【考试时间：7 月 7 日 08：00~10：00】

2022~2023 学年下学期大理州普通高中质量监测
高二数学试卷

（全卷四个大题，共 22 个小题，共 4 页；满分 150 分，考试用时 120 分钟）

注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号等在答题卡上填写清楚，并认真核准条形码上的相关信息，在规定的位置贴好条形码。
2. 选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。在试题卷上作答无效。
3. 非选择题用黑色碳素笔在答题卡上各题的答题区域内作答，在试题卷上作答无效。
4. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

第Ⅰ卷（选择题，共 60 分）

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题所给的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 集合 $A=\{x\mid \log_2x\leqslant 0\}$，集合 $B=\{x\mid x^2\leqslant 4\}$，则 $A\cap B=$

A. $(0,1]$　　B. $(0,2]$　　C. $[-2,1]$　　D. $[-2,2]$

2. 已知 i 是虚数单位，在复平面内，复数 $-1+\mathrm{i}$ 和 $1-\mathrm{i}$ 对应的点间的距离是

A. 0　　B. 1　　C. $\sqrt{2}$　　D. $2\sqrt{2}$

3. 已知 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 为单位向量，且 $(\vec{a}+\vec{b})\perp(\vec{a}-3\vec{b})$，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为

A. $\dfrac{\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{4}$　　C. π　　D. 0

4. 某种应用于合成孔径成像设备中的多光束合成器件如图 1 所示，利用该方法制作的光束合成器具有加工周期短，成本低等优势. 其外形可近似为一个正六棱台，已知其上底面边长为 1，下底面边长为 2，高为 $\sqrt{3}$，则其体积为

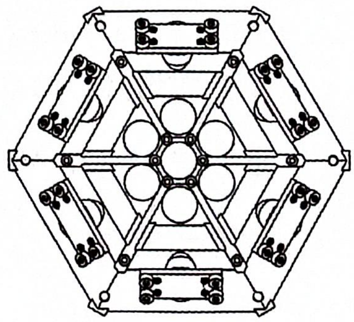
图 1

A. $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$

B. $\dfrac{15}{2}$

C. $\dfrac{21}{2}$

D. $9\sqrt{3}$

5. 从甲、乙、丙、丁、戊五名同学中选 2 人参加普法知识竞赛，则甲被选中的概率为

A. $\dfrac{1}{5}$　　B. $\dfrac{2}{5}$　　C. $\dfrac{3}{5}$　　D. $\dfrac{4}{5}$

6. 已知函数$f(x)=\cos(\omega x+\varphi)$，其中$0<\omega<2$，$0<\varphi<\pi$，若$f\left(-\frac{\pi}{10}\right)=0$，对任意的$x$都有$f(x)\leqslant\left|f\left(\frac{2}{5}\pi\right)\right|$，则下列说法错误的是

A. $\omega=1$　　B. $\varphi=\frac{3\pi}{5}$　　C. $f\left(\frac{2\pi}{5}\right)=-1$　　D. $f\left(-\frac{3\pi}{5}\right)=-1$

7. 在三棱锥$P-ABC$中，$AC\perp AB$，$AB=\sqrt{3}$，$AC=1$，$PA=PB=PC=\sqrt{2}$，则三棱锥$P-ABC$外接球的表面积为

A. 2π　　B. 4π　　C. 8π　　D. $\frac{16\pi}{3}$

8. 若$a=\sin3$，$b=\frac{1}{5}$，$c=e^{-\frac{4}{5}}$，则

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$　　C. $b<c<a$　　D. $b<a<c$

二、多项选择题（本大题共4小题，每小题5分，共20分. 在每小题给出的选项中，有多项是符合题目要求的. 全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分）

9. 记S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和，已知$S_5=5$，$a_4=3$，则

A. $a_n=n-1$　　B. $a_n=2n-5$　　C. $S_n=n^2-4n$　　D. $S_n=2n^2-9n$

10. 某市举办了普法知识竞赛，从参赛者中随机抽取1000人，统计成绩后，画出频率分布直方图如图2所示，则下列说法正确的是

A. 直方图中x的值为0.030

B. 估计该市普法知识竞赛成绩的平均数为85分

C. 估计该市普法知识竞赛成绩的中位数为90分

D. 估计该市普法知识竞赛成绩的众数为95分

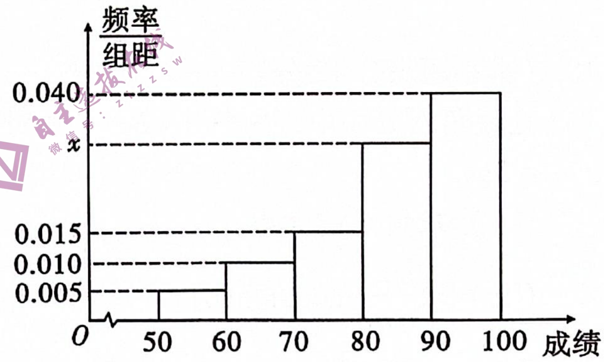

图2

11. 过抛物线C：$y^2=2px$上一点$A(1,2)$作两条相互垂直的直线，与C的另外两个交点分别为M，N，则

A. C的准线方程是$x=-1$

B. 过C的焦点的最短弦长为2

C. 直线MN过定点$(5,-2)$

D. 若直线MN过点$(1,-1)$，则$\triangle AMN$的面积为24

12. 设定义在$\mathbf{R}$上的函数$f(x)$和$g(x)$的导函数分别为$f'(x)$和$g'(x)$，若$f(x+1)-g(1-x)=2$，$f'(x-1)=g'(x+1)$，且$g(x+1)$为偶函数，则下列说法一定正确的是

A. $g(x)$的图象关于$x=1$对称　　B. $g'(x)$的图象关于$(2,0)$对称

C. 2为函数$g(x)$的周期　　D. $f'(x)$为偶函数

第Ⅱ卷（非选择题，共90分）

三、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

13. 某校高中三个年级共有学生2800名. 已知在全校学生中随机抽取1名，抽到高二年级学生的可能性是0.32. 该校高三年级学生人数比高二年级学生多112人，现用分层随机抽样的方法在全校共抽取75名学生，则应在高三年级抽取的学生人数为__________.

14. 已知直线 $x+\sqrt{3}y-1=0$ 与圆 $x^2+y^2+2x-2=0$ 交于 A，B 两点，则 $|AB|=$__________.

15. 若二次函数 $f(x)=2x^2+3$ 的图象与曲线 C：$g(x)=ae^x+3$ 的图象有3个公共点，则实数 a 的取值范围是__________.

16. 已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，点 F_1，F_2 是椭圆的左、右焦点，点 A 是椭圆上一点，$\triangle AF_1F_2$ 的内切圆的圆心为 M，若 $3\overrightarrow{MF_1}+2\overrightarrow{MF_2}+\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{0}$，则椭圆的离心率为__________.

四、解答题（共70分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. （本小题满分10分）

已知数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，$a_{n+1}=2a_n+1$.

（Ⅰ）证明：数列 $\{a_n+1\}$ 为等比数列，并求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

18. （本小题满分12分）

在锐角 $\triangle ABC$ 中，内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且满足 $(a+b+c)(a+b-c)=3ab$.

（Ⅰ）求角 C 的大小；

（Ⅱ）求 $\dfrac{\sin A}{\cos B}$ 的取值范围.

19. （本小题满分12分）

某项选拔共有三轮考核，每轮设有一个问题，能正确回答问题者进入下一轮，否则被淘汰. 已知甲选手能正确回答第一、二、三轮的问题的概率分别为 $\dfrac{4}{5}$，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2}{3}$，乙选手能正确回答第一、二、三轮的问题的概率分别为 $\dfrac{2}{3}$，$\dfrac{2}{3}$，$\dfrac{1}{2}$，且两位选手各轮问题能否正确回答互不影响.

（Ⅰ）求甲选手进入第三轮才被淘汰的概率；

（Ⅱ）求至少有一名选手通过全部考核的概率.

20. （本小题满分 12 分）

如图 3，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB\perp BC$，$AB\perp AA_1$，$\angle A_1AC=\dfrac{2\pi}{3}$，点 M 为棱 CC_1 的中点，点 T 是线段 BM 上的一动点，$AA_1=AC=2AB=2\sqrt{3}$.

（Ⅰ）证明：$CC_1\perp AT$；

（Ⅱ）设直线 AT 与平面 B_1BCC_1 所成角为 θ，求 $\sin\theta$ 的取值范围.

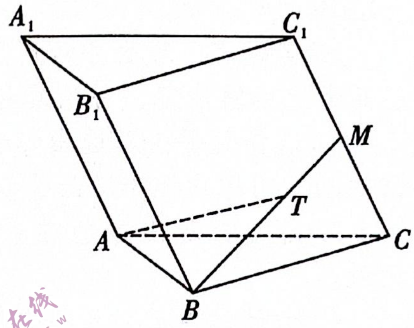

图 3

21. （本小题满分 12 分）

设 F_1，F_2 分别是双曲线 C：$\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$ 的左、右两焦点，过点 F_2 的直线 l：$x+my-t=0(m,\ t\in\mathbf{R})$ 与 C 的右支交于 M，N 两点，曲线 C 的虚轴的端点与其焦点的距离为 $2\sqrt{7}$.

（Ⅰ）求双曲线 C 的方程；

（Ⅱ）当 $|MF_1|=|F_1F_2|$ 时，求直线 l 的方程.

22. （本小题满分 12 分）

已知 $f(x)=x^2+a\ln x(a\in\mathbf{R})$.

（Ⅰ）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（Ⅱ）若 $a=-2$，$\forall x_1$，$x_2\in(0,\ 1)$，$x_1\neq x_2$，$\left|\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1^2-x_2^2}\right|<\dfrac{\lambda}{x_1^2\cdot x_2^2}$ 恒成立，求实数 λ 的取值范围.