湖北省重点高中智学联盟2022年秋季高二年级12月联考

数学试题

命题学校：鄂南高中　命题教师：高二数学组　审题教师：高二数学组

考试时间：2022年12月15日下午15:00-17:00　试卷满分150分

第I卷（共60分）

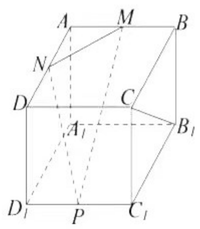
一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．已知直线斜率为$-\frac{\sqrt{3}}{3}$，则直线的倾斜角为（　）

A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$\frac{\pi}{3}$　　C．$\frac{2\pi}{3}$　　D．$\frac{5\pi}{6}$

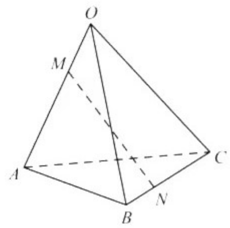
2．设抛物线$C:x^2=8y$的焦点为F，点P在C上，$Q(0,6)$，若$|PF|=|QF|$，则$|PQ|=$（　）

A．$4\sqrt{2}$　　B．4　　C．$4\sqrt{3}$　　D．6



3．如图，正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，M,N,P分别是所在棱的中点，设经过M,N,P的平面与平面ADD_1A_1的交线为l，则l与直线B_1C所成的角为（　）

A．$30°$　　B．$45°$　　C．$60°$　　D．$90°$



4．如图，在棱长为1的正四面体$OABC$中，点M、N分别在线段OA、BC上，且$2OM=MA$，$CN=2NB$，则$|\overrightarrow{MN}|$等于（　）

A．$\frac{2}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{6}}{3}$　　D．$\frac{2\sqrt{3}}{9}$

5．设$m\in R$，过定点A的动直线$x+my=0$和过定点B的动直线$mx-y-m+3=0$交于点$P(x,y)$，则$|PA|\cdot|PB|$的最大值是（　）

A．4　　B．10　　C．5　　D．$\sqrt{10}$

6．瑞士著名数学家欧拉在1765年提出定理：三角形的外心、重心、垂心位于同一直线上，这条直线被后人称为三角形的“欧拉线”．若ΔABC满足$AC=BC$，顶点$A(1,0)$，$B(-1,2)$，且其“欧拉线”与圆M：$(x-3)^2+y^2=r^2$相切，则下列结论正确的是（　）

A．圆M上的点到原点的最大距离为$3+\sqrt{2}$

B．圆M上不存在三个点到直线$x-y-1=0$的距离为$\sqrt{2}$

C．若圆M与圆$x^2+(y-a)^2=2$有公共点，则$a\in[-3,3]$

D．若点(x,y)在圆M上，则$\frac{y}{x+1}$的最小值是$-\sqrt{2}$

7．已知点P在圆$(x-5)^2+(y-5)^2=16$上，点$A(4,0)$，$B(0,2)$，则下列选项错误的是（　）

A．点 P 到直线 AB 的距离小于 10　　B．当 $\angle PBA$ 最大时，$|PB|=3\sqrt{2}$

C．当 $\angle PBA$ 最小时，$|PB|=3\sqrt{2}$　　D．点 P 到直线 AB 的距离大于 2

8．用平面 α 截圆柱面，当圆柱的轴与 α 所成角为锐角时，圆柱面的截线是一个椭圆. 著名数学家 *Dandelin* 创立的双球实验证明了上述结论. 如图所示，将两个大小相同的球嵌入圆柱内，使它们分别位于 α 的上方和下方，并且与圆柱面和 α 均相切. 给出下列三个结论：

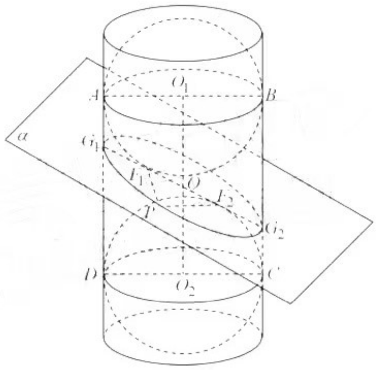
①两个球与 α 的切点是所得椭圆的两个焦点；

②椭圆的短轴长与嵌入圆柱的球的直径相等；

③当圆柱的轴与 α 所成的角由小变大时，所得椭圆的离心率也由小变大.

其中，所有正确结论的序号是（　）

A．①　　B．②③　　C．①②　　D．①③



二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9．下列说法错误的是（　）

A．若一条直线的斜率为 $\tan\alpha$，则此直线的倾斜角为 α

B．过不同两点 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$ 的直线方程为 $\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}$

C．线段 AB 的两个端点 $A(x_1,y_1)$ 和 $B(x_2,y_2)$，则以 AB 为直径的圆的方程为 $(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)=0$

D．经过点 $(2,1)$ 且在 x 轴和 y 轴上截距都相等的直线方程为 $x+y-3=0$

10．圆 O 的半径为定长 r，P 是圆 O 上任意一点，A 是圆 O 所在平面上与 P 不重合的一个定点，线段 AP 的垂直平分线 l 和直线 OP 相交于点 Q，当点 P 在圆上运动时，点 Q 的轨迹可能是（　）

A．一个点　　B．椭圆　　C．抛物线　　D．双曲线

11．已知 F_1、F_2 是双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的左、右焦点，过 F_2 作双曲线一条渐近线的垂线，垂足为点 A，交另一条渐近线于点 B，且 $|AF_2|=\dfrac{1}{2}|F_2B|$，则该双曲线的离心率为（　）

A．$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．$2\sqrt{3}$

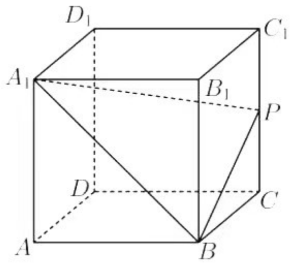
12．在直四棱柱中 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $ABCD$ 为菱形，$\angle BAD=60^\circ, AB=AD=AA_1=2, P$ 为 CC_1 中点，点 Q 满足 $\overrightarrow{DQ}=\lambda\overrightarrow{DC}+\mu\overrightarrow{DD_1}, (\lambda\in[0,1], \mu\in[0,1])$. 下列结论正确的是（　）

A．若$\lambda+\mu=\frac{1}{2}$，则四面体A_1BPQ的体积为定值

B．若AQ // 平面A_1BP，则$AQ+C_1Q$的最小值为$\sqrt{10+3\sqrt{10}}$

C．若ΔA_1BQ的外心为M，则$\overrightarrow{A_1B}\cdot\overrightarrow{A_1M}$为定值2

D．若$A_1Q=\sqrt{7}$，则点Q的轨迹长度为$\frac{2}{3}\pi$

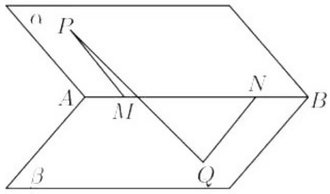


第II卷（共90分）

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．

13．在y轴上的截距为2且倾斜角是直线l：$y=-\sqrt{3}x+1$的倾斜角的一半的直线的方程为____________．

14．如图，二面角$\alpha-AB-\beta$的大小为$60°$，线段PM与NQ分别在这个二面角的两个面内，并且都垂直于棱AB．若$PM=2$，$MN=3$，$NQ=4$，则$PQ=$____________．



15．已知实数x,y满足$x^2+y^2=2|x|+2|y|$，则$\frac{y}{x-4}$的最大值为____________．

16．已知F是双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右焦点，直线$x-2\sqrt{2}y=0$与双曲线$C$相交于$A,B$两点，若$\angle AFB\geq 90°$，则双曲线$C$的离心率的取值范围是____________．

四、解答题：本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17．（本小题满分12分）（注意：在试题卷上作答无效）

求满足下列条件的圆锥曲线的标准方程：

（Ⅰ）两焦点分别为$F_1\left(-\sqrt{2},0\right)$，$F_2\left(\sqrt{2},0\right)$，且经过点$P\left(1,\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$的椭圆标准方程；

（Ⅱ）与双曲线$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{6}=1$有相同渐近线，且焦距为$2\sqrt{5}$的双曲线标准方程．

18．（本小题满分12分）（注意：在试题卷上作答无效）

已知直线$l_1:x-y+1=0,l_2:x-y+4=0$，在l_1上任取一点A，在l_2上任取一点B，连接AB，取AB的靠近点A的三等分点C，过点C做l_1的平行线l．

（Ⅰ）求直线l的方程；

（Ⅱ）已知两点$M\left(-1,0\right),N\left(0,1\right)$，若直线$l$上存在点$P$使得$|PM|+|PN|$最小，求点$P$的坐标．

19.（本小题满分 12 分）（注意：在试题卷上作答无效）

如图 1，在边长为 4 的菱形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=60^\circ$，点 E 是 AB 中点，将 ΔADE 沿 DE 折起到 ΔA_1DE 的位置，使 $A_1D\perp DC$，如图 2.

（Ⅰ）求证：$A_1E\perp$ 平面 $BCDE$；

（Ⅱ）求二面角 $B-A_1C-D$ 的平面角的正弦值.

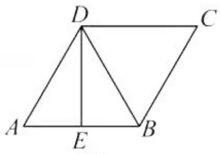


图1

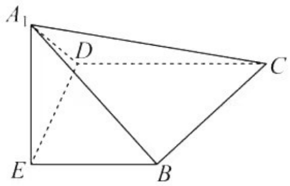


图2

20.（本小题满分 12 分）（注意：在试题卷上作答无效）

已知圆 $O:x^2+y^2=9$，过点 $P(1,0)$ 的直线 l 与圆 O 交于 A,B 两点.

（Ⅰ）若 $|AB|=\sqrt{35}$，求直线 l 的方程；

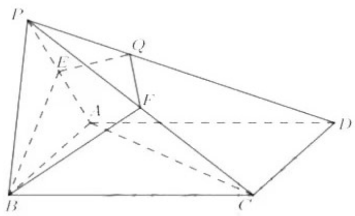
（Ⅱ）记点 A 关于 x 轴的对称点为 C（异于点 A,B），试问直线 BC 是否过定点？若是，求出定点坐标；若不是，请说明理由.

21.（本小题满分 12 分）（注意：在试题卷上作答无效）

如图，已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是平行四边形，侧面 PAB 是等边三角形，$BC=2AB,\angle ABC=60^\circ,PB\perp AC$.

（Ⅰ）求 CP 与平面 $ABCD$ 所成角的正弦值；

（Ⅱ）设 Q 为侧棱 PD 上一点，四边形 $BEQF$ 是过 B,Q 两点的截面，且 $AC//$ 平面 $BEQF$，是否存在点 Q，使得平面 $BEQF\perp$ 平面 PAD？若存在，求出点 Q 的位置；若不存在，说明理由.

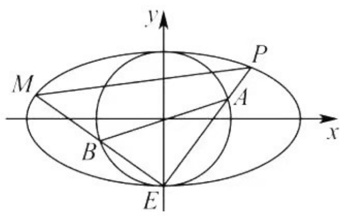


22.（本小题满分 12 分）（注意：在试题卷上作答无效）

在 ΔPF_1F_2 中，已知点 $F_1(-\sqrt{3},0),F_2(\sqrt{3},0)$，$PF_1$ 与 PF_2 边上的中线长之和为 6. 记 ΔPF_1F_2 的重心 G 的轨迹为曲线 C.

（Ⅰ）求 C 的方程；

（Ⅱ）若圆 $O:x^2+y^2=1$，$E(0,-1)$，过坐标原点 O 且与 y 轴不重合的任意直线 l 与圆 O 相交于点 A,B，直线 EA,EB 与曲线 C 的另一个交点分别是点 P,M，求 ΔEPM 面积的最大值.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。