

济宁市 2023 年高考模拟考试

数学试题

2023.03

本试卷共 4 页, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟。

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考试号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $M = \{x \in \mathbb{Z} | 0 \leq x < 4\}$ ,  $N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , 则  $M \cap N =$   
A.  $\{0, 1, 2, 3\}$       B.  $\{0, 1, 2\}$       C.  $\{1, 2, 3\}$       D.  $\{1, 2\}$
2. 若  $(1+i)z = -2$ , 则  $z - \bar{z} =$   
A.  $-2i$       B.  $2i$       C.  $-2$       D.  $2$
3. 已知等差数列  $\{a_n\}$  的前 5 项和  $S_5 = 35$ , 且满足  $a_5 = 13a_1$ , 则等差数列  $\{a_n\}$  的公差为  
A.  $-3$       B.  $-1$       C.  $1$       D.  $3$
4. 从 1 至 6 的 6 个整数中随机取 3 个不同的整数, 其中恰有两个是偶数的概率为  
A.  $\frac{3}{20}$       B.  $\frac{3}{10}$       C.  $\frac{9}{20}$       D.  $\frac{9}{10}$
5. 若过点  $P(0, -1)$  的直线  $l$  与圆  $(x - \sqrt{3})^2 + y^2 = 1$  有公共点, 则直线  $l$  的倾斜角的最大值为  
A.  $\frac{\pi}{6}$       B.  $\frac{\pi}{4}$       C.  $\frac{\pi}{3}$       D.  $\frac{2\pi}{3}$
6. 已知  $\cos(\alpha + \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , 则  $\sin(2\alpha - \frac{\pi}{6}) =$   
A.  $-\frac{2}{3}$       B.  $\frac{2}{3}$       C.  $-\frac{1}{3}$       D.  $\frac{1}{3}$
7. 若函数  $f(x) = \log_a(ax - x^3)$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ) 在区间  $(0, 1)$  内单调递增, 则  $a$  的取值范围是  
A.  $[3, +\infty)$       B.  $(1, 3]$       C.  $(0, \frac{1}{3}]$       D.  $[\frac{1}{3}, 1)$
8. 已知直三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$ ,  $D$  为线段  $A_1B_1$  的中点,  $E$  为线段  $CC_1$  的中点,  $A_1E$  过  $\triangle AC_1E$  的内切圆圆心, 且  $AD \perp DC_1$ ,  $CA = \sqrt{3}$ ,  $AB = 2$ , 则三棱锥  $D - ABC$  的外接球表面积为  
A.  $\frac{27}{8}\pi$       B.  $\frac{27}{4}\pi$       C.  $\frac{27}{2}\pi$       D.  $27\pi$

数学试题 第 1 页 (共 4 页)

二、多选题:本题共4小题,每小题5分,共20分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得5分,有选错的得0分,部分选对的得2分.

9.某中学为了解性别因素是否对本校学生体育锻炼的经常性有影响,从本校所有学生中随机调查了50名男生和50名女生,得到如下列联表:

	经常锻炼	不经常锻炼
男	40	10
女	30	20

$\alpha$	0.1	0.05	0.01
$\chi_a$	2.706	3.841	6.635

经计算  $\chi^2 \approx 4.762$ ,则可以推断出

- A. 该学校男生中经常体育锻炼的概率的估计值为  $\frac{3}{5}$
- B. 该学校男生比女生更经常锻炼
- C. 有95%的把握认为男、女生在体育锻炼的经常性方面有差异
- D. 有99%的把握认为男、女生在体育锻炼的经常性方面有差异

10. 已知函数  $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$  ( $0 < \omega < 3, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ ), 且  $f(0) = 1, f(\frac{2\pi}{3}) = -2$ , 则下列说法中正确的是

- A.  $\varphi = \frac{\pi}{6}$
- B.  $f(x)$  在  $(0, \frac{\pi}{3})$  上单调递增
- C.  $f(x + \frac{\pi}{6})$  为偶函数
- D.  $f(x) + f'(x) \leq 2\sqrt{2}$

11. 已知函数  $f(x)$  及其导函数  $f'(x)$  的定义域均为  $\mathbf{R}$ , 若  $f(x + \frac{2}{3})$  为奇函数,  $f(2x - \frac{1}{3})$  的图象关于  $y$  轴对称, 则下列结论中一定正确的是

- A.  $f(\frac{2}{3}) = 0$
- B.  $f(0) = f(-\frac{2}{3})$
- C.  $f'(0) = f'(-\frac{2}{3})$
- D.  $f'(-\frac{1}{3}) = 0$

12. 已知  $F_1, F_2$  是椭圆  $C_1: \frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{b_1^2} = 1 (a_1 > b_1 > 0)$  与双曲线  $C_2: \frac{x^2}{a_2^2} - \frac{y^2}{b_2^2} = 1 (a_2 > 0, b_2 > 0)$  的公共焦点,  $e_1, e_2$  分别是  $C_1$  与  $C_2$  的离心率, 且  $P$  是  $C_1$  与  $C_2$  的一个公共点, 满足  $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = 0$ , 则下列结论中正确的是

- A.  $a_1^2 + b_1^2 = a_2^2 - b_2^2$
- B.  $\frac{1}{e_1^2} + \frac{1}{e_2^2} = 2$
- C.  $\frac{1}{e_1} + \frac{\sqrt{3}}{e_2}$  的最大值为  $2\sqrt{2}$
- D.  $\frac{\sqrt{3}}{e_1} + \frac{1}{e_2}$  的最大值为  $2\sqrt{2}$

数学试题 第2页(共4页)

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 已知平面向量  $a = (-1, 2)$ ,  $b = (m, -3)$ . 若  $a + 2b$  与  $a$  共线, 则  $m =$   $\blacktriangle$ .

14.  $(x + \frac{1}{x} + 1)(1-x)^6$  的展开式中  $x^3$  的系数为  $\blacktriangle$  (用数字作答).

15. 已知函数  $y = a^{x-1}$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ) 的图象过定点 A, 且点 A 在直线  $mx + 2ny = 8$  ( $m > 0, n > 0$ ) 上, 则  $\frac{8}{mn} - \frac{3}{2m}$  的最小值是  $\blacktriangle$ .

16. 已知函数  $f(x) = a\sqrt{x^2 - \frac{1}{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2}b - e^x$ , 若  $f(x) = 0$  在  $[\frac{e}{3}, e]$  上有解, 则  $a^2 + b^2$  的最小值为  $\blacktriangle$ .

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

在  $\triangle ABC$  中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c, 且  $(c-a)(\sin C + \sin A) = \sin B(c-b)$ .

(1) 求角 A 的大小;

(2) 若  $a = 3, b = 2$ , 求边 BC 上的高 h.

18. (本小题满分 12 分)

某市航空公司为了解每年航班正点率  $x\%$  对每年顾客投诉次数  $y$  (单位: 次) 的影响, 对近 8 年 (2015 年 ~ 2022 年) 每年航班正点率  $x\%$  和每年顾客投诉次数  $y$  的数据作了初步处理, 得到下面的一些统计量的值.

(1) 求  $y$  关于  $x$  的经验回归方程;

(2) 该市航空公司预计 2024 年航班正点率为

84%, 利用 (1) 中的回归方程, 估算 2024 年

顾客对该市航空公司投诉的次数;

(3) 根据数据统计, 该市所有顾客选择乘坐该航空公司航班的概率为  $\frac{1}{2}$ , 现从该市所有顾客中随

机抽取 4 人, 记这 4 人中选择乘坐该航空公司航班的人数为 X, 求 X 的分布列和数学期望.

附: 经验回归直线  $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$  的斜率和截距的最小二乘法估计公式分别为:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}$$

数学试题 第 3 页 (共 4 页)



19. (本小题满分 12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且满足:  $a_1=1, na_{n+1}=2S_n+n (n \in \mathbb{N}^*)$ .

(1) 求证: 数列  $\left\{\frac{a_n+1}{n}\right\}$  为常数列;

(2) 设  $T_n = \frac{a_1}{3^{a_1}} + \frac{a_2}{3^{a_2}} + \frac{a_3}{3^{a_3}} + \dots + \frac{a_n}{3^{a_n}}$ , 求  $T_n$ .

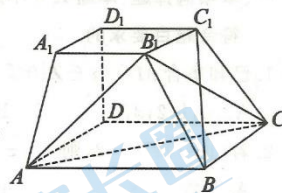
20. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱台  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中, 底面  $ABCD$  为平行四边形, 平面  $AB_1C \perp$  平面  $ABCD$ ,

$DD_1=DA=A_1B_1=\frac{1}{2}AB=2, \angle BAD=\frac{\pi}{3}$ .

(1) 证明:  $DD_1 \parallel$  平面  $AB_1C$ ;

(2) 若  $B_1A=B_1C$ , 求直线  $BC_1$  与平面  $AB_1C$  所成角的正弦值.



21. (本小题满分 12 分)

已知直线  $x+y+1=0$  与抛物线  $C: x^2=2py (p>0)$  相切于点  $A$ , 动直线  $l$  与抛物线  $C$  交于不同两点  $M, N (M, N$  异于点  $A)$ , 且以  $MN$  为直径的圆过点  $A$ .

(1) 求抛物线  $C$  的方程及点  $A$  的坐标;

(2) 当点  $A$  到直线  $l$  的距离最大时, 求直线  $l$  的方程.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = (x-3)e^x - \frac{e^a}{2}(x^2-4x)$ .

(1) 当  $a=1$  时, 求函数  $f(x)$  的单调区间;

(2) 当  $0 < a < 2$  时, 讨论函数  $f(x)$  的零点个数.

## 关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下子平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注齐鲁家长圈微信号：sdgkjzq。



微信搜一搜

齐鲁家长圈

打开“微信 / 发现 / 搜一搜”搜索