



榆林市 2022 ~ 2023 学年度第二学期普通高中过程性评价质量检测

高二年级数学(文科)试题参考答案及评分标准

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. D 2. A 3. C 4. B 5. A 6. B 7. D 8. C 9. D 10. B 11. C 12. A

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 30 14. -1 15. -6 16. $\frac{9}{4}$

三、解答题:共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17 ~ 21 题为必考题,每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. 解:(I) $\because E$ 是 A_1C 与 BD_1 的交点, $\therefore E$ 是 BD_1 的中点,

又 F 是棱 AB 的中点, $\therefore EF \parallel AD_1$,

又 $EF \not\subset$ 平面 A_1ADD_1 , $AD_1 \subset$ 平面 A_1ADD_1 ,

$\therefore EF \parallel$ 平面 A_1ADD_1 (6 分)

(II) $V_{D-ABD_1} = V_{D_1-ABD} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABD} \cdot DD_1 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 2 = \frac{4}{3}$ (12 分)

18. 解:(I) 由题可知,样本中男生 40 人,女生 60 人,属于“高分选手”的有 25 人,其中女生 10 人,得出以下列联表:

	属于“高分选手”	不属于“高分选手”	合计
男生	15	25	40
女生	10	50	60
合计	25	75	100

..... (6 分)

(II) $\because K^2 = \frac{100(10 \times 25 - 15 \times 50)^2}{25 \times 75 \times 40 \times 60} = \frac{50}{9} \approx 5.556 > 5.024$,

$\therefore$ 有 97.5% 的把握认为该校学生属于“高分选手”与“性别”有关. (12 分)

19. 解:(I) $\because 2b \cos B = c \cos A + a \cos C$,

$\therefore 2 \sin B \cos B = \sin C \cos A + \sin A \cos C = \sin(A+C) = \sin B$,

又 $B \in (0, \pi)$, $\therefore \sin B > 0$,

$\therefore \cos B = \frac{1}{2}$,

$\therefore \sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (6 分)

(II) 由(I)可知 $\cos B = \frac{1}{2}$,

根据余弦定理 $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$, 即 $\frac{1}{2} = \frac{a^2 + c^2 - 4}{2ac}$,

即 $a^2 + c^2 = ac + 4$,

即 $(a+c)^2 = 3ac + 4$,

又 $a+c=4$, 则 $16 = 3ac + 4$, 即 $ac=4$,

$\therefore \triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ (12 分)

20. 解:(I) 由 $f(x) = 2 \ln x + \frac{a}{x^2}$, 得 $f'(x) = \frac{2}{x} - \frac{2a}{x^3}$,

$\therefore$ 曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与 x 轴平行,

$\therefore f'(1) = 2 - 2a = 0$, 解得 $a=1$ (6 分)

(II) $\because y=f(x)$ 在区间 $[1, 3]$ 上是减函数,

$\therefore \forall x \in [1, 3], f'(x) = \frac{2}{x} - \frac{2a}{x^3} \leq 0$, 则 $a \geq x^2$ 在区间 $[1, 3]$ 上恒成立,



当 $1 \leq x \leq 3$ 时, $1 \leq x^2 \leq 9$, $\therefore a \geq 9$,

$\therefore$ 实数 a 的取值范围是 $[9, +\infty)$. (12 分)

21. 解: (I) 依题意 $\begin{cases} 2\sqrt{a^2-b^2}=2, \\ \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}=\frac{1}{2}, \end{cases}$ 解得 $a^2=4, b^2=3$.

$\therefore$ 椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$. (6 分)

(II) 联立 $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1, \\ y = x + m, \end{cases}$ 消去 y 得 $7x^2 + 8mx + 4m^2 - 12 = 0$,

由 $\Delta = 64m^2 - 28(4m^2 - 12) > 0$, 解得 $-\sqrt{7} < m < \sqrt{7}$,

设 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$, 则 $x_1 + x_2 = -\frac{8m}{7}, x_1 x_2 = \frac{4m^2 - 12}{7}$,

$\therefore y_1 y_2 = (x_1 + m)(x_2 + m) = \frac{3m^2 - 12}{7}$,

$\because OM \perp ON, \overrightarrow{OM} = (x_1, y_1), \overrightarrow{ON} = (x_2, y_2)$,

$\therefore \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = x_1 x_2 + y_1 y_2 = 0$,

即 $x_1 x_2 + y_1 y_2 = \frac{4m^2 - 12}{7} + \frac{3m^2 - 12}{7} = \frac{7m^2 - 24}{7} = 0$,

解得 $m = \pm \frac{2\sqrt{42}}{7}$ (经检验符合题意). (12 分)

(二) 选考题: 共 10 分. 考生从 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. 解: (I) 由曲线 C 的参数方程 $\begin{cases} x = 2 + \sqrt{10} \cos \alpha, \\ y = \sqrt{10} \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数),

消去参数 α 可得 $(x-2)^2 + y^2 = 10$, 即 $x^2 + y^2 - 4x - 6 = 0$,

根据 $\begin{cases} x^2 + y^2 = \rho^2, \\ x = \rho \cos \theta, \end{cases}$

可得曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2 - 4\rho \cos \theta - 6 = 0$. (5 分)

(II) 设点 A 的极坐标为 $(\rho_1, \frac{\pi}{4})$, 点 B 的极坐标为 $(\rho_2, \frac{\pi}{4})$,

将 $\theta = \frac{\pi}{4}$ 代入曲线 C 的极坐标方程可得 $\rho_1^2 - 4\rho_1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 6 = 0$,

又 $\rho_1 \geq 0$, 解得 $\rho_1 = 3\sqrt{2}$.

将 $\theta = \frac{\pi}{4}$ 代入直线 l 的极坐标方程可得 $3\rho_2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 12 = 0$, 解得 $\rho_2 = 4\sqrt{2}$,

$\therefore |AB| = |\rho_1 - \rho_2| = \sqrt{2}$. (10 分)

23. 解: (I) $f(x) = |x-1| + 2|x+5| = \begin{cases} -3x-9, & x \leq -5, \\ x+11, & -5 < x \leq 1, \\ 3x+9, & x > 1, \end{cases}$

又 $f(x) < 10$,

$\therefore$ 当 $x \leq -5$ 时, $-3x-9 < 10$, 解得 $-\frac{19}{3} < x \leq -5$;

当 $-5 < x \leq 1$ 时, $x+11 < 10$, 解得 $-5 < x < -1$;

当 $x > 1$ 时, $3x+9 < 10$, 无解.

$\therefore$ 不等式 $f(x) < 10$ 的解集为 $(-\frac{19}{3}, -1)$. (5 分)

(II) 证明: 若 $(a+b)(a-b) \geq 0$,

则 $|a+b| + |a-b| = |a+b+a-b| = 2|a| < 6$;

若 $(a+b)(a-b) < 0$, 则 $|a+b| + |a-b| = |a+b-(a-b)| = 2|b| < 6$.

$\therefore |a+b| + |a-b| < 6$,

又由 (I) 易知 $f(x)_{\min} = 6$,

$\therefore |a+b| + |a-b| < f(x)$ 成立. (10 分)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线