

2023届高三5月高考模拟押题卷
文科数学

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x = 2n - 1, n \in \mathbb{N}^*\}$, $B = \{6, 7, 8, 9, 10, 11\}$, 则集合 $A \cap B$ 的元素个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 若 $(2 + bi)(1 + i) > 1$, 则实数 b 的值为 ()

- A. - B. 0 C. 1 D. 2

3. 已知 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < 0$, 则下列不等式不一定成立的是 ()

- A. $a > b$ B. $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} > 2$ C. $a - \frac{1}{a} > b - \frac{1}{b}$ D. $\log_{(-b)}(-a) \geq 0$

4. 已知向量 $\vec{a} = (-2, \cos \alpha)$, $\vec{b} = (1, \sin \alpha)$, 且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $\frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\cos 2\alpha} =$ ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{3}{2}$

5. 一个三位自然数百位、十位、个位上的数字依次为 a, b, c , 当且仅当其中有两个数字的和等于第三个数字时称为“有缘数” (如 213, 341 等). 若 $a, b, c \in \{2, 3, 4, 5\}$, 且 a, b, c 互不相同, 任取一个三位自然数, 则它是“有缘数”的概率是 ()

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

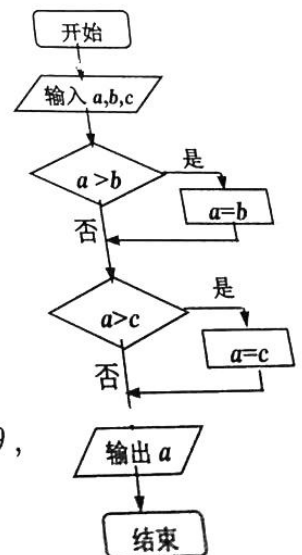
6. 若 $f(x), g(x), h(x)$ 分别是定义在 \mathbb{R} 上的偶函数、奇函数、偶函数, 则下列函数不是偶函数的是 ()

- A. $y = f(g(x))h(x)$ B. $y = f(g(x)) + h(x)$ C. $y = f(h(x))g(x)$ D. $y = f(x)|g(x)|h(x)$

7. 已知 α, β 是空间中两个不同的平面, l, m, n 是三条不同的直线, 则下列说法中, 正确的是 ()

- A. 若 $m \subset \alpha, n \subset \alpha, l \perp m, l \perp n$, 则 $l \perp \alpha$
 B. 若 $m \perp \alpha, n \perp \beta, m \parallel n$, 则 $\alpha \parallel \beta$
 C. 若 $m \perp \alpha, \alpha \perp \beta$, 则 $m \parallel \beta$
 D. 若 $m \perp \alpha, l \perp m$, 则 $l \parallel \alpha$

8. 在如图所示的程序框图中, 输入 3 个数据 $a = \log_{\tan \theta} \theta$, $b = \log_{\sin \theta} \cos \theta$,



$c = \log_a \sin \theta$, (其中 $\theta \in (1, \frac{3}{2})$), 则输出的值为 ()

- A. $\log_{\sin \theta} \theta$ B. $\log_{\sin \theta} \cos \theta$ C. $\log_a \sin \theta$ D. 以上均有可能

9. 已知一组数据由 10 个数字组成, 前 5 个数字的平均数为 7, 方差为 8, 后 5 个数字的平均数为 9, 方差为 11, 则这 10 个数字的方差为 ()

- A. 9 B. 9.5 C. 10 D. 10.5

10. 已知函数 $f(x) = 4\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\omega x}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\omega x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) - 1$ ($\omega > 0$) 在区间 $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递增, 且在区间 $[0, \pi]$ 上只取得一次最大值, 则 ω 的取值范围是 ()

- A. $(0, 1]$ B. $\left(0, \frac{2}{3}\right]$ C. $\left[\frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right]$

11. 一个圆锥的底面圆和顶点都恰好在一个球面上, 且这个球的半径为 10, 则这个圆锥的体积取得最大值时, 圆锥的底面半径为 ()

- A. $\frac{20}{3}$ B. $\frac{10\sqrt{5}}{3}$ C. $\frac{20\sqrt{2}}{3}$ D. $\sqrt{10}$

12. 已知双曲线 $F: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的离心率为 3, 斜率为 -1 的直线 l_1 分别交 F 的左、右两支于 A, B 两点, 直线 l_2 分别交 F 的左、右两支于 C, D 两点, $l_2 \parallel l_1$, AC 交 BD 于点 E , 点 E 恒在直线 l 上, 若直线 l 的斜率存在, 则直线的方程为 ()

- A. $8x + y = 0$ B. $4x + y = 0$ C. $x + 8y = 0$ D. $x + 4y = 0$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

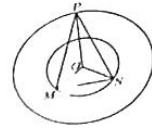
13. 已知实数 x, y 满足不等式 $\begin{cases} -x + y + 2 \geq 0 \\ 2x + y - 5 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = x + y$ 的最小值为 0.

14. 已知圆 $C: (x-1)^2 + y^2 = 16$ 上有且只有三个点到直线 $l: ax + 2y + 4 = 0$ 的距离为 2, 则 $a =$ _____

15. 甲、乙、丙三人每人从写有整数 m, n, k ($1 < m < n < k$) 的三张卡片中各摸出一张, 并按卡的数字取出相同数目的石子, 放回 3 张卡片算做完一次游戏, 然后再继续进行. 当他们做 N ($N \geq 2$) 次游戏后, 甲有 14 粒石子, 乙有 10 粒石子, 丙有 9 粒石子, 并且知道最后一次是写有整数 k 的卡片, 那么第一次游戏时, 甲、乙、丙三人中摸到写有整数 n 的卡片是甲、乙、丙中选择一个填写)

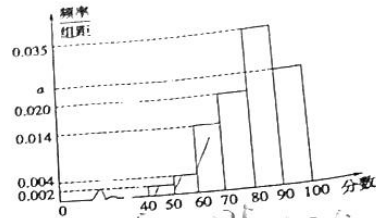
16. 某城市要在广场中央的圆形地面设计一块浮雕, 以彰显城市积极向上的活力, 某公司

图，等腰 $\triangle PMN$ 的顶点 P 在半径为 $10m$ 的大圆 O 上，点 M, N 在半径为 $5m$ 的小圆 O' 上，点 O, O' 在弦 MN 的同侧，则当 $\triangle PMN$ 面积取得最大值时， $\cos \angle MO'N = \underline{\quad\quad}$ 。



二、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22, 23 题为选考题，考生根据要求作答。

17. (12 分) 2023 年 4 月，某高校举行行政主任副职竞聘选举，为了解教师对竞聘结果的满意度，评分 70 分以下为不满意，70 分及以上为满意，从所有教师中抽取 100 名教师进行评分（满分 100 分），绘制如下频率分布直方图，并将分数从低到高分分为两个等级：



- (1) 求频率分布直方图中 a 的值及评分众数；
 (2) 已知在不满意的教师中男教师占比 $\frac{1}{2}$ ，满意的教师中女教师占比 $\frac{3}{4}$ ，填写下面 2×2 列联表，并判断是否有 99% 的把握认为性别与满意度有关。

	男教师	女教师	合计
满意			
不满意			
合计			

附：临界值表

$\alpha = P(\chi^2 \geq k)$	0.05	0.01	0.005	0.001
k	3.841	6.635	7.879	10.828

4
60
20

(参考公式： $\chi^2 = \frac{n(aa-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，其中 $n = a+b+c+d$)

18. (12 分) 已知 S_n 是公差不为零的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和， $S_5 = 15$ ， $a_3^2 = a_1 \cdot a_9$ 。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 设数列 $b_n = (-1)^n \frac{4a_n}{4a_n^2 - 1} (n \in \mathbb{N}_+)$ ，数列 $\{b_n\}$ 的前 $2n$ 项和为 T_{2n} ，若 $|T_{2n} + 1| < \frac{1}{2023}$ ，求正整数 n 的最小值。

19. (12分) 已知矩形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $BC=2$, E 是 CD 的中点, 如图所示, 沿 BE 将 $\triangle BCE$ 翻折至 $\triangle BFE$, 使得平面 $BFE \perp$ 平面 $ABCD$.

(1) 证明: $BF \perp AE$;

(2) 若 $\overrightarrow{DP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DB}$, 求异面直线 PF 与 AE 所成角的余弦值.

20. (12分) 已知函数 $f(x) = \frac{2}{e^x}$, $g(x) = \frac{mx^2}{2} + \frac{m}{2}x$.

(1) 若函数 $y = 2e^x \cdot g(x)$ 在 $x \in [0, +\infty)$ 上单调递增, 求 m 的取值范围;

(2) 若 $m=0$ 时, 有 $f(x) \cdot g(x) \geq b \ln(x+1)$ 在 $x \in [0, +\infty)$ 上恒成立, 求实数 b 的取值范围.

21. (12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右顶点为 $A(2, 0)$, 过左焦点 F 的直线 $x = ty - 1 (t \neq 0)$

交椭圆于 M, N 两点, 交 y 轴于 P 点, $\overline{PM} = \lambda \overline{MF}$, $\overline{PN} = \mu \overline{NF}$, 记 $\triangle OMN$, $\triangle OMF_2$, $\triangle ONF_2$

(F_2 为 C 的右焦点) 的面积分别为 S_1, S_2, S_3 .

(1) 证明: $\lambda + \mu$ 为定值;

(2) 若 $S_1 = mS_2 + \mu S_3$, $-4 \leq \mu \leq -3$, 求 m 的取值范围.

(二) 选做题: 共 10 分. 请考生在第 22, 23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (10分) 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的方程为 $\begin{cases} x = -2+t \\ y = 6-t \end{cases}$ (t 为参数), 曲线 $x^2 + y^2 = 1$ 经过伸缩变换

$\begin{cases} x' = 2x \\ y' = \sqrt{2}y \end{cases}$ 后得到曲线 C . 以 O 点为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求直线 l 的极坐标方程和曲线 C 的普通方程;

(2) 设射线 $\theta = \alpha (\rho > 0, 0 \leq \alpha < 2\pi)$ 与直线 l 和曲线 C 分别交于点 A, B , 求 $\frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2}$ 的最

23. (10分) 【选修 4-5: 不等式选讲】

已知函数 $f(x) = |2x| + |x+1|$ 的最小值为 m .

(1) 求 m ;

(2) 已知 a, b, c 为正数, 且 $abc = 4m$, 求 $(a+b)^2 + c^2$ 的最小值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

