

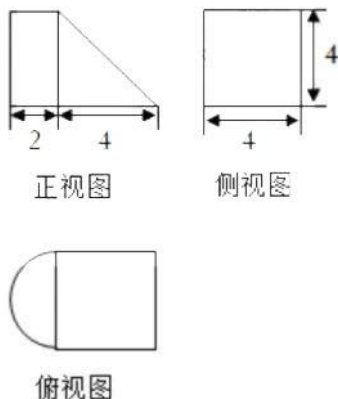
郑州外国语学校 2022-2023 学年上期高三第四次调研考试试卷

数 学 (理科)

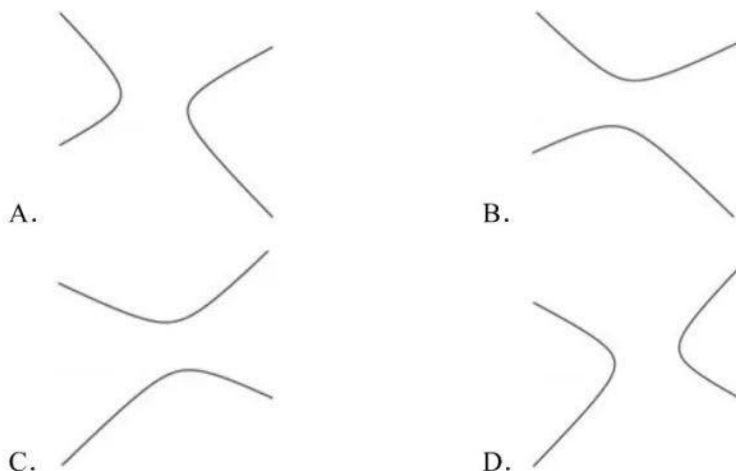
(120 分钟 150 分)

一、选择题 (本大题共 12 个小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

1. 设全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|x^2-x-2\leq 0\}$, $B=\{x|gx>0\}$, 则 $A\cap B=(\quad)$
A. $\{x|-1\leq x\leq 2\}$ B. $\{x|1<x\leq 2\}$ C. $\{x|1<x<2\}$ D. $\{x|x\geq -1\}$
2. 已知复数 z 满足 $zi=3i+4$, 其中 i 为虚数单位, 则 $\bar{z}$ 在复平面内对应点在 $(\quad)$
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 下列各命题的否定为真命题的是 $(\quad)$
A. $\forall x\in\mathbf{R}, x^2-x+\frac{1}{4}\geq 0$ B. $\exists x\in\mathbf{R}, 2^x>x^2$
C. $\exists x\in\mathbf{R}^+, (\frac{1}{3})^x>\log_2 x$ D. $\forall x\in[0, \frac{\pi}{2}], \sin x<x$
4. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积是 $(\quad)$



- A. $16\pi+32$ B. $8\pi+32$ C. $8\pi+\frac{32}{3}$ D. $16\pi+\frac{32}{3}$
5. 已知抛物线 $C: y^2=2px$ ($p>0$) 的焦点为 F , 点 P 是 C 上一点, 且 $|PF|=5$, 以 PF 为直径的圆截 x 轴所得的弦长为 1, 则 $p=(\quad)$
A. 2 B. 2 或 4 C. 4 D. 4 或 6
6. 设正项等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $2S_3=3a_2+8a_1$, $S_8=2S_7+2$, 则 $a_2=(\quad)$
A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
7. 将曲线 $(x+y)(x-2y+1)+1=0$ 的图像画在坐标轴上, 再把坐标轴擦去 (x 轴水平向右, y 轴竖直向上), 得到的图像最有可能为 $(\quad)$



8. 若函数 $f(x) = x^2 + mx + n$ 在区间 $(-1, 1)$ 上有两个零点, 则 $n^2 - m^2 + 2n + 1$ 的取值范围是 ()
- A. $(0, 1)$ B. $(1, 2)$ C. $(0, 4)$ D. $(1, 4)$
9. 已知函数 $f(x) = ae^x + 4x$, 对任意的实数 $x_1, x_2 \in (-\infty, +\infty)$, 且 $x_1 \neq x_2$, 不等式 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > x_1 + x_2$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是 ()
- A. $[\frac{2}{e}, +\infty)$ B. $[\frac{2}{e^3}, +\infty)$ C. $(\frac{2}{e}, +\infty)$ D. $(\frac{2}{e^3}, +\infty)$
10. 张衡是中国东汉时期伟大的天文学家、数学家, 他曾在数学著作《算罔论》中得出结论: 圆周率的平方除以十六约等于八分之五. 已知在菱形 $ABCD$ 中, $AB = BD = 2\sqrt{3}$, 将 $\triangle ABD$ 沿 BD 进行翻折, 使得 $AC = 2\sqrt{6}$. 按张衡的结论, 三棱锥 $A - BCD$ 外接球的表面积约为 ()
- A. 72 B. $24\sqrt{10}$ C. $28\sqrt{10}$ D. $32\sqrt{10}$
11. 已知函数 $f(x) = ax^2 - ax - x \ln x$, 且对任意 $x \in (0, +\infty)$, $f(x) \geq 0$ 恒成立, 则实数 a 的取值集合为 ()
- A. $\{a | 0 < a < 1\}$ B. $\{a | 1 < a < 2\}$ C. $\{a | -1 < a < 1\}$ D. $\{1\}$
12. 已知函数 $f(x) = \sin(\cos x) + \cos(\sin x)$, 则下列结论正确的是 ()
- A. $f(x)$ 是奇函数 B. $f(x)$ 的最大值为 2
- C. $\forall x \in \mathbf{R}, f(x - \pi) = f(x)$ D. $\forall x \in [0, \pi], f(x + \pi) > 0$

二、填空题 (每题 5 分, 满分 20 分, 将答案填在答题纸上.)

13. $\int_{-2}^2 (e^{|x|} + \sqrt{4 - x^2}) dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

14. 已知甲袋内有大小相同的 2 个红球和 2 个白球, 乙袋内有大小相同的 1 个红球和 2 个白球. 现从甲、乙两个袋内各任取 2 个球, 则恰好有 2 个红球的概率

第2页 (共4页)

为 _____.

15. 已知函数 $f(x) = (\sin \omega x)^2 + \frac{1}{2} \sin 2\omega x - \frac{1}{2}$ ($\omega > 0, \omega \in R$), 若 $f(x)$ 在区间 $(\pi, 2\pi)$ 内没有零点, 则 ω 的取值范围是 _____.

16. 过双曲线 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左焦点 F_1 的动直线 l 与 Γ 的左支交于 A, B 两点, 设 Γ 的右焦点为 F_2 . 若存在直线 l , 使得 $AF_2 \perp BF_2$, 则 Γ 的离心率的取值范围是 _____.

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.) 全科免费下载公众号《高中僧课堂》

17. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $c \sin B \cos B + b \sin B \cos C = \frac{\sqrt{3}}{2}b$.

(1) 求 A ;

(2) 若角 A 为钝角, $\triangle ABC$ 的面积为 S , 求 $\frac{S}{a^2}$ 的最大值.

18. 已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 S_n, T_n , 且 $a_1 = 1, a_{n+1} = -\frac{2}{3}S_n + 1, b_n = 2 \log_{\frac{1}{3}} a_n + 3$.

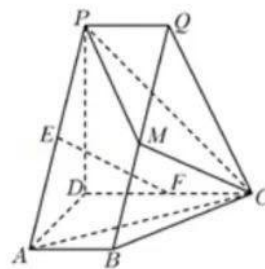
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $c_n = a_n + \frac{1}{T_n}$, 设数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 R_n , 证明: $R_n < 3$.

19. 如图, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, $AD \perp CD$, $AB \parallel CD$, $PQ \parallel CD$, $AD = CD = DP = 2PQ = 2AB = 2$, 点 E, F, M 分别为 AP, CD, BQ 的中点.

(1) 求证: $EF \parallel$ 平面 CPM ;

(2) 若 N 为线段 CQ 上的点, 且直线 DN 与平面 QPM 所成的角为 $\frac{\pi}{6}$, 求线段 QN 的长.



20. 目前, 教师职业越来越受青睐, 考取教师资格证成为不少人的就业规划之一. 当前, 中小学教师资格考试分笔试和面试两部分. 已知某市 2022 年共有 10000 名考生参加了中小学教师资格考试的笔试, 现从中随机抽取 100 人的笔试成绩 (满分 100 分) 作为样本, 整理得到如下频数分布表:

笔试成绩 X	[40, 50)	[50, 60)	[60, 70)	[70, 80)	[80, 90)	[90, 100]
人数	5	10	25	30	20	10

由频数分布表可认为该市全体考生的笔试成绩 X 近似服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 其中, μ 近似为 100 名样本考生笔试成绩的平均值 (同一组的数据用该组区间的中点值代替).

(1) 若 $\sigma \approx 12$, 据此估计该市全体考生中笔试成绩高于 85 的人数 (结果四舍五入精确到个位);

(2) 按照分层随机抽样方法, 从笔试成绩为 [80, 90) 和 [90, 100] 的考生中随机抽取了 6 人, 再从这 6 人中随机抽取 2 人, 记成绩不低于 90 分的人数为随机变量 ξ , 求 ξ 的分布列和均值.

参考数据: 若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0.6827$, $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0.9545$, $P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) \approx 0.9973$.

21. 已知离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的椭圆 C 的中心在原点 O , 对称轴为坐标轴, F_1, F_2 为左右焦点, M 为椭圆上的点, 且 $|\vec{MF}_1| + |\vec{MF}_2| = 2\sqrt{2}$. 直线 l 过椭圆外一点 $P(m, 0)$ ($m < 0$), 与椭圆交于 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 两点, 满足 $y_2 > y_1 > 0$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 对于任意点 P , 是否总存在唯一的直线 l , 使得 $\vec{F_1A} // \vec{F_2B}$ 成立, 若存在, 求出点 $P(m, 0)$ 对应的直线 l 的斜率; 否则说明理由.

22. 已知函数 $f(x) = ax^2 - bx + \ln x$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $2x - 2y - 3 = 0$.

(1) 求实数 a, b 的值;

(2) 设函数 $g(x) = f(x) - mx$ ($m \geq \frac{3}{2}$) 的两个极值点为 x_1, x_2 且 $x_1 < x_2$, 若 $g(x_1) - g(x_2) \geq \lambda$ 恒成立, 求满足条件的 λ 的最大值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线