

9. 以双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的实轴为直径的圆与该双曲线的渐近线分别交于 A ,

B, C, D 四点, 若四边形 $ABCD$ 的面积为 $\sqrt{3}a^2$, 则该双曲线的离心率为

- A. $\sqrt{3}$ 或 2 B. 2 或 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{3}$

10. 函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi) (A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示, 则下列选项

函数 $y = f(x)$ 的说法正确的是

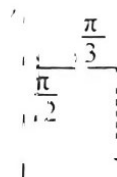
① $f(x)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{3\pi}{4}$ 对称

② $f(x)$ 的图象关于点 $(-\frac{\pi}{6}, 0)$ 对称

③ 将函数 $y = 2 \sin(2x - \frac{\pi}{6})$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度得到函数 $f(x)$ 的图象

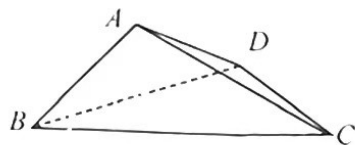
④ 若方程 $f(x) = m$ 在 $[-\frac{\pi}{2}, 0]$ 上有两个不相等的实数根, 则 m 的取值范围是 $(-2, -\sqrt{3}]$

- A. ①④ B. ~~②④~~
C. ③④ D. ②③



11. 如图, 在四棱锥 $A-BCD$ 中, 平面 $ABD \perp$ 平面 BCD , $\triangle BCD$ 是边长为 $2\sqrt{3}$ 的等边三角形, $AB = AD = 2$, 则该几何体外接球表面积为

- A. 20π B. 8π
C. 28π D. 48π



12. 已知正实数 a, b, c , 若 $\frac{\ln a}{a} > \frac{\ln b}{b} = \frac{1}{c} \ln \frac{1}{c}$, $b > e$, 则 a, b, c 的大小关系为

- A. $a > b > c$
B. $a > b > c$
C. $b > a > c$
D. $b > a > c$

第II卷(非选择题 共90分)

本卷包括必考题和选考题两部分。第13题~第21题为必考题，每个试题考生都必须作答，第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

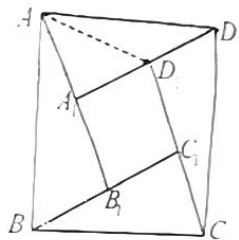
二、填空题：本大题共4小题，每小题5分。

13. 函数 $f(x) = \ln(x+1) + 2x - 1$ 在点 $(0, -1)$ 处的切线方程为_____

14. 正实数 a, b 满足 $4a + b = 4ab$ ，则 $a + 4b$ 的最小值为_____

15. 赵爽是我国汉代数学家，他在注解《周髀算经》时给出的“赵爽弦图”被选为第24届国际数学家大会的会徽。如右图所示，“赵爽弦图”中的大正方形 $ABCD$ 是由4个全等的直角三角形和小正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 拼成，

现连接 AD_1 ，当正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的边长为1且其面积与正方形 $ABCD$ 的面积之比为1:5时， $\cos \angle DAD_1 =$ _____



16. 抛物线 $E: y^2 = 4x$ ，圆 $M: x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ ，直线 l 过圆心 M 且与抛物线

E 交于 A, B 与圆 M 交于 C, D 。若 $|AC| = |BD|$ ，则 $\frac{|AB|}{|CD|} =$ _____

三、解答题：第17至21题每题12分，第22、23题为选考题，各10分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. (本题满分12分)

已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ， $S_3 = \frac{7}{4}$ ，且 $a_1, 2a_2, 4a_3$ 成等差数列。

(1) 证明数列 $\{S_n - 2\}$ 是等比数列；

(2) 若 $b_n = na_n$ ，求数列 $\{b_n\}$ 前 n 项和 T_n 。

18. (本题满分12分)

2022年9月3日至2022年10月8日，因为疫情，贵阳市部分中学生只能居家学习，为了监测居家学习效果，某校在恢复正常教学后举行了一次考试，在考试中，发现学生总体成绩相较疫情前的成绩有明显下降。为了解学生成绩下降的原因，学校进行了问卷调查，从问卷中随机抽取了200份学生问卷，发现其中有96名学生成绩下降，且成绩下降的学生中有54名学生属于“长时间使用手机娱乐”。每天使用手机娱乐2个小时以上

六盘水市2023年高三适应性考试(一)理科数学

n(1)

第4页

第4页

(1) 根据以上信息, 完成下面的 2×2 列联表, 并判断能否有 99.5% 的把握认为“成绩下降”与“长时间使用手机娱乐”有关?

	长时间使用手机娱乐	非长时间使用手机娱乐	合计
成绩下降			
成绩未下降			
合计	90		200

(2) 在被抽取的 200 名学生中“长时间使用手机娱乐”且“成绩未下降”的女生有 12 人, 现从“长时间使用手机娱乐”且“成绩未下降”的学生中按性别分层抽样抽取 6 人, 再从这 6 人中随机抽取 3 人访谈, 记被抽取到的 3 名学生中女生人数为 X , 求 X 的分布列和数学期望 $E(X)$.

参考公式: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a+b+c+d$.

$P(K^2 > k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

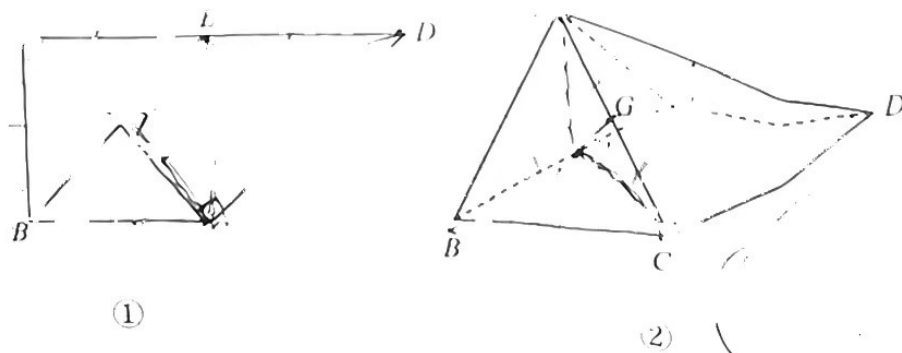
19. (本题满分 12 分)

如图 1, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD \perp AB$, $AD = 2AB = 2BC$, E 为 AD 中点,

现沿 BE 将 $\triangle ABE$ 折起, 如图 2, 其中 F, G 分别是 BE, AC 的中点.

(1) 求证: $FG \perp$ 平面 ACD .

(2) 若 $AB = AC = \sqrt{2}$, 求二面角 $B-AC-D$ 的余弦值.



20. (本题满分 12 分)

已知 $(1, \frac{\sqrt{2}}{2})$, $(1, -\frac{\sqrt{3}}{3})$, $(-1, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ 三点中有两点在椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$

上, 椭圆 C 的右顶点为 A , 过右焦点的直线 l 与 C 交于点 M, N , 当 l 垂直于 x 轴时 $|MN| = \sqrt{2}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 若直线 AM 与 y 轴交于 P 点, 直线 AN 与 y 轴交于 Q 点, 在 x 轴是否存在定点 S ,

使得 $\overrightarrow{PS} \cdot \overrightarrow{QS} = 0$, 若存在, 求出点 S , 若不存在, 说明理由.

21. (本题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = a \ln(x-1) + \frac{1}{4}x^2 + 1$, $g(x) = f(x) + \frac{1}{e^x} - (\frac{1}{2}x - 1)^2$.

(1) 当 $a = -1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的极值;

(2) 若任意 $x_1, x_2 \in (1, +\infty)$ 且 $x_1 \neq x_2$, 都有 $\frac{g(x_2) - g(x_1)}{x_2 - x_1} \geq 1$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

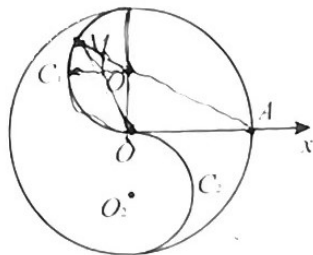
请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分. 作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应题号的方框涂黑.

22. 选修 4-4: 坐标系与参数方程 (本题满分 10 分)

如图, 在极坐标系 Ox 中, 圆 O 的半径为 2, 半径均为 1 的两个半圆弧 C_1, C_2 所在圆的圆心分别为 $O_1(1, \frac{\pi}{2})$, $O_2(1, \frac{3\pi}{2})$, M 是半圆弧 C_1 上的一个动点.

(1) 若点 A 是圆 O 与极轴的交点, 求 $|MA|$ 的最大值;

(2) 若点 N 是射线 $\theta = \frac{\pi}{4} (\rho \geq 0)$ 与圆 O 的交点, 求 $\triangle MON$ 面积的取值范围.



23. 选修 4-5: 不等式选讲 (本题满分 10 分)

已知 $a^2 + 4b^2 = 4$.

(1) 求 $a+b$ 的取值范围;

(2) 若 $a > 0, b > 0$, 求证: $\frac{1}{a} + \frac{1}{2b} \geq \sqrt{2}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线