

重庆南开中学高 2022 级高三 7 月考试

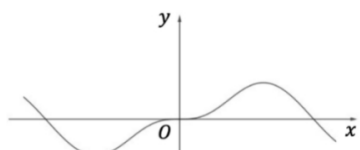
数学试题

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟.

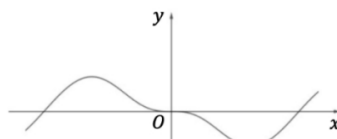
第 I 卷 (选择题 共 60 分)

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求. 请将答案填写在答题卡相应的位置上.

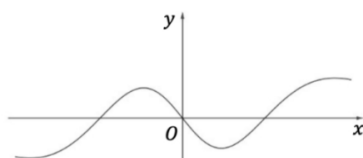
- 集合 $M = \{x | y = \sqrt{1-x^2}\}$, $N = \{y | y = \sqrt{1-x^2}\}$, 则 $M \cap (\complement_{\mathbb{R}} N) =$ ()
 A. $(-\infty, 0)$ B. $[-1, 0)$ C. $[0, 1]$ D. \emptyset
- 已知函数 $f(x) = x^2 + 1$. 若命题 $p: f(x) > 0$, 命题 $q: f(x)$ 的值域为 $(0, +\infty)$, 则下列命题一定是真命题的是 ()
 A. $p \wedge q$ B. $\neg p \vee q$
 C. $\neg p \wedge q$ D. $\neg p \vee \neg q$
- 某校为了了解高三学生平时的体育锻炼情况, 从高三年级 1045 名同学中抽取 50 名同学进行调查. 先用简单随机抽样从 1045 人中剔除 45 人, 再按系统抽样方法从剩下的 1000 人中抽取 50 人, 则在这 1045 人中, 每个人被抽取的可能性 ()
 A. 都相等, 且为 $\frac{1}{20}$ B. 不全相等
 C. 都相等, 且为 $\frac{10}{209}$ D. 都不相等
- 函数 $f(x) = (\sqrt{e})^x$ 的图象与函数 $g(x) = 2 - \ln x$ 的图象交点横坐标所在的区间可能为 ()
 A. $(0, 1)$ B. $(1, 2)$ C. $(2, 3)$ D. $(3, 4)$
- 函数 $f(x) = \frac{x^2 \sin x}{2^x + 2^{-x}}$ 的部分图象大致为 ()



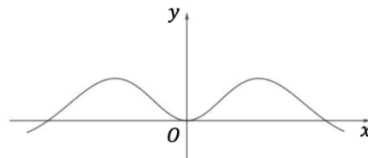
A



B



C



D

12. 已知函数 $f(x) = |\log_2(x-1)| - m (m > 0)$ 的两个零点为 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, 则 ()

A. $x_1 < 2 < x_2$

B. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 1$

C. $x_1 x_2 < 4$

D. $2x_1 + x_2 \geq 3 + 2\sqrt{2}$

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 请将答案填写在答题卡相应位置上.

13. 函数 $f(x) = \frac{2x}{x+1}$ 在点 (1,1) 处的切线的方程为_____.

14. 2022 年新高考实行“3+1+2”模式, 即由 3 门全国统考科目+1 门首选科目+2 门再选科目组成, 其中“3”为语文、数学、外语三门科目, “1”为从物理和历史中选择一门, “2”为从生物、化学、地理、政治中选择两门. 小南和小开两位同学的首选科目都是物理, 两人的再选科目中, 选择每个科目的可能性均相等, 且他们的选择互不影响, 则他们的再选科目中恰有一科相同的概率为_____.

15. 定义在 R 上的函数 $f(x) = 3^x - 1$, 若不等式 $|f(x)| \geq kx$ 恒成立, 则 k 的取值范围为_____.

16. 若 $x, y \in R^+$, $(x-y)^2 = (xy)^3$, 则 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的最小值为_____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 请将答案填写在答题卡相应的位置上.

17. (10 分) 已知集合 $A = \{x | y = \ln \frac{x-1}{3-x}\}$, $B = \{x | \log_2 x \leq 1\}$.

(1) 求集合 $C = A \cap B$;

(2) 若 $f(x) = 4^x - a \cdot 2^{x+1}$, $x \in C$ 为单调递增函数, 求实数 a 的取值范围.

18. (12 分) 已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数, 且当 $x > 0$ 时, $f(x) = \log_2(x+1)$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 若存在 $x \in (1, 2)$, 使得不等式 $f(-x^2 + x + m) + f(2x^2 - 2mx) > 0$ 成立, 求实数 m 的取值范围.

19. (12 分) 已知函数 $f(x) = ax^2 + x - \ln x (a \in R)$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求 $f(x)$ 在区间 $[\frac{1}{3}, 1]$ 上的最值;

(2) 若 $g(x) = f(x) - x$ 在定义域内有两个零点, 求 a 的取值范围.

20. (12分) 近年来, 学生职业生涯规划课程逐渐进入课堂, 考生选择大学就读专业时不再盲目扎堆热门专业, 报考专业分布更加广泛, 报考之前较冷门专业的人数也逐年上升. 下表是某高校 A 专业近五年以来在某省录取平均分与当年该大学的最低提档线对照表:

年份	2017	2018	2019	2020	2021
年份代码 (t)	1	2	3	4	5
该校最低提档分数线	633	637	628	635	642
A 专业录取平均分	638	643	637	649	658
A 专业录取平均分与提档线之差 (y)	5	6	9	14	16

- (1) 根据上表数据可知, y 与 t 之间存在线性相关关系, 用最小二乘法求 y 关于 t 的线性回归方程;
 (2) 据以往数据可知, 该大学 A 专业每年录取分数 X 服从正态分布 $N(\mu, 9)$, 其中 μ 为当年该大学 A 专业录取的平均分. 假设 2022 年该大学最低提档线为 645 分.

①利用 (1) 的结果预测 2022 年 A 专业录取平均分;

②若某同学 2022 年高考考了 670 分, 该大学 A 专业在该省共录取 100 人, 录取成绩前五名的学生可以获得一等奖学金, 请问该同学能否获得该奖学金? 请说明理由.

$$\text{参考公式: } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i y_i - n\bar{t}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n t_i^2 - n\bar{t}^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{t}.$$

参考数据: $P(\mu - \sigma < X \leq \mu + \sigma) \approx 0.683$, $P(\mu - 2\sigma < X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0.954$,
 $P(\mu - 3\sigma < X \leq \mu + 3\sigma) \approx 0.997$.

21. (12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点为 F_1, F_2 , P 为 C 上一点, PF_2 垂直于 x 轴, 且 $|PF_1|$ 、 $|F_1F_2|$ 、 $|PF_2|$ 成等差数列, $\overline{PF_1} \cdot \overline{PF_2} = \frac{9}{4}$.

- (1) 求椭圆 C 的方程;
 (2) 直线 l 过点 $(-1, 0)$, 与椭圆 C 交于 A, B 两点, 且点 A 在 x 轴上方. 记 $\triangle ABF_2, \triangle AF_1F_2$ 的内切圆半径分别为 r_1, r_2 , 若 $r_1 = 2r_2$, 求直线 l 的方程.

22. (12分) 已知函数 $f(x) = \frac{e^x}{x}$, $g(x) = \ln x$.

- (1) 当 $a > 0$ 时, 讨论函数 $F(x) = af(x) - g(x) - \frac{1}{x}$ 的单调性;
 (2) 当 $a > 1$ 时, 求证: $axf(x) - g(ax) > (e-1)x + 1$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》