times2=2n-1$．

（2）由题可知 $b_n=(2n-1)\times3^n$，所以 $T_n=1\times3+3\times3^2+5\times3^3+\cdots+(2n-1)\times3^n$ ①，

$3T_n=1\times3^2+3\times3^3+5\times3^4+\cdots+(2n-1)\times3^{n+1}$ ②，

①-②得，$-2T_n=1\times3+2\times3^2+2\times3^3+2\times3^4+\cdots+2\times3^n-(2n-1)\times3^{n+1}$

$=3+\dfrac{2\times3^2-2\times3^{n+1}}{1-3}-(2n-1)\times3^{n+1}=(-2n+2)\times3^{n+1}-6$，

故 $T_n=(n-1)\times3^{n+1}+3$．

20．（12 分）解：(1) $f'(x)=e^x(\ln x+\dfrac{1}{x})$，$f'(1)=e$，$f(1)=0$，切线方程为 $y-f(1)=f'(1)(x-1)$，

即 $g(x)=e(x-1)$；

（2）令 $F(x)=f(x)-g(x)$，$F'(x)=e^x(\ln x+\dfrac{1}{x})-e$，$F''(x)=e^x(\ln x+\dfrac{2}{x}-\dfrac{1}{x^2})$，

令 $h(x)=\ln x+\dfrac{2}{x}-\dfrac{1}{x^2}$，而 $h'(x)=\dfrac{x^2-2x+2}{x^3}>0$，$h(x)\nearrow$，且 $h(1)=1>0$，

$h(\dfrac{1}{2})=-\ln2<0$，由零点存在定理可知，存在唯一 $t\in(\dfrac{1}{2},1)$，$h(t)=0$．

当 $x\in(0,t)$ 时，$h(x)<0$，$F''(x)<0$，$F'(x)\searrow$；
当 $x\in(t,+\infty)$ 时，$h(x)>0$，$F''(x)>0$，$F'(x)\nearrow$；
而 $F'(1)=0$，则当 $x\in(t,1)$ 时，$F'(x)<0$，当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$F'(x)>0$，故 $x=1$ 为 $F(x)$ 的一个极小值点；

由上可知 $F'(t)<F'(1)=0$，而 $F'(\frac{1}{e^2})=e^{\frac{1}{e^2}}(e^2-2)-e>(e^2-2)-e>0$，由零点存在定理可知，存在唯一 $x_0\in(\frac{1}{e^2},t)$，$F'(x_0)=0$，则当 $x\in(0,x_0)$ 时，$F'(x)>0$，当 $x\in(x_0,t)$ 时，$F'(x)<0$，故 $x=x_0$ 为 $F(x)$ 的一个极大值点；
综上，$y=f(x)-g(x)$ 极值点个数为 2.

21．(12 分) 解：(1) 依题意可知 $\begin{cases}b=1\\2c=2\sqrt{3}\\a^2=b^2+c^2\end{cases}$，得 $\begin{cases}a=2\\b=1\\c=\sqrt{3}\end{cases}$，故椭圆 E 的方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$．

(2) 由题可知直线 BC 的方程为 $y-1=k(x+2)$，设 $B(x_1,y_1)$，$C(x_2,y_2)$，联立直线 BC 和椭圆 E 的方程，得 $\begin{cases}y-1=k(x+2)\\\frac{x^2}{4}+y^2=1\end{cases}$，整理得 $(4k^2+1)x^2+(16k^2+8k)x+16k^2+16k=0$，

$\therefore x_1+x_2=-\frac{16k^2+8k}{4k^2+1}$，$x_1x_2=\frac{16k^2+16k}{4k^2+1}$，由 $\Delta>0$ 得 $k<0$，易知直线 AB 的斜率 $k_{AB}=\frac{y_1-1}{x_1}$，
直线 AB 的方程为 $y=\frac{y_1-1}{x_1}x+1$，

令 $y=0$，可得点 M 的横坐标 $x_M=\frac{x_1}{1-y_1}$，同理可得点 N 的横坐标 $x_N=\frac{x_2}{1-y_2}$．

$$\therefore |MN|=\left|\frac{x_1}{1-y_1}-\frac{x_2}{1-y_2}\right|=\left|\frac{x_1}{-k(x_1+2)}-\frac{x_2}{-k(x_2+2)}\right|$$

$$=\left|\frac{1}{k}\left(\frac{x_2}{x_2+2}-\frac{x_1}{x_1+2}\right)\right|=\left|\frac{1}{k}\cdot\frac{x_2(x_1+2)-x_1(x_2+2)}{x_1x_2+2(x_1+x_2)+4}\right|=\left|\frac{1}{k}\cdot\frac{2\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}}{x_1x_2+2(x_1+x_2)+4}\right|$$

$$=\left|\frac{1}{k}\cdot\frac{2\sqrt{\left(-\frac{16k^2+8k}{1+4k^2}\right)^2-4\times\frac{16k^2+16k}{1+4k^2}}}{\frac{16k^2+16k}{1+4k^2}+2\left(\frac{-16k^2-8k}{1+4k^2}\right)+4}\right|=\left|\frac{4\sqrt{-k}}{k}\right|$$，得 $|MN|^2\cdot|k|=16$．

22．(10 分) 解：(1) 因为 $\begin{cases}x=3\cos\varphi\\y=3\sin\varphi+3\end{cases}$，则 $\begin{cases}x=3\cos\varphi①\\y-3=3\sin\varphi②\end{cases}$

①²＋②² 得 C_1 的普通方程为：$x^2+(y-3)^2=9$，即 $x^2+y^2-6y=0$ 根据 $\begin{cases}x=\rho\cos\theta\\y=\rho\sin\theta\end{cases}$ 可知 C_1 的极坐标方程为：$\rho=6\sin\theta$；

$\rho\sin\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)=2\Rightarrow\frac{1}{2}\rho\sin\theta-\frac{\sqrt{3}}{2}\rho\cos\theta=2$，$C_2$ 的普通方程为：$\sqrt{3}x-y+4=0$．

(2) 设 $M\left(\rho_M,\frac{5\pi}{6}\right)$，$N\left(\rho_N,\frac{5\pi}{6}\right)$ $\rho_M=6\sin\frac{5}{6}\pi=3$，$\rho_N\sin\left(\frac{5}{6}\pi-\frac{\pi}{3}\right)=2\Rightarrow\rho_N=2$，
$|MN|=|OM|-|ON|=|\rho_M-\rho_N|=1$．