贵阳市 2023 年高三适应性考试（二）

文科数学

2023 年 5 月

注意事项：

1．本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分。答卷前，考生务必将自己的姓名、报名号、座位号填写在答题卡相应位置上。

2．回答第 I 卷时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。写在本试卷上无效。

3．回答第 II 卷时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

4．请保持答题卡平整，不能折叠。考试结束，监考员将试题卷、答题卡一并收回。

第 I 卷（选择题　共 60 分）

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $A=\{0,1,a^2\}$，$B=\{0,2-a\}$，$A\cup B=A$，则 a=（　　）

A．1 或-2　　B．-2　　C．-1 或 2　　D．2

2．已知命题 $p:\forall n\in N,2^n-2$ 不是素数，则 $\neg p$ 为（　　）

A．$\exists n\notin \mathbf{N},2^n-2$ 是素数　　B．$\forall n\in \mathbf{N},2^n-2$ 是素数

C．$\forall n\notin \mathbf{N},2^n-2$ 是素数　　D．$\exists n\in \mathbf{N},2^n-2$ 是素数

3．若 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} y\ge x, \\ x+y\le 1, \\ x\ge -1, \end{cases}$ 则 $z=x+2y$ 的最大值为（　　）

A．-3　　B．$\dfrac{3}{2}$　　C．2　　D．3

4．已知 $z_1=a+2\mathrm{i},z_2=2+b\mathrm{i},(a,b\in\mathbf{R})$，若 $(z_1+\overline{z_1})+(z_2\overline{z_2})\mathrm{i}=4+13\mathrm{i}$，则（　　）

A．a=2，b=3　　B．a=-2．b=-3　　C．a=2，b=±3　　D．a=-2，b=±3

5．已知 $\sin\theta-\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right)=\sqrt{2}$，则 $\tan\theta=$（　　）

A．$-\sqrt{2}$　　B．-1　　C．1　　D．$\sqrt{2}$

6．过 $A(0,1)$，$B(0,3)$ 两点，且与直线 $y=x-1$ 相切的圆的方程可以是（　　）

A．$(x+1)^2+(y-2)^2=2$　　B．$(x-2)^2+(y-2)^2=5$

C．$(x-1)^2+(y-2)^2=2$　D．$(x+2)^2+(y-2)^2=5$

7．已知 a，b 是不同的两条直线，α，β 是不同的两个平面，现有以下四个命题：

①$\left.\begin{matrix}a\perp\alpha\\ b\perp\alpha\end{matrix}\right\}\Rightarrow a/\!/b$；②$\left.\begin{matrix}a\perp\alpha\\ a\perp\beta\end{matrix}\right\}\Rightarrow \alpha/\!/\beta$；③$\left.\begin{matrix}b\perp a\\ b\perp\alpha\end{matrix}\right\}\Rightarrow a/\!/\alpha$；④$\left.\begin{matrix}b\perp\alpha\\ a/\!/\alpha\end{matrix}\right\}\Rightarrow a\perp b$.

其中，正确的个数有（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

8．已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\dfrac{n-2}{2n-17}$，前 n 项和为S_n，则S_n取最小值时 n 的值为（　　）

A．6　　B．7　　C．8　　D．9

9．已知$a=\dfrac{3}{4},b=\sqrt{e}-1,c=\ln\dfrac{3}{2}$，则（　　）

A．$c<b<a$　　B．$a<c<b$　　C．$b<c<a$　　D．$c<a<b$

10．已知函数$f(x)=\begin{cases}\cos\left(\dfrac{\pi x}{3a}\right),0<x<a,\\ \dfrac{1}{x},x\geq a,\end{cases}$在$(0,+\infty)$上是减函数，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．$(0,2]$　　B．$[2,+\infty)$　　C．$(0,1]$　　D．$[1,+\infty)$

11．古希腊数学家阿波罗尼斯采用平面切割圆锥面的方法来研究圆、锥曲线．如图 1，设圆锥轴截面的顶角为2α，用一个平面Γ去截该圆锥面，随着圆锥的轴和Γ所成角β的变化，截得的曲线的形状也不同，据研究，曲线的离心率为$e=\dfrac{\cos\beta}{\cos\alpha}$，比如，当$\alpha=\beta$时，$e$=1，此时截得的曲线是抛物线．如图 2，在底面半径为 2，高为．$\sqrt{5}$的圆锥 SO 中，AB，CD 是底面圆 O 上互相垂直的直径，E 是母线 SC 上一点，CE=2ES，平面 ABE 截该圆锥面所得的曲线的离心率为（　　）

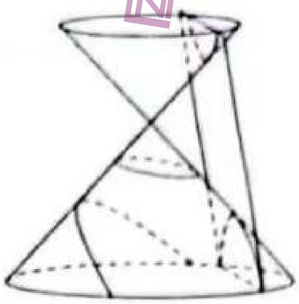


图 1

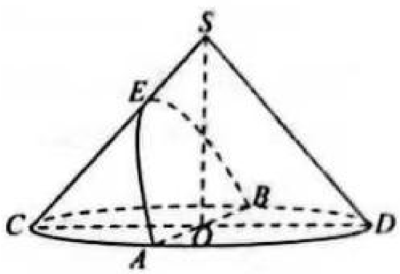


图 2

A．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　C．$\dfrac{\sqrt{15}}{3}$　　D．$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

12．设抛物线 C：$y^2=6x$ 的焦点为 F，过 F 的直线交 C 于 A，B 两点，分别以 A，B 为切点作 C 的切线l_1，l_2，若l_1与l_2交于点 P，且满足$|PF|=2\sqrt{3}$，则$|AB|=$（　　）

A．5　　　　　　　　B．6　　　　　　　　C．7　　　　　　　　D．8

第Ⅱ卷（非选择题　共 90 分）

本卷包括必考题和选考题两部分。第 13 题~第 21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分。

13．已知 $\vec{a}=(1,\lambda)$，$\vec{b}=(2,1)$，若 $\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)//\vec{b}$，则 $\lambda=$________.

14．已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=3$，且数列 $\{\log_3 a_n\}$ 是以-2 为公差的等差数列，则 $a_3=$________.

15．已知一个棱长为 2 的正方体，其所有棱的中点都在同一个球的球面上，则该球的表面积是________.

16．关于函数 $f(x)=(x-1)\left(e^{x-1}+ae^{1-x}\right)$ 有如下四个命题：

①若 a=1，则 $f(x)$ 的图象关于点 $(1,0)$ 对称；

②若 $f(x)$ 的图象关于直线 x=1 对称，则 a=-1；

③当 a=0 时，函数 $f(x)$ 的极值为 $-\dfrac{1}{e}$；

④当 a<0 时，函数 $f(x)$ 有两个零点.

其中所有真命题的序号是________.

三、解答题：第 17 至 21 题每题 12 分，第 22、23 题为选考题，各 10 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17．（本题满分 12 分）

已知 a，b，c 分别为 $\triangle ABC$ 三个内角 A，B，C 的对边，$A\neq\dfrac{\pi}{2}$，且 $a\cos C-\sqrt{3}a\sin C-b+\sqrt{3}c=0$.

（1）求 A；

（2）若 $b^2=a^2+ac$，求证：$\triangle ABC$ 是直角三角形.

18．（本题满分 12 分）

某学习 APP 的注册用户分散在 A，B，C 三个不同的学习群里，分别有 24000 人，24000 人，36000 人，该 APP 设置了一个名为“七人赛”的积分游戏，规则要求每局游戏从 A，B，C 三个学习群以分层抽样的方式，在线随机匹配学员共计 7 人参与游戏.

（1）每局“七人赛”游戏中，应从 A，B，C 三个学习群分别匹配多少人？

（2）设匹配的 7 名学员分别用：m_1，m_2，m_3，m_4，m_5，m_6，m_7 表示，现从中随机抽取出 2 名学员参与新的游戏.

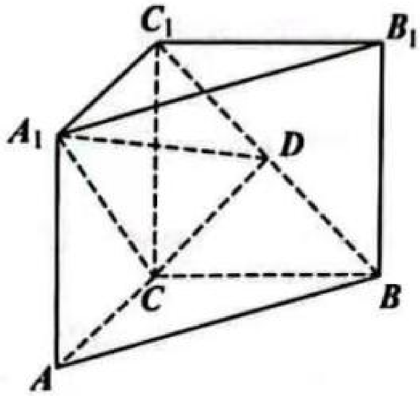
（ⅰ）试用所给字母列举出所有可能的抽取结果；

（ⅱ）设 M 为事件“抽取的 2 名学员不是来自同一个学习群”，求事件 M 发生的概率.

19．（本题满分 12 分）

如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\angle ACB$=90°，AC=4，$BC=CC_1=2$，D 是线段 BC_1

上的动点，$\lambda=\dfrac{BD}{BC_1}$.



（1）当 $\lambda=\dfrac{1}{2}$ 时，求证：$AB//$ 平面 A_1CD；

（2）当平面 $A_1CD\perp$ 平面 A_1C_1D 时，求三棱锥 $C-A_1C_1D$ 的体积.

20．（本题满分 12 分）

已知椭圆 $C_1:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 与椭圆 $C_2:\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$ 的离心率相等，C_1 的焦距是 $2\sqrt{2}$.

（1）求 C_1 的标准方程；

（2）P 为直线 l：x=4 上任意一点，是否在 x 轴上存在定点 T，使得直线 PT 与曲线 C_1 的交点 A，B 满足 $\dfrac{PA}{PB}=\dfrac{AT}{TB}$？若存在，求出点 T 的坐标．若不存在，请说明理由.

21．（本题满分 12 分）

已知函数 $f\left(x\right)=xe^x$，$g\left(x\right)=\ln x+ax+1$.

（1）若过点 $P\left(t,0\right)$ 作曲线 $y=f\left(x\right)$ 的切线有且仅有一条，求 t 的值；

（2）若 $f\left(x\right)\geq g\left(x\right)$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分。作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应题号的方框涂黑。

22．选修 4-4：坐标系与参数方程（本题满分 10 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=t+\dfrac{8}{t},\\ y=t-\dfrac{8}{t}\end{cases}$（1 为参数），点 $P\left(4,0\right)$，以 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=2\sqrt{3}\cos\theta$，射线 l 的极坐标方程为 $\theta=\dfrac{\pi}{6}\left(\rho\geq 0\right)$.

（1）写出曲线 C_1 的极坐标方程；

（2）若 l 与 C_1，C_2 分别交于 A，B（异于原点）两点，求$\triangle PAB$的面积.

23．选修 4-5：不等式选讲（本题满分 10 分）

已知 a，b，c 均为正数，且 $a^2+4b^2+4c^2=27$.

（1）证明：$a+2b+2c\le 9$；

（2）若 $b=c$，求 $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$ 的最小值.