南京市2022届高三年级第二次(5月)模拟考试

数　学

2022.05

注意事项:

1. 本试卷考试时间为120分钟,试卷满分150分,考试形式闭卷.
2. 本试卷中所有试题必须作答在答题卡上规定的位置,否则不给分.
3. 答题前,务必将自己的姓名、准考证号用0.5毫米黑色墨水签字笔填写在试卷及答题卡上.

第Ⅰ卷(选择题　共60分)

一、单项选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知R是实数集,集合$A=\{x\in Z\,|\,|x|\leqslant 1\}$,$B=\{x\,|\,2x-1\geqslant 0\}$,则$A\cap(\complement_R B)=$

A. $\{-1,0\}$　　B. $\{0,1\}$　　C. $\{-1,0,1\}$　　D. $\varnothing$

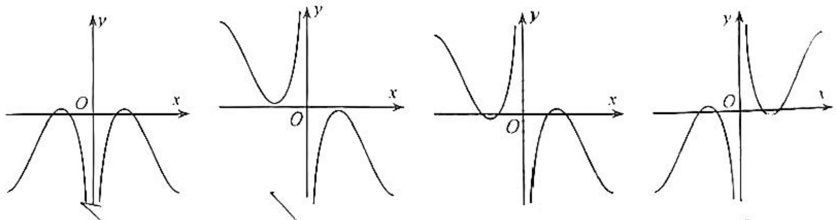
2. 已知i为虚数单位,复数z满足$z(1-i)=4-3i$,则$|z|=$

A. $\frac{5}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$　　D. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

3. 为庆祝中国共青团成立100周年,某校计划举行庆祝活动,共有4个节目,要求A节目不排在第一个,则节目安排的方法数为

A. 9　　B. 18　　C. 24　　D. 27

4. 函数$f(x)=(x-\frac{1}{x})\cos x$的部分图象大致是



A　　B　　C　　D

5. 我们知道,任何一个正整数N可以表示成$N=a\times 10^n(1\leqslant a<10,n\in Z)$,此时$\lg N=n+\lg a$ $(0\leqslant \lg a<1)$.当$n\geqslant 0$时,N是一个$n+1$位数.已知$\lg 5\approx 0.69897$,则5^{100}是____位数.

A. 71　　B. 70　　C. 69　　D. 68

6. 在$(1+x)^4(1+2y)^a(a\in N)$的展开式中，记$x^m y^n$项的系数为$f(m,n)$. 若$f(0,1)+f(1,0)=8$,则a的值为

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

7. 已知函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2})$的图象与$y$轴的交点为$M(0,1)$,与$x$轴正半轴最靠近$y$轴的交点为$N(3,0)$,$y$轴右侧的第一个最高点与第一个最低点分别为$B$,$C$.若$\triangle OBC$的面积为$3\sqrt{2}$(其中$O$为坐标原点),则函数$f(x)$的最小正周期为

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

8. 已知函数$f(x)=\begin{cases}x^2, x\geqslant 0,\\ -x^2, x<0.\end{cases}$ 若$\forall x\geqslant 1$,$f(x+2m)+mf(x)>0$,则实数m的取值范围是

A. $(-1,+\infty)$　　B. $(-\frac{1}{4},+\infty)$　　C. $(0,+\infty)$　　D. $(-\frac{1}{2},1)$

二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.

9. 设$P=a+\frac{2}{a}$,$a\in R$,则下列说法正确的是

A. $P\geqslant 2\sqrt{2}$

B. "$a>1$"是"$P\geqslant 2\sqrt{2}$"的充分不必要条件

C. "$P>3$"是"$a>2$"的必要不充分条件

D. $\exists a\in(3,+\infty)$,使得$P<3$

10. 在平面直角坐标系xOy中，已知圆C: $x^2+y^2-2ax-6y+a^2=0(a\in R)$,则下列说法正确的是

A. 若$a\neq 0$,则点O在圆C外

B. 圆C与x轴相切

C. 若圆C截y轴所得弦长为$4\sqrt{2}$,则$a=1$

D. 点O到圆C上一点的最大距离和最小距离的乘积为a^2

11. 连续抛掷一枚质地均匀的硬币3次，每次结果要么正面向上，要么反面向上，且两种结果等可能. 记事件A表示"3次结果中有正面向上，也有反面向上"，事件B表示"3次结果中最多一次正面向上"，事件C表示"3次结果中没有正面向上"，则

A. 事件B与事件C互斥　　B. $P(A)=\frac{3}{4}$

C. 事件A与事件B独立　　D. 记C的对立事件为$\overline{C}$,则$P(B|\overline{C})=\frac{3}{7}$

12. 在一个圆锥中，D 为圆锥的顶点，O 为圆锥底面圆的圆心，P 为线段 DO 的中点，AE 为底面圆的直径，$\triangle ABC$ 是底面圆的内接正三角形，$AB=AD=\sqrt{3}$，则下列说法正确的是

A. $BE\parallel$平面 PAC

B. $PA\perp$平面 PBC

C. 在圆锥侧面上，点 A 到 DB 中点的最短距离为 $\frac{3}{2}$

D. 记直线 DO 与过点 P 的平面 α 所成的角为 θ，当 $\cos\theta\in(0,\frac{\sqrt{3}}{3})$ 时，平面 α 与圆锥侧面的交线为椭圆

第Ⅱ卷（非选择题　共90分）

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 在平面直角坐标系 xOy 中，P 是直线 $3x+2y+1=0$ 上任意一点，则向量$\overrightarrow{OP}$与向量$\boldsymbol{n}=(3,2)$的数量积为________.

14. 写出一个同时具有下列性质(1)(2)(3)的数列$\{a_n\}$的通项公式：$a_n=$________.

(1)数列$\{a_n\}$是无穷等比数列；(2)数列$\{a_n\}$不单调；(3)数列$\{|a_n|\}$单调递减.

15. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知椭圆C_1与双曲线C_2共焦点，双曲线C_2实轴的两顶点将椭圆C_1的长轴三等分，两曲线的交点与两焦点共圆，则双曲线C_2的离心率为________

16. 19世纪，美国天文学家西蒙·纽康在翻阅对数表时，偶然发现表中以1开头的数出现的频率更高. 约半个世纪后，物理学家本福特又重新发现这个现象，从实际生活得出的大量数据中，以1开头的数出现的频率约为总数的三成，接近期望值$\frac{1}{9}$的3倍，并提出本福特定律，即在大量b进制随机数据中，以n开头的数出现的概率为$P_b(n)=\log_b(\frac{n+1}{n})$，如斐波那契数、阶乘数、素数等都比较符合该定律. 后来常有数学爱好者用此定律来检验某些经济数据、选举数据等大数据的真实性. 根据本福特定律，在某项大量经济数据（十进制）中，以6开头的数出现的概率为________；若$\sum\limits_{n=k}^{9}P_{10}(n)=P_{10}(1)$，$k\in\mathbf{N}^*$，$k\leqslant 9$，则$k$的值为________

四、解答题：本题共6小题，共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分10分）

在$\triangle ABC$中，记角A,B,C所对的边分别为a,b,c，已知$\sqrt{3}a\sin C=c\cos A+c$.

(1)求A；

(2)若$a=\sqrt{7}b$，$\overrightarrow{AD}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}$，求$\sin\angle ADC$.

18.（本小题满分 12 分）

已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$a_2=2$.

从下面①②③中选取两个作为条件，剩下一个作为结论. 如果该命题为真，请给出证明；如果该命题为假，请说明理由.

①$a_3=3a_1$；　　②$\{\frac{S_n}{n}\}$为等差数列；　　③$a_{n+2}-a_n=2$.

注：若选择不同的组合分别解答，则按第一个解答计分.

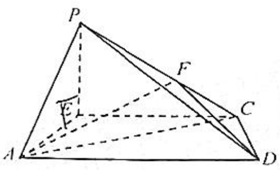
19.（本小题满分 12 分）

如图 1，在平行四边形$ABCD$中，$AB=2$，$AD=3\sqrt{3}$，$\angle ABC=30°$，$AE\perp BC$，垂足为E. 以AE为折痕把$\triangle ABE$折起，使点B到达点P的位置，且平面PAE与平面$AECD$所成的角为$90°$（如图 2）.

(1) 求证：$PE\perp CD$；

(2) 若点F在线段PC上，且二面角$F-AD-C$的大小为$30°$，求三棱锥$F-ACD$的体积.

（第19题图1）



（第19题图2）

20.(本小题满分 12 分)

空气质量指数AQI与空气质量等级的对应关系如下:

空气质量指数AQI	空气质量等级
[0,50]	优
(50,100]	良
(100,150]	轻度污染
(150,200]	中度污染
(200,300]	重度污染
(300,+∞)	严重污染

下列频数分布表是某场馆记录了一个月(30 天)的情况:

空气质量指数AQI	[0,50]	(50,100]	(100,150]	(150,200]
频数(单位:天)	3	6	15	6

(1)利用上述频数分布表,估算该场馆日平均AQI的值;(同一组中的数据以这组数据所在区间的中点值作代表)

(2)如果把频率视为概率,且每天空气质量之间相互独立,求未来一周(7 天)中该场馆至少有两天空气质量等级达到"优或良"的概率;(参考数据:$0.7^7\approx0.0824$,结果精确到0.01)

(3)为提升空气质量,该场馆安装了 2 套相互独立的大型空气净化系统. 已知每套净化系统一年需要更换滤芯数量情况如下:

更换滤芯数量(单位:个)	3	4	5
概率	0.2	0.3	0.5

已知厂家每年年初有一次滤芯促销活动,促销期内每个滤芯售价 1 千元,促销期结束后每个滤芯恢复原价 2 千元. 该场馆每年年初先在促销期购买 n($n\geqslant8$,且 $n\in\mathbf{N}^*$)个滤芯,如果不够用,则根据需要按原价购买补充. 问该场馆年初促销期购买多少个滤芯,使当年购买滤芯的总花费最合理,请说明理由.(不考虑往年剩余滤芯和下一年需求)

1.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=(x^2-x+1)e^x-3$，$g(x)=xe^x-\frac{f(x)}{x}$，e 为自然对数的底数.

(1)求函数 $f(x)$ 的单调区间；

(2)记函数 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上的最小值为 m，证明：$e<m<3$.

（本小题满分 12 分）

主平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $C:x^2=4y$，直线 l 与抛物线 C 交于 A,B 两点，过 A,B

分别作抛物线的切线，两切线的交点 P 在直线 $y=x-5$ 上.

1)若点 A 的坐标为 $(1,\frac{1}{4})$，求 AP 的长；

2)若 $AB=2AP$，求点 P 的坐标.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。