

1. C $B = \{x | x^2 - x - 6 \leq 0\} = \{x | -2 \leq x \leq 3\}$, 由集合的并集运算可知 C 选项符合题意.

2. A $\bar{z} = 1 - 2i, z - 1 = 2i,$

$$\text{所以 } \frac{\bar{z}}{z-1} = \frac{1-2i}{2i} = \frac{(1-2i)i}{-2} = -1 - \frac{1}{2}i.$$

【易错提醒】 $i^2 = -1.$

3. 【解题提示】在处理比较大小时, 可结合常见的比较大小的方法: 单调性、图象法、中间值等.

D $e^{0.2} > 1, 0 < 0.2^e < 0.2^2 = 0.04, 1 > \ln 2 > \ln \sqrt{e} = \frac{1}{2},$

故 $b < c < a.$

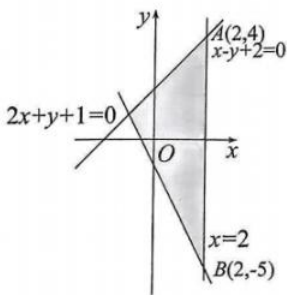
4. A $f'(x) = 2f'(0) + e^x,$ 所以 $f'(0) = 2f'(0) + e^0,$ 解得 $f'(0) = -1.$ 所以 $f(x) = -2x + e^x,$ 则 $f(2) = e^2 - 4.$

【易错提醒】 $f'(0)$ 是 $f(x)$ 在 0 处的导函数值, 是实数.

5. D $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = -1, a_4 = -2, a_5 = 1, a_6 = 2, \dots,$ 所以数列 $\{a_n\}$ 是周期为 4 的摆动数列, $2022 = 505 \times 4 + 2,$ 故 $S_{2022} = 505 \times 0 + 1 + 2 = 3.$

6. B 由题图可知, 该几何体分上、下两部分, 上面是棱长为 1 的正方体, 下面为长、宽、高分别为 2, 2, 1 的长方体, 表面积 $S = 2 \times (2 \times 2 + 1 \times 2 + 1 \times 2) + 1 \times 6 - 1 \times 2 = 20.$

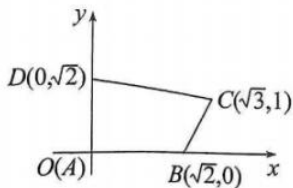
7. C 约束条件表示的区域如图所示,



$x^2 + (y+1)^2$ 表示区域内的点到 $(0, -1)$ 的距离的平方, 由图知点 A 到 $(0, -1)$ 的距离最大, 故 $(x^2 + (y+1)^2)_{\max} = 2^2 + (4+1)^2 = 29.$

8. A 由向量的意义可知 A 正确.

B 选项, 如图可知 B 错误.



C 选项, 可以是等腰梯形, 故错误.

D 选项, 可以是平行四边形, 故错误.

9. C 由已知, $(\sqrt{2}, 0)$ 到渐近线的距离为 1, 即 $\frac{b}{c} = \frac{1}{\sqrt{2}} =$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ 所以 } e = \sqrt{2}.$$

10. 【解题提示】注意不等式运用的三个条件“一正、二定、三相等”, 考查了不等式的变形运用, 考查较为综合.

B A 选项, $ab = 2a + b \geq 2\sqrt{2ab},$ 故 $ab \geq 8,$ 当且仅当 $a = 2, b = 4$ 时等号成立, 故 ab 的最小值为 8, A 错误;

B 选项, 原式化为 $(a-1)(b-2) = 2, b = \frac{2a}{a-1} > 0,$ 故 $a - 1 > 0; a = \frac{b}{b-2} > 0,$ 故 $b - 2 > 0,$ 所以 $\frac{1}{a-1} + \frac{2}{b-2} =$

$\frac{1}{a-1} + (a-1) \geq 2,$ 当且仅当 $a = 2, b = 4$ 时等号成立, B 正确;

C 选项, 原式化为 $\frac{2}{b} + \frac{1}{a} = 1,$ 故 $a + b = (a+b) \left(\frac{2}{b} + \frac{1}{a} \right) = 3 + \frac{2a}{b} + \frac{b}{a} \geq 3 + 2\sqrt{2},$ 当且仅当 $a = \sqrt{2} + 1, b = 2 + \sqrt{2}$ 时等号成立, C 错误;

D 选项, $a^2 - 2a + b^2 - 4b = (a-1)^2 + (b-2)^2 - 5 \geq 2(a-1)(b-2) - 5 = -1,$ 当且仅当 $a = 1 + \sqrt{2}, b = 2 + \sqrt{2}$ 时等号成立, 故有最小值 -1, D 错误.

11. D 过点 M 作 $MN \perp AC,$ 交 AC 于点 N, 连接 BM, BN. 则 $MN \perp$ 平面 ABC,

所以 $MN \perp BN,$ 又 $MN = AA_1 = \sqrt{3}, BM = \sqrt{BN^2 + MN^2},$ 所以当 BN 取最小值时, BM 最小, 当 $BN \perp AC$ 时, BN 最小, 此时 $BN = \sqrt{3},$

所以 BM 的最小值为 $\sqrt{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{6}.$

12. C 由题图得 $T=4\left(\frac{5\pi}{12}-\frac{\pi}{6}\right)=\pi$, 所以 $\omega=2$,

因为 $f\left(\frac{5\pi}{12}\right)=\sin\left(\frac{5\pi}{6}+\varphi\right)=1$, 所以 $\frac{5\pi}{6}+\varphi=2k\pi+$

$\frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}, \varphi=2k\pi-\frac{\pi}{3}, k \in \mathbf{Z}$,

因为 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$, 所以 $\varphi=-\frac{\pi}{3}$,

所以 $f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right), x \in \left[0, \frac{10\pi}{3}\right], 2x-\frac{\pi}{3} \in$

$\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{19\pi}{3}\right]$,

令 $\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$, 解得 x 有 7 个值, 故 $f(x)$ 的图

象与直线 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 在此区间上有 7 个交点.

13. 【解析】第一步: $b=1, a=2, n=2, |a^2-b^2|=3<10$, 执

行否; 第二步: $b=4, a=5, n=3, |a^2-b^2|=9<10$, 执

行否; 第三步: $b=10, a=11, n=4, |a^2-b^2|=21>10$,

执行是, 输出 4.

答案: 4

14. 【解题提示】运用等差数列的性质 $S_{2n-1}=(2n-1)a_n$.

【解析】由等差数列性质可知 $\frac{a_5}{T_9}=\frac{1}{9} \cdot \frac{S_9}{T_9}=\frac{4}{51}$.

答案: $\frac{4}{51}$

15. 【解析】设抽到的两位航天员用 (x, y) 表示, 则共有

$\{(聂, 刘), (聂, 汤), (刘, 汤), (翟, 王), (翟, 叶), (王,$

$叶), (聂, 翟), (聂, 王), (聂, 叶), (刘, 翟), (刘, 王),$

$(刘, 叶), (汤, 翟), (汤, 王), (汤, 叶)\}$ 15 种情况, 其中

是同一艘飞船的有 $\{(聂, 刘), (聂, 汤), (刘, 汤), (翟,$

$王), (翟, 叶), (王, 叶)\}$ 共 6 种情况, 故 $P=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$.

答案: $\frac{2}{5}$

16. 【解题提示】学会将方程有解问题转化为函数的交点

问题.

【解析】 $f'(x)=\ln x+1+2ax$, 由已知得 $f'(x)=3$ 有

解, 即 $\ln x+1+2ax=3$ 有解, 则 $2a=\frac{2-\ln x}{x}$, 令 $y=$

$\frac{2-\ln x}{x}, y'=\frac{\ln x-3}{x^2}$.

令 $y'=0$ 得 $x=e^3, y$ 有最小值 $-\frac{1}{e^3}$, 故 $2a \geq -\frac{1}{e^3}, a \geq$

$-\frac{1}{2e^3}$.

答案: $\left[-\frac{1}{2e^3}, +\infty\right)$

17. 【解析】(1) 由题图可知, x 与 y 满足回归直线方程 $\hat{y}=\hat{\beta}x+\hat{a}$, 得表:

| | | | | | |
|------------|------|------|------|------|------|
| 第 x 年 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 比重 $y(\%)$ | 20.5 | 22.1 | 23.3 | 24.3 | 25.5 |

..... 2 分

$\sum_{i=1}^5 x_i y_i = 359.3, \bar{x} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3,$

$\bar{y} = \frac{20.5+22.1+23.3+24.3+25.5}{5} = 23.14,$

..... 4 分

$\sum_{i=1}^5 x_i^2 = 1^2+2^2+3^2+4^2+5^2 = 55,$

所以 $\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i y_i - 5 \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^5 x_i^2 - 5 \bar{x}^2} = \frac{359.3 - 5 \times 3 \times 23.14}{55 - 5 \times 3^2} =$

1.22, 6 分

$\hat{a} = \bar{y} - \hat{\beta} \bar{x} = 23.14 - 1.22 \times 3 = 19.48,$

故回归直线方程为 $\hat{y} = 1.22x + 19.48$ 8 分

(2) 2030 年是第 14 年, 此时 $\hat{y} = 36.56$, 10 分

即 2030 年我国清洁能源消费量占能源消费总量的比重约为 36.56%, 故可判断有可能超过 30%.

..... 12 分

18.【解析】(1)由正弦定理可得： $a^2 - c^2 = ab - b^2$ ，... 2分

由余弦定理得： $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{1}{2}$ ，... 4分

因为 $C \in (0, \pi)$ ，所以 $C = \frac{\pi}{3}$ ；... 6分

(2) $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{\sqrt{3}}{4} ab = 2\sqrt{3}$ ，所以 $ab = 8$ ，

... 8分

由余弦定理， $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = (a+b)^2 - 3ab =$

$(a+b)^2 - 24 = 12$ ，所以 $a+b = 6$ ，... 10分

所以三角形的周长为 $a+b+c = 6 + 2\sqrt{3}$ 。... 12分

19.【解析】(1)因为 $BC \parallel AD$ ， $BC \not\subset$ 平面 PAD ， $AD \subset$ 平面 PAD ，所以 $BC \parallel$ 平面 PAD ，... 2分

又因为平面 $PAD \cap$ 平面 $PBC = l$ ，所以 $BC \parallel l$ 。

... 4分

(2)过点 E 作 CD 的垂线，垂足为 M ，

因为 $PD \perp$ 平面 $ABCD$ ，所以 $EM \perp$ 平面 BCD ，

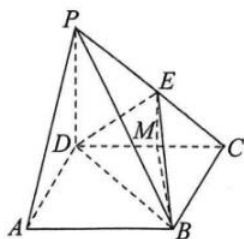
... 6分

若点 E 为 PC 中点，则点 M 为 CD 的中点，此时 $EM =$

$\frac{1}{2} PD = 1$ ， $BM \perp CD$ ， $BM = \sqrt{3}$ ，... 8分

所以直线 BE 与平面 BCD 的夹角为 $\angle EBM = \frac{\pi}{6}$ ，即

点 E 为 PC 中点时满足题意，... 10分



且点 B 到平面 PCD 的距离为 $BM = \sqrt{3}$ ，

故 $V_{P-BDE} = V_{B-PDE} = \frac{1}{3} \times 1 \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 。... 12分

20.【解题提示】(1)过某点作曲线的切线时要先设切点；

(2)先将方程的根与函数图象的交点情况转化，然后研究转化后的函数性质。

【解析】(1)函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$ ，设切点 $(x_0, ax_0 - \ln x_0)$ ，

$f'(x) = a - \frac{1}{x}$ ，则 $f'(x_0) = a - \frac{1}{x_0}$ ，... 1分

故切线方程为 $y - (ax_0 - \ln x_0) = \left(a - \frac{1}{x_0}\right)(x - x_0)$ ，

... 2分

由切线过原点知 $x_0 = e$ ，

所以所求切线方程为 $y = \left(a - \frac{1}{e}\right)x$ 。... 4分

(2)要证明 $a < 0$ 时， $f(x) + ax^2 = 0$ 只有一个实数根，

即证 $ax - \ln x + ax^2 = 0$ 只有一个实数根，只需证 $a(x^2 + x) = \ln x$ 只有一个实数根。... 6分

设 $g(x) = a(x^2 + x)$ ， $h(x) = \ln x$ ，在 $(0, +\infty)$ 上 $h(x)$ 单调递增，值域是 $(-\infty, +\infty)$ 。... 8分

因为 $a < 0$ ，所以 $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减，且值域是 $(-\infty, 0)$ 。... 10分

由此可知， $g(x)$ 和 $h(x)$ 的图象在 $(0, +\infty)$ 上有且只有一个公共点，

所以 $a(x^2 + x) = \ln x$ 只有一个实数根，

从而 $a < 0$ 时， $f(x) + ax^2 = 0$ 只有一个实数根。

... 12分

21.【解题提示】(1)点差法的应用；

(2)直线与圆锥曲线相交所构成三角形的面积，可采用面积分割法或者运用弦长与点到直线的距离求解。

【解析】(1)设交点坐标 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ， $x_1 + x_2 = 2\sqrt{3}$ ， $y_1 + y_2 = \sqrt{3}$ ，... 2分

$$\text{则} \begin{cases} \frac{x_1^2}{16} + \frac{y_1^2}{4} = 1, \\ \frac{x_2^2}{16} + \frac{y_2^2}{4} = 1, \end{cases}$$

两式相减得： $(x_1 + x_2)(x_1 - x_2) = -4(y_1 + y_2)(y_1 - y_2)$ ，

所以直线 l 的斜率 $k = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = -\frac{1}{4} \cdot \frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2} =$

$-\frac{1}{2}$ ，... 4分

故直线 l 的方程为 $x+2y-2\sqrt{3}=0$, 6分

(2) $F_1(-2\sqrt{3}, 0)$,

联立椭圆与直线方程 $\begin{cases} \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1, \\ x+2y-2\sqrt{3}=0, \end{cases}$ 得 $2y^2 -$

$2\sqrt{3}y - 1 = 0$, 8分

所以 $y_1 + y_2 = \sqrt{3}, y_1 y_2 = -\frac{1}{2}$,

所以 $|y_1 - y_2| = \sqrt{5}$, 10分

又因为直线过点 $F_2(2\sqrt{3}, 0)$,

所以 $S_{\Delta F_1 AB} = \frac{1}{2} |F_1 F_2| |y_1 - y_2| = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{15}$ 12分

22.【解析】(1) 消去参数得曲线的方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

..... 2分

直线 l 的极坐标方程为 $\rho \cos(\theta + \frac{\pi}{3}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$,

即 $\rho(\frac{1}{2} \cos \theta - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$,

根据 $\begin{cases} x = \rho \cos \theta \\ y = \rho \sin \theta \end{cases}$ 可知,

转换成直角坐标方程为 $x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} = 0$ 5分

(2) 设 A, B 两点的坐标为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$, 由题意可知直线过椭圆 C 的左焦点 $(-\sqrt{3}, 0)$,

联立 $\begin{cases} x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} = 0, \\ \frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \end{cases}$

得 $7y^2 - 6y - 1 = 0$, 7分

所以 $\begin{cases} y_1 + y_2 = \frac{6}{7}, \\ y_1 y_2 = -\frac{1}{7} \end{cases}$,

所以 $(y_1 - y_2)^2 = \frac{64}{49}, (x_1 - x_2)^2 = 3(y_1 - y_2)^2$,

所以 $|AB| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \frac{16}{7}$.

..... 10分

23.【解题提示】(1) 考查了在解绝对值不等式时分类讨论的思想;

(2) 考查了三角不等式 $|x| - |y| \leq |x - y| \leq |x| + |y|$.

【解析】(1) 当 $a=1, m=2$ 时, $f(x) = |2x-1| - |x+2| > 2$, 2分

① 当 $x < -2$ 时, $f(x) = 1 - 2x + (x+2) = -x + 3 > 2$, 解得 $x < 1$, 所以 $x < -2$;

② 当 $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 时, $f(x) = 1 - 2x - (x+2) > 2$, 解得 $x < -1$,

所以 $-2 \leq x < -1$;

③ 当 $x > \frac{1}{2}$ 时, $f(x) = 2x - 1 - (x+2) > 2$, 解得 $x > 5$, 所以 $x > 5$.

综上, $M = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 5\}$ 5分

(2) 当 $m=1$ 时, $f(x) = |x-1| - |x+2a^2|$,

对于任意实数 x , 不等式 $f(x) < -3a$ 恒成立,

即 $|x-1| - |x+2a^2| < -3a$ 恒成立, 7分

因为 $|x-1| - |x+2a^2| \leq |(x-1) - (x+2a^2)| = |2a^2 + 1|$, 所以 $|2a^2 + 1| < -3a$,

即 $2a^2 + 1 < -3a$,

解得 $-1 < a < -\frac{1}{2}$,

所以实数 a 的取值范围为 $(-1, -\frac{1}{2})$ 10分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。

