

2022~2023 学年度第二学期联合体期末联考

高一数学试卷

考试时间：2023 年 6 月 27 日下午 14:30-16:30

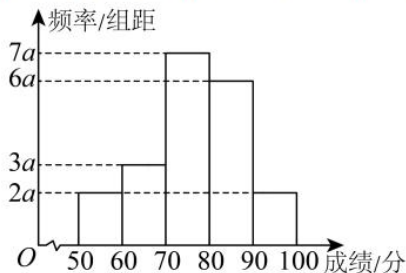
试卷满分：150 分

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答：用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

一、单选题：本大题共 8 小题。每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是满足题目要求的。

1. 设  $i$  为虚数单位，复数  $z$  满足  $iz = 1 + 2i$ ，则  $z$  在复平面内对应的点位于  
A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限
2. 下列函数中，以  $\pi$  为最小正周期，且在区间  $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$  上单调递减的函数是  
A.  $y = |\sin x|$       B.  $y = \cos x$       C.  $y = \tan x$       D.  $y = \cos 2x$
3. 已知向量  $\vec{a} = (-2, \frac{3}{2})$ ， $2\vec{a} + 3\vec{b} = (5, -3)$ ，则  $\vec{b} =$   
A.  $(-3, 2)$       B.  $(3, -2)$       C.  $(3, 0)$       D.  $(9, 6)$
4. 在  $\triangle ABC$  中， $AB = 4$ ， $BC = 3$ ， $\angle ABC = \frac{2\pi}{3}$ ，若将  $\triangle ABC$  绕  $BC$  所在的直线旋转一周，则所形成的几何体的体积为  
A.  $36\pi$       B.  $28\pi$       C.  $20\pi$       D.  $12\pi$
5. 为了得到函数  $y = 2\sin(2x + \frac{\pi}{4})$  的图象，只要把函数  $y = 2\sin(2x - \frac{\pi}{6})$  上所有的点  
A. 向左平移  $\frac{5\pi}{12}$       B. 向左平移  $\frac{5\pi}{24}$       C. 向右平移  $\frac{5\pi}{12}$       D. 向右平移  $\frac{5\pi}{24}$
6. 某校 1000 名学生参加环保知识竞赛，随机抽取了 20 名学生的考试成绩（单位：分），成绩的频率分布直方图如图所示，则下列说法正确的是  
A. 频率分布直方图中  $a$  的值为 0.004  
B. 估计这 20 名学生考试成绩的第 60 百分位数为 75  
C. 估计这 20 名学生数学考试成绩的众数为 80  
D. 估计总体中成绩落在  $[60, 70)$  内的学生人数为 150



7. 若  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  是两个单位向量, 且  $\vec{e}_1$  在  $\vec{e}_2$  上的投影向量为  $\frac{1}{3}\vec{e}_2$ , 则  $\vec{a} = \vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$  与  $\vec{b} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$  的夹角的余弦值为

A.  $-\frac{1}{12}$       B.  $\frac{1}{12}$       C.  $-\frac{\sqrt{6}}{3}$       D.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$

8. 在平面凸四边形  $ABCD$  中,  $AB = BC, CD = 1, DA = 3$ , 且  $\angle ABC = 90^\circ$ , 则四边形  $ABCD$  的面积的最大值为

A.  $\frac{3\sqrt{2}+5}{2}$       B.  $\frac{3\sqrt{2}+7}{2}$       C.  $\frac{3\sqrt{3}+7}{4}$       D.  $\frac{3\sqrt{3}+13}{4}$

二、多选题: 本大题共 4 小题。每小题 5 分, 共 20 分, 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对得 5 分, 有错选的得 0 分, 部分选对得 2 分。

9. 在某次测量中得到 A 样本数据如下: 52, 54, 54, 55, 56, 55, 56, 55, 55, 56, 若 B 样本数据恰好是 A 样本数据加 5 后所得数据, 则下列数字特征中, A, B 两样本相同的是

A. 众数      B. 极差      C. 中位数      D. 标准差

10. 若复数  $z$  满足  $2z + \bar{z} = 3 - 2i$ , 其中  $i$  为虚数单位, 则下列结论正确的是

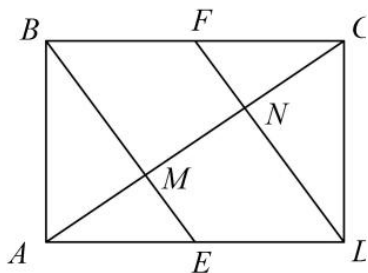
A.  $z - \bar{z}$  为纯虚数      B.  $|z + \bar{z}| = 2$   
C.  $z \cdot \bar{z} = -3$       D.  $\frac{\bar{z}}{z} = -\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$

11. 定义两个非零平面向量  $\vec{a}, \vec{b}$  的一种新运算:  $\vec{a} * \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \sin \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$ , 其中  $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$  表示向量  $\vec{a}, \vec{b}$  的夹角, 则对于非零平面向量  $\vec{a}, \vec{b}$ , 则下列结论一定成立的是

A.  $(\vec{a} + \vec{b}) * (\vec{a} + \vec{b}) = \vec{a} * \vec{a} + 2\vec{a} * \vec{b} + \vec{b} * \vec{b}$       B.  $(\vec{a} * \vec{b})^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 \cdot |\vec{b}|^2$   
C.  $\vec{a} * \vec{b} = 0$ , 则  $\vec{a} \parallel \vec{b}$       D.  $\lambda(\vec{a} * \vec{b}) = (\lambda\vec{a}) * \vec{b}$

12. 如图, 一张矩形白纸  $ABCD$ ,  $AB = 2, AD = 2\sqrt{2}$ ,  $E, F$  分别为  $AD, BC$  的中点,  $BE$  交  $AC$  于点  $M$ ,  $DF$  交  $AC$  于点  $N$ . 现分别将  $\triangle ABE$ ,  $\triangle CDF$  沿  $BE, DF$  折起, 且点  $A, C$  在平面  $BFDE$  的同侧, 则下列命题正确的是

A. 当平面  $ABE \parallel$  平面  $CDF$  时,  $AC \parallel$  平面  $BFDE$   
B. 当  $A, C$  重合于点  $P$  时,  $PD \perp$  平面  $PFM$   
C. 当  $A, C$  重合于点  $P$  时, 三棱锥  $P-DEF$  的外接球的表面积为  $6\pi$



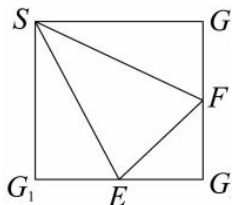
D. 当  $A, C$  重合于点  $P$  时, 四棱锥  $P-BFDE$  的体积为  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 2023 年 6 月 4 日清晨，在金色朝霞映衬下，神舟十五号载人飞船返回舱在胡杨大漠凯旋，神舟十五号航天员安全返回地球。某高中为了解学生对这一重大新闻的关注度，利用分层抽样的方法从高中三个年级中抽取 36 人进行问卷调查，其中高一年级抽取 15 人，高二抽取 12 人，已知高三年级共有学生 900 人，则该高中所有学生总数为\_\_\_\_\_人。

14. 在正方形  $ABCD$  中，已知向量  $\overrightarrow{AB} = (1, 1)$ ,  $\overrightarrow{BC} = (x, y)$ ，则  $x^2 + 2y^2$  的值为\_\_\_\_\_。

15. 如图，在正方形  $SG_1G_2G_3$  中， $E, F$  分别为  $G_1G_2, G_2G_3$  的中点，若沿  $SE, SF$  及  $EF$  把这个正方形折成一个三棱锥，使  $G_1, G_2, G_3$  三点重合，重合后的点记为  $G$ ，则异面直线  $SG$  与  $EF$  所成的角为\_\_\_\_\_，直线  $SG$  与平面  $SEF$  所成角的正弦值为\_\_\_\_\_。



16. 已知函数  $f(x) = \left| \sin \frac{\omega x}{2} \right| + \left| \cos \frac{\omega x}{2} \right|$  ( $\omega > 0$ ) 在区间  $\left( \frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{4} \right)$  上单调递增，则  $\omega$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分) 设向量  $\vec{a} = (\sin \omega x, -\sqrt{3})$ ,  $\vec{b} = (1, \cos \omega x)$ , ( $\omega > 0$ )，函数  $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$ ,  $x \in \mathbb{R}$  的最小正周期为  $\pi$ 。

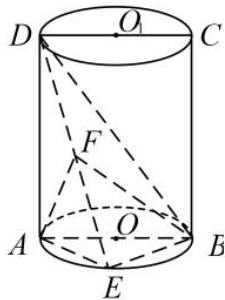
(1) 求  $\omega$  的值；

(2) 用五点法作出  $y = f(x)$  在一个周期内的图象。

18. (本小题满分 12 分) 如图，矩形  $ABCD$  是圆柱  $OO_1$  的一个轴截面，点  $E$  在圆  $O$  上 (异于  $A, B$ )， $F$  为  $DE$  的中点。

(1) 证明：  $BE \perp$  平面  $DAE$ ；

(2) 若直线  $DE$  与平面  $ABE$  所成的角为  $45^\circ$  时，证明：平面  $ABF \perp$  平面  $BDE$ 。



19. (本小题满分 12 分) 在  $\triangle ABC$  中，内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ，且

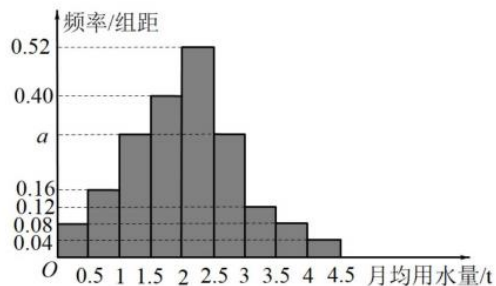
$$\sqrt{3}a - c \sin B = \sqrt{3}b \cos C.$$

(1) 求角  $B$  的大小；

(2) 若  $\sin \alpha \sin(\alpha + B) = \frac{11}{20}$ ，且  $\alpha \in (0, \frac{\pi}{4})$ ，计算  $\cos 2\alpha$  的值。

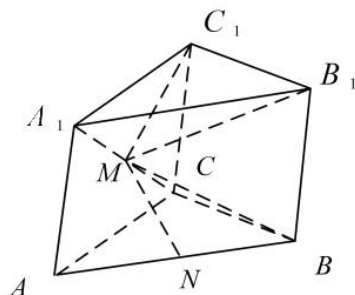
20. (本小题满分 12 分) 某市政府为了鼓励居民节约用水, 计划在本市试行居民生活用水定额管理, 即确定一个合理的居民用水量标准  $x$  (单位:  $t$ ), 月用水量不超过  $x$  的部分按平价收费, 超出  $x$  的部分按议价收费. 为了了解全市居民用水量分布情况, 通过抽样, 获得 100 位居民某年的月平均用水量 (单位:  $t$ ), 将数据按照  $[0, 0.5), [0.5, 1), \dots, [4, 4.5)$ , 分成 9 组, 制成了如图所示的频率分布直方图.

- (1) 求频率分布直方图中  $a$  的值;
- (2) 已知该市有 80 万居民, 请估计全市居民中月平均用水量不低于  $3 t$  的人数;
- (3) 若该市政府希望使 85% 的居民每月的用水量不超过  $x t$ , 估计  $x$  的值, 并说明理由.



21. (本小题满分 12 分) 如图所示, 在三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中, 侧面  $ACC_1A_1$  是边长为 2 的菱形, 侧面  $CBB_1C_1$  为正方形, 平面  $ACC_1A_1 \perp$  平面  $ABC$ . 点  $M$  为  $A_1C$  的中点,  $N$  为  $AB$  的中点, 异面直线  $AC$  与  $BB_1$  所成的角为  $60^\circ$ .

- (1) 证明:  $MN \parallel$  平面  $BCC_1B_1$ ;
- (2) 求四棱锥  $M-BB_1C_1C$  的体积.



22. (本小题满分 12 分) 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $a=6$  且  $2c-b=12 \cos B$ .

- (1) 证明:  $B+C=2A$ ;
- (2) 若  $O$  为  $\triangle ABC$  的垂心,  $AO$  的延长线交  $BC$  于点  $D$ , 且  $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OD} = 3$ , 求  $\triangle ABC$  的周长.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：[www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线