南京市、盐城市2022届高三年级第一次模拟考试

数 学 试 题

(总分150分，考试时间120分钟)

注意事项：

1、本试卷考试时间为120分钟，试卷满分150分，考试形式闭卷.

2、本试卷中所有试题必须作答在答题卡上规定的位置，否则不给分.

3、答题前，务必将自己的姓名、准考证号用0.5毫米黑色墨水签字笔填写在试卷及答题卡上.

第Ⅰ卷（选择题　共60分）

一、单项选择题(本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1.已知集合 $M=\{y|y=\sin x,\ x\in R\}$，$N=\{y|y=2^x,\ x\in R\}$，则 $M\cap N=$

A. $[-1,+\infty)$　　B. $[-1,0)$　　C. $[0,1]$　　D. $(0,1]$

2.在等比数列 $\{a_n\}$ 中，公比为 q，已知 $a_1=1$，则 $0<q<1$ 是数列 $\{a_n\}$ 单调递减的_____条件.

A. 充分不必要　　B. 必要不充分　　C. 充要　　D. 既不充分又不必要

3.某中学高三（1）班有50名学生，在一次高三模拟考试中，经统计得：数学成绩 $X\sim N(110,100)$，则估计该班数学得分大于120分的学生人数为

（参考数据：$P(|X-\mu|<\sigma)\approx 0.68$，$P(|X-\mu|<2\sigma)\approx 0.95$）

A.16　　B.10　　C.8　　D.2

4.若 $f(\alpha)=\cos\alpha+i\sin\alpha$ （i 为虚数单位），则 $[f(\alpha)]^2=$

A. $f(\alpha)$　　B. $f(2\alpha)$　　C. $2f(\alpha)$　　D. $f(\alpha^2)$

5.已知直线 $\sqrt{2}x+y+a=0$ 与 $\odot C$：$x^2+(y-1)^2=4$ 相交于 A,B 两点，且 ΔABC 为等边三角形，则实数 $a=$

A. -4 或 2　　B. -2 或 4　　C. $-1\pm\sqrt{3}$　　D. $-1\pm\sqrt{6}$

6.在平面直角坐标系 xOy 中，设 $A(1,0),B(3,4)$，向量 $\overrightarrow{OC}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB},x+y=6$，则 $|\overrightarrow{AC}|$ 的最小值为

A. 1　　B. 2　　C. $\sqrt{5}$　　D. $2\sqrt{5}$

7.已知 $\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{4}(\alpha>0,\beta>0)$，则 $\tan\alpha+\tan\beta$ 的最小值为

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B. 1　　C. $-2-2\sqrt{2}$　　D. $-2+2\sqrt{2}$

8.已知 $f(x)=\begin{cases} e^{x-4},x\le 4 \\ (x-16)^2-143,x>4 \end{cases}$，则当 $x\ge 0$ 时，$f(2^x)$ 与 $f(x^2)$ 的大小关系是

A. $f(2^x)\le f(x^2)$　　B. $f(2^x)\ge f(x^2)$　　C. $f(2^x)=f(x^2)$　　D. 不确定

二、多项选择题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分)

9.若函数 $f(x)=\cos 2x+\sin x$，则关于 $f(x)$ 的性质说法正确的有

A.偶函数　　　　B.最小正周期为 π

C.既有最大值也有最小值　　　　D.有无数个零点

10.若椭圆 $C:\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(b>0)$ 的左右焦点分别为 F_1,F_2，则下列 b 的值，能使以 F_1F_2 为直径的圆与椭圆 C 有公共点的有

A.$b=\sqrt{2}$　　B.$b=\sqrt{3}$　　C.$b=2$　　D.$b=\sqrt{5}$

11.若数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=(-1)^{n-1}$，记在数列 $\{a_n\}$ 的前 $n+2(n\in N^*)$ 项中任取两项都是正数的概率为 P_n，则

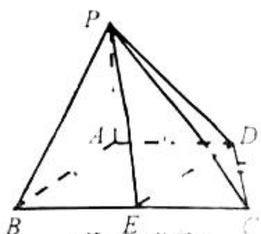
A.$P_1=\dfrac{1}{3}$

B.$P_{2n}<P_{2n+2}$

C.$P_{2n-1}<P_{2n}$

D.$P_{2n-1}+P_{2n}<P_{2n+1}+P_{2n+2}$

12.如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，已知 $PA\perp$ 底面 $ABCD$，底面 $ABCD$ 为等腰梯形，$AD//BC$，$AB=AD=CD=1$，$BC=PA=2$，记四棱锥 $P-ABCD$ 的外接球为球 O，平面 PAD 与平面 PBC 的交线为 l，BC 的中点为 E，则



(第 12 题图)

A.$l//BC$

B.$AB\perp PC$

C.平面 $PDE\perp$ 平面 PAD

D.l 被球 O 截得的弦长为 1

第 II 卷（非选择题　共 90 分）

三、填空题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分)

13.若 $f(x)=(x+3)^5+(x+m)^5$ 是奇函数，则 $m=$________.

14.在 ΔABC 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，若 $a=3b$，则 $\cos B$ 的最小值是________.

15.计算机是二十世纪最伟大的发明之一，被广泛地应用于人们的工作与生活之中，计算机在进行数的计算处理时，使用的是二进制．一个十进制数 $n(n\in N^*)$ 可以表示成二进制数 $(a_0a_1a_2\cdots a_k)_2$，$k\in N$，则 $n=a_0\cdot 2^k+a_1\cdot 2^{k-1}+a_2\cdot 2^{k-2}+\cdots+a_k\cdot 2^0$，其中 $a_0=1$，当 $i\geq 1$ 时 $a_i\in\{0,1\}$．若记 $a_0,a_1,a_2,\cdots,a_k$ 中 1 的个数为 $f(n)$，则满足 $k=6$，$f(n)=3$ 的 n 的个数为________.

16.已知：若函数 $f(x),g(x)$ 在 R 上可导，$f(x)=g(x)$，则 $f'(x)=g'(x)$．又英国数学家泰勒发现了一个恒等式 $e^{2x}=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n+\cdots$，则 $a_0=$____，$\sum\limits_{n=1}^{10}\dfrac{a_{n+1}}{na_n}=$______.

(第一空 2 分，第二空 3 分)

四、解答题(本大题共 6 小题，共 70 分．解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17.(本小题满分 10 分)

从①$\sin D=\sin A$；②$S_{\Delta ABC}=3S_{\Delta BCD}$；③$\overline{DB}\cdot\overline{DC}=-4$ 这三个条件中任选一个，补充在下面的问题中，并完成解答.

已知点 D 在 ΔABC 内，$\cos A>\cos D$，$AB=6$，$AC=BD=4$，$CD=2$，若____，求 ΔABC 的面积.

8

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

18.(本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=2n+4$，数列 $\{b_n\}$ 的首项为 $b_1=$ [illegible]

(1) 若 $\{b_n\}$ 是公差为 3 的等差数列，求证：$\{a_{b_n}\}$ 也是等差数列；

(2) 若 $\{a_{b_n}\}$ 是公比为 2 的等比数列，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

19.(本小题满分 12 分)

佩戴头盔是一项对家庭与社会负责的表现，某市对此不断进行安全教育．下表是该市某主干路口连续 4 年监控设备抓拍到的驾驶员不戴头盔的统计数据：

年度	2018	2019	2020	2021
年度序号 x	1	2	3	4
不戴头盔人数 y	1250	1050	1000	900

(1) 请利用所给数据求不戴头盔人数 y 与年度序号 x 之间的回归直线方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$，并估算该路口 2022 年不戴头盔的人数；

(2) 交警统计 2018~2021 年通过该路口的开电瓶车出事故的 50 人，分析不戴头盔行为与事故是否伤亡的关系，得到右表，能否有 95% 的把握认为不戴头盔行为与事故伤亡有关?

	不戴头盔	戴头盔
伤亡	7	3
不伤亡	13	27

参考公式：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$.

$P(K^2\geqslant k)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005
k	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879

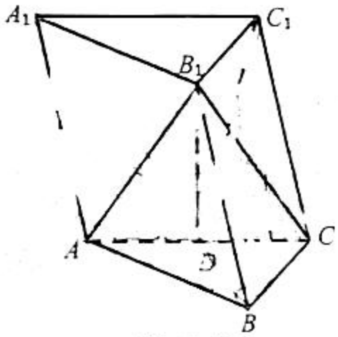
$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

20.(本小题满分 12 分)

在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1=13$，$AB=8$，$BC=6$，$AB\perp BC$，$AB_1=B_1C$，D 为 AC 中点，平面 $AB_1C\perp$ 平面 ABC.

(1) 求证：$B_1D\perp$ 平面 ABC；

(2) 求直线 C_1D 与平面 AB_1C 所成角的正弦值.



(第 20 题图)

21.(本小题满分 12 分)

设双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a,b>0)$ 的右顶点为 A，虚轴长为 $\sqrt{2}$，两准线间的距离为 $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.

(1) 求双曲线 C 的方程；

(2) 设动直线 l 与双曲线 C 交于 P,Q 两点，已知 $AP\perp AQ$，设点 A 到动直线 l 的距离为 d，求 d 的最大值.

22. (本小题满分 12 分)

设函数 $f(x)=-3\ln x+x^3+ax^2-2ax$，$a\in R$.

(1) 求函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程；

(2) 若 x_1,x_2 为函数 $f(x)$ 的两个不等于 1 的极值点，设 $P(x_1,f(x_1))$，$Q(x_2,f(x_2))$，记直线 PQ 的斜率为 k，求证：$k+2<x_1+x_2$.

盐城市、南京市2022届高三年级第一次模拟考试

数　学

2022.01

(总分150分，考试时间120分钟)

注意事项：

1．本试卷考试时间为120分钟，试卷满分150分，考试形式闭卷．

2．本试卷中所有试题必须作答在答题卡上规定的位置，否则不给分．

3．答题前，务必将自己的姓名、准考证号用0.5毫米黑色墨水签字笔填写在试卷及答题卡上．

第Ⅰ卷（选择题　共60分）

一、单项选择题(本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1．已知集合$M=\{y|y=\sin x，x\in \mathbf{R}\}$，$N=\{y|y=2^x，x\in \mathbf{R}\}$，则$M\cap N=$

A．$[-1，+\infty)$　　B．$[-1，0)$　　C．$[0，1]$　　D．$(0，1]$

【答案】 D

【解析】 $M=\{y|y\in[-1,1]\}=[-1,1]$，$N=\{y|y>0\}$，$M\cap N=\{y|0<y\leq 1\}=(0,1]$，选D.

2．在等比数列$\{a_n\}$中，公比为q，已知$a_1=1$，则$0<q<1$是数列$\{a_n\}$单调递减的_________条件

A．充分不必要　　B．必要不充分　　C．充要　　D．既不充分又不必要

【答案】 C

【解析】 $0<q<1$时，$a_{n+1}-a_n=a_1q^n-a_1q^{n-1}=a_1q^{n-1}(q-1)<0$，

$\therefore a_{n+1}<a_n$，即$\{a_n\}$是单调递减数列，充分.

若$\{a_n\}$是单调递减数列，则$a_{n+1}<a_n$，即$a_1q^n<a_1q^{n-1}$，

$\therefore q^{n-1}(q-1)<0$对$\forall n\in \mathbf{N}^*$都成立，$\therefore 0<q<1$，必要.

$\therefore$充分必要条件，选C.

3．某中学高三(1)班有50名学生，在一次高三模拟考试中，经统计得：数学成绩$X\sim N(110，100)$，

则估计该班数学得分大于 120 分的学生人数为

(参考数据：$P(|X-\mu|<\sigma)\approx0.68$，$P(|X-\mu|<2\sigma)\approx0.95$)

A．16　　B．10　　C．8　　D．2

【答案】C

【解析】$P(X>120)=P(X>\mu+\sigma)=\dfrac{1-P(|X-\mu|<\sigma)}{2}=0.16$

$50\times0.16=8$，选 C.

4．若 $f(\alpha)=\cos\alpha+i\sin\alpha$(i 为虚数单位)，则$[f(\alpha)]^2=$

A．$f(\alpha)$　　B．$f(2\alpha)$　　C．$2f(\alpha)$　　D．$f(\alpha^2)$

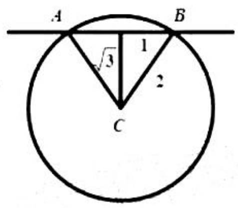
【答案】B

【解析】$[f(\alpha)]^2=\cos^2\alpha+2i\sin\alpha\cos\alpha-\sin^2\alpha=\cos2\alpha+i\sin2\alpha=f(2\alpha)$，选 B.

5．已知直线 $\sqrt{2}x+y+a=0$ 与⊙C：$x^2+(y-1)^2=4$ 相交于 A，B 两点，且△ABC 为等边三角形，则实数 $a=$

A．-4 或 2　　B．-2 或 4　　C．$-1\pm\sqrt{3}$　　D．$-1\pm\sqrt{6}$

【答案】A



【解析】$\because$△ABC为正三角形，$\therefore C$到$|AB|$的距离为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times2=\sqrt{3}$，

$\therefore\dfrac{|1+a|}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$，$\therefore a=2$或$-4$，选 A.

6．在平面直角坐标系 xOy 中，设 $A(1，0)$，$B(3，4)$，向量$\overrightarrow{OC}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$，$x+y=6$，则$|\overrightarrow{AC}|$的最小值为

A．1　　B．2　　C．$\sqrt{5}$　　D．$2\sqrt{5}$

【答案】D

【解析】$\overrightarrow{OC}=(x+3y,4y)$，$\overrightarrow{AC}=(x+3y-1,4y)=(5+2y,4y)$

$|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{(5+2y)^2+16y^2}=\sqrt{20y^2+20y+25}$

$y=-\dfrac{1}{2}$时$|\overrightarrow{AC}|$取最小值$2\sqrt{5}$，选 D.

7．已知$\alpha+\beta=\frac{\pi}{4}(\alpha>0，\beta>0)$，则$\tan\alpha+\tan\beta$的最小值为

A．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B．1　　C．$-2-2\sqrt{2}$　　D．$-2+2\sqrt{2}$

【答案】D

【解析】$1=\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$

$1-\tan\alpha\tan\beta=\tan\alpha+\tan\beta$，

$\tan\alpha\tan\beta=1-(\tan\alpha+\tan\beta)\le\dfrac{(\tan\alpha+\tan\beta)^2}{4}$

$\therefore(\tan\alpha+\tan\beta)^2+4(\tan\alpha+\tan\beta)-4\ge0$，

$\therefore\tan\alpha+\tan\beta\ge2\sqrt{2}-2$，选 D.

8．已知$f(x)=\begin{cases}e^{x-4}，x\le4\\(x-16)^2-143，x>4\end{cases}$，则当$x\ge0$时，$f(2^x)$与$f(x^2)$的大小关系是

A．$f(2^x)\le f(x^2)$　　B．$f(2^x)\ge f(x^2)$　　C．$f(2^x)=f(x^2)$　　D．不确定

【答案】B

【解析】当$0\le x\le2$时，$2^x\ge x^2$，此时$2^x\le4$，$x^2\le4$，$f(x)$在$(-\infty,4)\nearrow$

$\therefore$此时$f(2^x)\ge f(x^2)$.

当$2<x<4$时，$2^x<x^2$，此时$4<2^x<16$，$4<x^2<16$，$f(x)$在$(4,16)\searrow$，

$\therefore f(2^x)>f(x^2)$.

当$x\ge4$时，$2^x\ge x^2$，此时$2^x>16$，$x^2>16$，$f(x)$在$(16,+\infty)\nearrow$，$f(2^x)\ge f(x^2)$

综上：$f(2^x)\ge f(x^2)$，选 B.

二、多项选择题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求的．全部选对的得 5 分，部分选对的得 3 分，有选错的得 0 分)

9. 若函数$f(x)=\cos2x+\sin x$，则关于$f(x)$的性质说法正确的有

A．偶函数　　B．最小正周期为π

C．既有最大值也有最小值　　D．有无数个零点

【答案】CD

【解析】$f(-x)=\cos(-2x)+\sin(-x)=\cos 2x-\sin x\neq f(x)$，

$\therefore f(x)$不是偶函数，A错.

$f(x+\pi)=\cos 2(x+\pi)+\sin(x+\pi)=\cos 2x-\sin x\neq f(x)$，

$\therefore f(x)$的最小正周期不是π，B错.

选CD.

10．若椭圆C：$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$的左右焦点分别为$F_1$，$F_2$，则下列$b$的值，能使以$F_1F_2$为直径的圆与椭圆$C$有公共点的有

A．$b=\sqrt{2}$　　B．$b=\sqrt{3}$　　C．$b=2$　　D．$b=\sqrt{5}$

【答案】ABC

【解析】以F_1F_2为直径的圆：$x^2+y^2=c^2$与椭圆有公共点，则$c^2\geq b^2$，

即$9-b^2\geq b^2$，$\therefore b^2\leq\frac{9}{2}$，即$b\leq\frac{3\sqrt{2}}{2}$，选ABC.

11．若数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=(-1)^{n-1}$，记在数列$\{a_n\}$的前$n+2(n\in\mathbf{N}^*)$项中任取两项都是正数的概率为P_n，则

A．$P_1=\frac{1}{3}$　　B．$P_{2n}<P_{2n+2}$　　C．$P_{2n-1}<P_{2n}$　　D．$P_{2n-1}+P_{2n}<P_{2n+1}+P_{2n+2}$

【答案】AB

【解析】$a_1=1$，$a_2=-1$，$a_3=1$，$P_1=\frac{1}{3}$，A对.

前$2n+2$项中有$n+1$个正数，$n+1$个负数.

$$P_{2n}=\frac{C_{n+1}^2}{C_{2n+2}^2}=\frac{(n+1)n}{(2n+2)(2n+1)}=\frac{n}{2(2n+1)}=\frac{n}{4n+2}$$

$$P_{2n+2}-P_{2n}=\frac{n+1}{4n+6}-\frac{n}{4n+2}=\frac{2}{(4n+6)(4n+2)}>0$$

$\therefore P_{2n+2} > P_{2n}$，B 对.

前 $2n+1$ 项中有 $n+1$ 个正数，n 个负数.

$$P_{2n+1} = \frac{C_{n+1}^2}{C_{2n+1}^2} = \frac{(n+1)n}{(2n+1)\cdot 2n} = \frac{n+1}{4n+2}$$

$\therefore P_{2n+1} > P_{2n}$，C 错.

$$P_{2n+1} + P_{2n+2} - (P_{2n+1} + P_{2n}) = P_{2n+2} - P_{2n} + P_{2n+1} - P_{2n-1}$$

$$= \frac{2}{(4n+6)(4n+2)} + \frac{n+2}{4n+6} - \frac{n+1}{4n+2} = \frac{2}{(4n+6)(4n+2)} + \frac{-2}{(4n+6)(4n+2)} = 0$$

$\therefore P_{2n+1} + P_{2n+2} = P_{2n+1} + P_{2n}$，D 错.

选 AB.

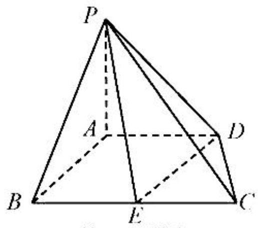
12．如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，已知 $PA\perp$ 底面 $ABCD$，底面 $ABCD$ 为等腰梯形，$AD/\!/BC$，$AB=AD=CD=1$，$BC=PA=2$，记四棱锥 $P-ABCD$ 的外接球为球 O，平面 PAD 与平面 PBC 的角线为 l，BC 的中点为 E，则

A．$l/\!/BC$

B．$AB\perp PC$

C．平面 $PDE\perp$ 平面 PAD

D．l 被球 O 截得的弦长为 1



(第 12 题图)

【答案】 ABD

【解析】法一： $BC/\!/AD$，$AD\subset$ 平面 PAD，$BC\not\subset$ 平面 PAD，$\therefore BC/\!/$ 平面 PAD，

$BC\subset$ 平面 PBC，平面 $PBC\cap$ 平面 $PAD=l$，$\therefore BC/\!/l$，A 对.

过 A、D 分别作 BC 的垂线，垂足分别为 M、N

$BM=CN=\dfrac{1}{2}$，$AM=DN=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\angle B=60^\circ$，

$\triangle ABC$ 中，$AC^2=1+4-2\times1\times2\times\dfrac{1}{2}=3$，$\therefore AC\perp AB$

高三数学试题第 5 页（共 18 页）

又$\because PA \perp$平面$ABCD$，$AB \subset$平面$ABCD$，$\therefore PA \perp AB$

$\therefore AB \perp$平面PAC，$PC \subset$平面PAC，$\therefore AB \perp PC$，B对.

取AD中点F，则$EF \perp AD$，$PA \perp$平面$ABCD$，$EF \subset$平面$ABCD$，

$\therefore PA \perp EF$，$\therefore EF \perp$平面PAD，$EF \not\subset$平面PDE，

$\therefore$平面PDE与平面PAD不垂直，C错.

法二：AB选项判断如法一；

以A为坐标原点，以AM、AD、AP分别为x,y,z轴建系，

则平面PAD的一个法向量$\overrightarrow{n_1}=(1,0,0)$

设平面PDE的法向量为$\overrightarrow{n_2}=(x,y,z)$，$P(0,0,2)$，$D(0,1,0)$，$E\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2},0\right)$

$$\begin{cases}\overrightarrow{n_2}\cdot\overrightarrow{PD}=0\\ \overrightarrow{n_2}\cdot\overrightarrow{PE}=0\end{cases}\therefore\begin{cases}y-2z=0\\ \frac{\sqrt{3}}{2}x-\frac{1}{2}y=0\end{cases}$$

不妨设$y=1$，则$x=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$z=\frac{1}{2}$，$\overrightarrow{n_2}=\left(\frac{\sqrt{3}}{3},1,\frac{1}{2}\right)$

$\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}\neq 0$，$\therefore$两平面不垂直，C错.

设l与球的两个交点为P、Q，即Q在球上，

四边形$PADQ$是一个平面，外接圆是以PD为直径的圆，$\therefore PG \perp QD$

$\therefore PADQ$为矩形，$\therefore PQ=1$，D对.

选ABD.

法三：对于A，$\because BC \parallel AD$，$\therefore BC \parallel$平面PAD，

$\because BC \subset$平面PBC，平面$PBC \cap$平面$PAD=l$，$\therefore BC \parallel l$，A正确.

对于B，$\because AB \subset$平面$ABCD$，PC是平面$ABCD$的一条斜线，

$\because PC$ 在平面 $ABCD$ 内的射影 $AC \perp AB$，
$\therefore$ 由三垂线定理知 $AB \perp PC$，B 正确.

对于 C，过 A 作 $AF \perp PD$，若平面 $PDE \perp$ 平面 PAD，

则 $AF \perp$ 平面 $PDE \Rightarrow AF \perp DE$，又 $\because DE \perp PA$，

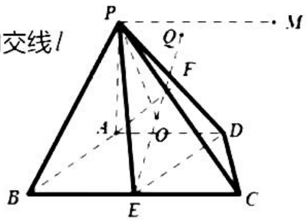
$\therefore DE \perp$ 平面 $PAD \Rightarrow DE \perp AD$，而 $\angle ADE = 60^\circ$，矛盾，故 C 错.

对于 D，底面四边形 E，过 E 作 $EQ \perp$ 平面 $ABCD$，

$\therefore$ 四棱锥 $P-ABCD$ 外接球球心 O 一定在 EQ 上，

设 $EO = x$，由 $OP = OB \Rightarrow (2-x)^2 + 1 = x^2 + 1 \Rightarrow x = 1$

过 P 作 $PM \parallel AD$，则易知 PM 为平面 PAD 与平面 PBC 的交线 l



O 到 PM 的距离 $d = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 1} = \frac{\sqrt{7}}{2}$，$R = \sqrt{2}$，

$\therefore l$ 被 O 截得的弦长为 $2\sqrt{R^2 - d^2} = 1$，D 正确，选 ABD.

第 II 卷（非选择题　共 90 分）

三、填空题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分)

13．若 $f(x)=(x+3)^5+(x+m)^5$ 是奇函数，则 $m=$________.

【答案】 -3

【解析】 $f(x)$ 为奇函数，$f(0) = 3^5 + m^5 = 0$，$m = -3$

$m = -3$ 时，$f(x) = 2(x^5 + 90x^3 + 5\times 3^4 x)$ 是奇函数，$\therefore m = -3$.

14．在△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，若 $a=3b$，则 $\cos B$ 的最小值是________.

【答案】 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

【解析】 $a = 3b$，$\sin A = 3\sin B$，$\sin(B+C) = 3\sin B$

$\sin B\cos C+\sin C\cos B=3\sin B$ ，$\tan B\cos C+\sin C=3\tan B$

$\therefore \tan B=\dfrac{\sin C}{3-\cos C}=x$ ，$\sin C=3x-x\cos C$

$x\cos C+\sin C=3x\le\sqrt{x^2+1}$ ，即$x^2\le\dfrac{1}{8}$

$\therefore \tan B\le\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$ ，$\therefore \cos B\ge\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

15．计算机是二十世纪最伟大的发明之一，被广泛地应用于人们的工作于生活之中，计算机在进行数的计算处理时，使用的是二进制．一个十进制数 $n(n\in\mathbf{N}^*)$可以表示成二进制数$(a_0a_1a_2\cdots a_k)_2$，$k\in\mathbf{N}$，则 $n=a_0\cdot2^k+a_1\cdot2^{k-1}+a_2\cdot2^{k-2}+\cdots+a_k\cdot2^0$，其中 $a_0=1$，当 $i\geqslant1$ 时，$a_i\in\{0，1\}$．若记 a_0，a_1，a_2，…，a_k 中 1 的个数为 $f(n)$，则满足 $k=6$，$f(n)=3$ 的 n 的个数为________．

【答案】15

【解析】法一：$a_0,a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,a_6$ 中1的个数为 3，

则a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,a_6 中1的个数为 2，$C_6^2=15$，$\therefore n$ 有 15 个.

法二：只需 $a_1,a_2,\cdots,a_6$ 中有两个 1 即可，$\therefore n$ 的个数为$C_6^2=15$.

16．已知：若函数 $f(x)$，$g(x)$在 $\mathbf{R}$ 上可导，$f(x)=g(x)$，则 $f'(x)=g'(x)$．又英国数学家泰勒发现了一个恒等式 $e^{2x}=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n+\cdots$，则 $a_0=$________，$\sum\limits_{n=1}^{10}\dfrac{a_{n+1}}{na_n}=$____________．(第一空 2 分，第二空 3 分)

【答案】1；$\dfrac{20}{11}$

【解析】法一：$x=0$时，$e^0=a_0$ ，即$a_0=1$ ，

$2e^{2x}=(e^{2x})'=a_1+2a_2x+\cdots+na_nx^{n-1}+\cdots2$

$x=0$时，$2=a_1$ ，即$a_1=2$

$4\mathrm{e}^{2x}=(2\mathrm{e}^{2x})'=2a_2+6a_3x+\cdots+(n-1)na_nx^{n-2}+\cdots$

$\therefore x=0$时，$4=2a_2$，即$a_2=2$

$8\mathrm{e}^{2x}=(4\mathrm{e}^{2x})'=6a_3+24a_4x+\cdots+(n-1)na_n(n-2)x^{n-3}+\cdots$

$\therefore x=0$时，$8=6a_3$，即$a_3=\dfrac{4}{3}$

$\therefore 16=24a_4$，即$a_4=\dfrac{2}{3}$

$2^5=32=5\times4\times3\times2\times1a_5$，$\therefore a_n=\dfrac{2^n}{n!}$

$$\frac{a_{n+1}}{na_n}=\frac{\dfrac{2^{n+1}}{(n+1)!}}{n\cdot\dfrac{2^n}{n!}}=\frac{\dfrac{2}{n+1}}{n}=\frac{2}{(n+1)n}=\frac{2}{n}-\frac{2}{n+1}$$

$$\sum_{n=1}^{10}\frac{a_{n+1}}{na_n}=2-\frac{2}{11}=\frac{20}{11}.$$

法二：$x=0\Rightarrow a_0=1$

$\mathrm{e}^{2x}=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n+\cdots$

$\therefore 2\mathrm{e}^{2x}=a_1+2a_2x+3a_3x^2+\cdots+na_nx^{n-1}+(n+1)a_{n+1}x^n+\cdots$

$\therefore 2a_n=(n+1)a_{n+1}\Rightarrow\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=\dfrac{2}{n+1}$

$$\therefore\sum_{n=1}^{10}\frac{a_{n+1}}{na_n}=\sum_{i=1}^{10}\frac{2}{n(n+1)}=\sum_{i=1}^{10}2\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)=2\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}\right)=\frac{20}{11},$$

故应填：1；$\dfrac{20}{11}$.

四、解答题(本大题共 6 小题，共 70 分．解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17．(本小题满分 10 分)

从①$\sin D=\sin A$；②$S_{\triangle ABC}=3S_{\triangle BCD}$；③$\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{DC}=-4$ 这三个条件中任选一个，补充在下面的问题中，并完成解答．

已知点 D 在$\triangle ABC$ 内，$\cos A>\cos D$，$AB=6$，$AC=BD=4$，$CD=2$，若______，求$\triangle ABC$ 的面积．

注：选择多个条件分别解答，按第一个解答计分．

【解析】

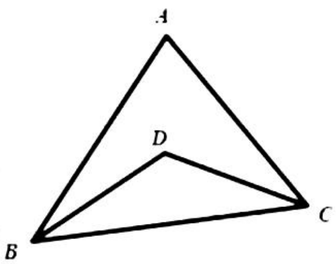
选①．

$\because \sin D=\sin A$，而 D 在$\triangle ABC$ 内，$\therefore D>A$，而 $\cos A>\cos D$，$D=\pi-A$

$\therefore A$ 为锐角，D 为钝角，在$\triangle ABC$ 和$\triangle BCD$ 中分别由余弦定理

$\Rightarrow BC^2=6^2+4^2-2\times6\times4\cos A=16+4-2\times4\times2\cos(\pi-A)$

$\Rightarrow \cos A=\dfrac{1}{2}$，$\therefore A=\dfrac{\pi}{3}$，



$\therefore S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}\times6\times4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$．

若选②，

由 $S_{\triangle ABC}=3S_{\triangle BCD}\Rightarrow\dfrac{1}{2}\times6\times4\sin A=3\times\dfrac{1}{2}\times4\times2\sin D$

$\Rightarrow \sin A=\sin D$，以下同①．

若选③，$\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{DC}=-4\Rightarrow4\times2\cos D=-4\Rightarrow\cos D=-\dfrac{1}{2}$，$D=\dfrac{2\pi}{3}$

$\therefore BC=\sqrt{16+4-2\times4\times2\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)}=2\sqrt{7}$

在$\triangle ABC$ 中，由余弦定理$\Rightarrow \cos A=\dfrac{36+16-28}{2\times6\times4}=\dfrac{1}{2}$，$A=\dfrac{\pi}{3}$

$\therefore S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}\times6\times4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$．

18．(本小题满分 12 分)

已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=2n+4$，数列$\{b_n\}$的首项为$b_1=2$.

(1)若$\{b_n\}$是公差为 3 的等差数列，求证：$\{a_n\}$也是等差数列；

(2)若$\{a_{b_n}\}$是公比为 2 的等比数列，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和.

【解析】

（1）$b_n=2+3(n-1)=3n-1$，$\therefore a_{b_n}=2b_n+4=2(3n-1)+4=6n+2$

$\therefore a_{b_{n+1}}-a_{b_n}=6(n+1)+2-(6n+2)=6$ 为常数，故$\{a_{b_n}\}$也是等差数列.

（2）由题意知$a_{b_n}=a_{b_1}\cdot 2^{n-1}=8\cdot 2^{n-1}=2^{n+2}$

$\therefore 2b_n+4=2^{n+2}$，$\therefore b_n=2^{n+1}-2$，

$\therefore \{b_n\}$的前 n 项和为$\dfrac{4(1-2^n)}{1-2}-2n=2^{n+2}-2n-4$.

19．(本小题满分 12 分)

佩戴头盔是一项对家庭与社会负责的表现，某市对此不断进行安全教育．下表是该市某主干路口连续 4 年监控设备抓拍到的驾驶员不戴头盔的统计数据：

年度	2018	2019	2020	2021
年度序号 x	1	2	3	4
不戴头盔人数 y	1250	1050	1000	900

(1)请利用所给数据求不戴头盔人数 y 与年度序号 x 之间的回归直线方程$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$，并估算该路口 2022 年不戴头盔的人数；

(2)交警统计 2018~2021 年通过该路口的开电瓶车出事故的 50 人，分析不戴头盔行为与事故是否伤亡的关系，得到右表，能否有 95%的把握认为不戴头盔行为与事故伤亡有关?

	不戴头盔	戴头盔
伤亡	7	3
不伤亡	13	27

参考公式：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$.

$P(K^2\geqslant k)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

【解析】

（1）$\bar{x}=\dfrac{1+2+3+4}{4}=\dfrac{5}{2}$，$\bar{y}=\dfrac{1250+1050+1000+900}{4}=1050$

$$\sum_{i=1}^{4}x_iy_i=1250+2\times1050+3\times1000+4\times900=9950$$

$$\sum_{i=1}^{4}x_i^2=1+4+9+16=30\ ,$$

$$\therefore \hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{4}x_iy_i-4\overline{x}\overline{y}}{\sum_{i=1}^{4}x_i^2-4\overline{x}^2}=\frac{9950-4\times\frac{5}{2}\times1050}{30-4\times\frac{25}{4}}=-110$$

$\because \hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 必过样本中心 $\left(\dfrac{5}{2},1050\right)$

$\therefore \hat{a}=1050+110\times\dfrac{5}{2}=1325$，$\therefore$ 回归直线方程为 $\hat{y}=-110x+1325$

$\therefore$ 2022 年不带头盔的人数为：$y=-110\times5+1325=775$ 人.

（2）2×2 列联表如下：

	不戴头盔	戴头盔	总计
伤亡	7	3	10
不伤亡	13	27	40
总计	20	30	50

$$\therefore K^2=\frac{50\times(7\times27-3\times13)^2}{10\times40\times20\times30}\approx4.688>3.841$$

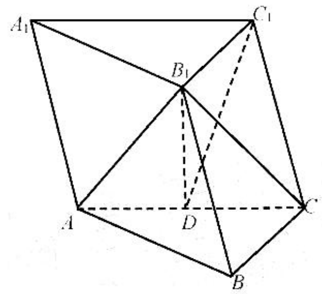
$\therefore$ 有 95% 的把握认为不带头盔行为与事故伤亡有关

20．（本小题满分 12 分）

在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1=13$，$AB=8$，$BC=6$，$AB\perp BC$，$AB_1=B_1C$，D 为 AC 中点，平面 $AB_1C\perp$ 平面 ABC.

(1)求证：$B_1D\perp$ 平面 ABC；

(2)求直线 C_1D 与平面 A_1BC 所成角的正弦值.



（第 20 题图）

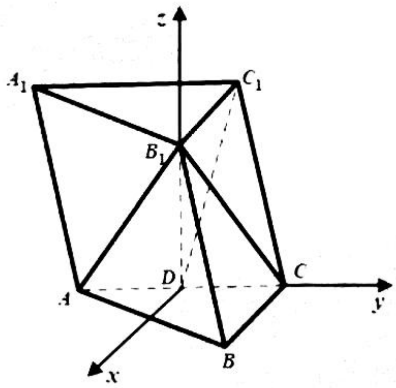
【解析】

（1）证明：$\because AB_1=B_1C$，D为AC的中点，$\therefore B_1D\perp AC$，

又$\because$平面$AB_1C\perp$平面ABC，平面$AB_1C\cap$平面$ABC=AC$，$B_1D\subset$平面AB_1C

$B_1D\perp AC$，$\therefore B_1D\perp$平面ABC.

（2）如图建立空间直角坐标系，由$AB=8$，$BC=6$，$AB\perp BC\Rightarrow AC=10$



$\therefore AD=5$，$\because AA_1=BB_1=13$，$\therefore B_1D=12$，$\therefore B_1(0,0,12)$

$D(0,0,0)$，$B\left(\dfrac{24}{5},\dfrac{7}{5},0\right)$，$C(0,5,0)$，由$\overrightarrow{B_1C_1}=\overrightarrow{BC}\Rightarrow C_1\left(-\dfrac{24}{5},\dfrac{18}{5},12\right)$

$\therefore \overrightarrow{C_1D}=\left(\dfrac{24}{5},-\dfrac{18}{5},-12\right)$，设平面$AB_1C$的一个法向量为$\vec{n}$，$\therefore \vec{n}=(1,0,0)$

高三数学试题第 13页（共 18 页）

设C_1D与平面ABC所成角为θ，$\overrightarrow{C_1D}$与$\vec{n}$所成角为φ，

$$\therefore \sin\theta=|\cos\varphi|=\left|\frac{\overrightarrow{C_1D}\cdot\vec{n}}{|\overrightarrow{C_1D}||\vec{n}|}\right|=\frac{\frac{24}{5}}{6\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{25}$$

21．(本小题满分 12 分)

(1)设双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a，b>0)$的右顶点为$A$，虚轴长为$\sqrt{2}$，两准线间的距离为$\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

(1)求双曲线 C 的方程；

(2)设动直线 l 与双曲线 C 交于 P、Q 两点，已知 $AP\perp AQ$，设点 A 到动直线 l 的距离为 d，求 d 的最大值.

【解析】

【解析】法一：

（1）由题意知$\begin{cases} b=\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{2a^2}{c}=\frac{2\sqrt{6}}{3} \\ a^2+b^2=c^2 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} a^2=1 \\ b^2=\frac{1}{2} \end{cases}$

$\therefore$双曲线 C的方程为$x^2-2y^2=1$.

（2）当直线l斜率存在时，设直线l方程为$y=kx+m$，$P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$，$A(1,0)$

$\begin{cases} y=kx+m \\ x^2-2y^2=1 \end{cases}\Rightarrow(1-2k^2)x^2-4kmx-2m^2-1=0$，$1-2k^2\neq0$，$\Delta>0$，

$$\begin{cases} x_1+x_2=\frac{4km}{1-2k^2} \\ x_1x_2=\frac{-2m^2-1}{1-2k^2} \end{cases}$$

$\because AP\perp AQ$，$\therefore\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AQ}=0\Rightarrow(x_1-1,y_1)\cdot(x_2-1,y_2)=0$

$(x_1-1)(x_2-1)+y_1y_2=0\Rightarrow x_1x_2-(x_1+x_2)+1+(kx_1+m)(kx_2+m)=0$

$\therefore (1+k^2)x_1x_2+(km-1)(x_1+x_2)+m^2+1=0$

$\therefore (1+k^2)\cdot\dfrac{-2m^2-1}{1-2k^2}+(km-1)\cdot\dfrac{4km}{1-2k^2}+m^2+1=0$

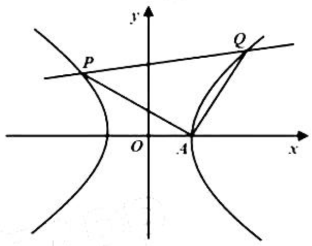
$-2m^2-1-2k^2m^2-k^2+4k^2m^2-4km+m^2+1-2k^2m^2-2k^2=0$

$\therefore 3k^2+m^2+4km=0 \Rightarrow (3k+m)(k+m)=0$

$\therefore m=-k$ 或 $m=-3k$ ，当 $m=-k$ 时，直线 PQ 恒过 $A(1,0)$ ，舍去

$\therefore m=-3k$ ，此时直线 l 方程为： $y=k(x-3)$ 恒过 $M(3,0)$

②当 l 斜率不存在时，设 $P(x_0,y_0),Q(x_0,-y_0)$ ，此时 $\overrightarrow{AP}=(x_0-1,y_0)$ ， $\overrightarrow{AQ}=(x_0-1,-y_0)$



$(x_0-1)^2-y_0^2=0 \Rightarrow 2(x_0-1)^2-x_0^2+1=0 \Rightarrow x_0=1$ 或 3

当 $x_0=1$ 时， $P、Q$ 重合于 A 点，舍去， $\therefore x_0=3$

$\therefore$ 直线 l 恒过 $M(3,0)$ ， $\therefore d$ 的最大值为 $AM=2$.

法二：

（1）依题意有 $b=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ， $\dfrac{2a^2}{c}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$ ，解得 $a^2=1$ ，

所以双曲线 C 的方程为 $x^2-2y^2=1$ ；

（2）由（1）可知 $A(1,0)$ ，依题意可知 $k_{AP}\cdot k_{AQ}=-1$ ，

设 $P(x_1,y_1)$ ， $Q(x_2,y_2)$ ，

则有 $k_{AP}=\dfrac{y_1}{x_1-1}=\dfrac{x_1+1}{2y_1}$ ， $k_{AQ}=\dfrac{y_2}{x_2-1}=\dfrac{x_2+1}{2y_2}$ ，

所以$\frac{y_1}{x_1-1}\cdot\frac{x_2+1}{2y_2}=-1$，$\frac{x_1+1}{2y_1}\cdot\frac{y_2}{x_2-1}=-1$，

化简得$x_2y_1+2x_1y_2=2y_2-y_1$，$x_1y_2+2x_2y_1=2y_1-y_2$，

作差得$x_2y_1-x_1y_2=3(y_1-y_2)$，

又PQ方程为$(x_2-x_1)y=(y_2-y_1)x+x_2y_1-x_1y_2$，

所以可知PQ过定点$M(3,0)$，

则有$d\le AM=2$，即d的最大值为2.

22．(本小题满分12分)

设函数$f(x)=-3\ln x+x^3+ax^2-2ax$，$a\in\mathbf{R}$.

(1)求函数$f(x)$在$x=1$处的切线方程；

(2)若x_1，x_2为函数$f(x)$的两个不等于1的极值点，设$P(x_1，f(x_1))$，$Q(x_2，f(x_2))$，记直线PQ的斜率为k，求证：$k+2<x_1+x_2$.

【解析】法一：

（1）$f'(x)=-\frac{3}{x}+3x^2+2ax-2a$，切点$(1,1-a)$，

切线斜率$k=f'(1)=0$，切线方程为$y=1-a$.

（2）$f'(x)=\frac{3x^3-3+2ax(x-1)}{x}=\frac{3(x-1)(x^2+x+1)+2ax(x-1)}{x}$

$=\frac{(x-1)\left[3x^2+(3+2a)x+3\right]}{x}$

$\because x_1、x_2$为函数$f(x)$的两个不等于1的极值点，

$\therefore 3x^2+(3+2a)x+3=0$在$(0,+\infty)$上有两个不等于1的正根，

$\therefore\begin{cases}\Delta=(3+2a)^2-36>0\\ x_1+x_2=-\frac{3+2a}{3}>0\\ x_1x_2=1\end{cases}\Rightarrow a<-\frac{9}{2}$，不妨设$x_1<x_2$，$\therefore 0<x_1<1<x_2$

$$k=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}=\frac{-3\ln x_2+x_2^3+ax_2^2-2ax_2+3\ln x_1-x_1^3-ax_1^2+2ax_1}{x_2-x_1}$$

$$=\frac{-3\ln\frac{x_2}{x_1}+(x_2-x_1)(x_2^2+x_1x_2+x_1^2)+a(x_2+x_1)(x_2-x_1)-2a(x_2-x_1)}{x_2-x_1}$$

$$=\frac{-3\ln\frac{x_2}{x_1}}{x_2-x_1}+(x_1+x_2)^2-x_1x_2+a(x_2+x_1)-2a$$

$$=\frac{-3\ln\frac{x_2}{x_1}}{x_2-x_1}+(x_1+x_2)^2-1-\frac{3}{2}(x_1+x_2)^2-\frac{3}{2}(x_1+x_2)+3(x_1+x_2)+3$$

$$=\frac{-3\ln\frac{x_2}{x_1}}{x_2-x_1}-\frac{1}{2}(x_1+x_2)^2+\frac{3}{2}(x_1+x_2)+2$$

$\Leftrightarrow$ 证明：$\dfrac{-3\ln\frac{x_2}{x_1}}{x_2-x_1}-\dfrac{1}{2}(x_1+x_2)^2+\dfrac{1}{2}(x_1+x_2)+4<0$

而显然 $\dfrac{\ln x_2-\ln x_1}{x_2-x_1}>\dfrac{2}{x_1+x_2}$，$\therefore \dfrac{-3(\ln x_2-\ln x_1)}{x_2-x_1}<\dfrac{-6}{x_1+x_2}$

下只需证 $\dfrac{-6}{x_1+x_2}-\dfrac{1}{2}(x_1+x_2)^2+\dfrac{1}{2}(x_1+x_2)+4<0$

令 $x_1+x_2=t, t>2$，$\therefore \Leftrightarrow$ 证 $\dfrac{-6}{t}-\dfrac{1}{2}t^2+\dfrac{1}{2}t+4<0$

即证：$-t^3+t^2+8t-12<0$，令 $g(t)=-t^3+t^2+8t-12$，

$g'(t)=-3t^2+2t+8=-(3t+4)(t-2)<0$，$\therefore g(t)$ 在 $(2,+\infty)$ 上↘，$\therefore g(t)<g(2)=0$，

证毕！

法二：（1）由 $f'(x)=-\frac{3}{x}+3x^2+2ax-2a$ ，有 $f'(1)=0$ ，

所以 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程为 $y=1-a$ ；

（2）由 $f'(x)=\frac{(x-1)[3x^2+(3+2a)x+3]}{x}$ ，

所以 x_1 ，x_2 为方程 $3x^2+(3+2a)x+3=0$ 的两根，

则有 $x_1x_2=1$ ，$x_1+x_2=-\frac{3+2a}{3}$ ，

又有 $k=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}=\frac{3(\ln x_1-\ln x_2)}{x_2-x_1}+a(x_2+x_1)-2a+x_1^2+x_2^2+x_1x_2$

$=\frac{3(\ln x_1-\ln x_2)}{x_2-x_1}-\frac{3}{2}(x_1+x_2)^2+\frac{3}{2}(x_1+x_2)+x_2^2+x_1^2+x_1x_2+3$

记 $t=x_1+x_2$ ，即证 $\frac{3(\ln x_1-\ln x_2)}{x_2-x_1}-\frac{1}{2}t^2+\frac{3}{2}t+4<t$ ，

由 ALG 不等式有 $\frac{3(\ln x_1-\ln x_2)}{x_2-x_1}<-\frac{6}{t}$ ，

所以只需证 $\frac{1}{2}t^2+\frac{6}{t}-\frac{t}{2}-4>0$ ，即证 $\frac{(t-2)^2(t+3)}{2t}>0$ ，成立，

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。