2023年岳阳县新高考适应性测试

数学试题

时量:120分钟　　　总分:150分

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考场号、座位号填写在答题卡的指定位置上．

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号．回答非选择题时，将答案写在答题卡上．写在本试卷上无效．

3．考试结束后，将答题卡交回．

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分.在每个小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的．

1．若复数$z=\dfrac{2+\mathrm{i}}{a+\mathrm{i}}$的实部与虚部相等，则实数$a$的值为（　　）

A．3　　B．1　　C．-1　　D．-3

2．已知$p:\forall x>0, a\le x+\dfrac{1}{4x}, q: a^2-2a-3<0,$若$p$和$q$均为真命题，则实数$a$的取值范围是(　　)

A．(－1，1]　　B．[1，3)　　C．(3，4]　　D．(－1，4]

3．空间中，α,β,γ是三个互不重合的平面，l是一条直线，则下列命题中正确的是（　　）

A．若$l//\alpha$，$l//\beta$，则$\alpha//\beta$　　B．若$\alpha\perp\beta$，$l\perp\beta$，则$l//\alpha$

C．若 $l \perp \alpha$，$l // \beta$，则 $\alpha \perp \beta$　　　　D．若 $\alpha \perp \beta$，$l // \alpha$，则 $l \perp \beta$

4．某地病毒爆发，全省支援，需要从我市某医院某科室的 5 名男医生(含一名主任医师)、4 名女医生(含一名主任医师)中分别选派 3 名男医生和 2 名女医生，则在有一名主任医师被选派的条件下，两名主任医师都被选派的概率为(　　)

A．$\dfrac{3}{8}$　　B．$\dfrac{3}{5}$　　C．$\dfrac{3}{11}$　　D．$\dfrac{3}{10}$

5．已知函数 $f(x)$ 为偶函数，且当 $x \geq 0$ 时，$f(x)=e^{x}-\cos x$，则不等式 $f(x-3)-f(2x-1)<0$ 的解集为（　　）

A．$\left(-2,\dfrac{4}{3}\right)$　　B．$(-\infty,-2)$　　C．$(-2,+\infty)$　　D．$(-\infty,-2)\cup\left(\dfrac{4}{3},+\infty\right)$

6．已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_{2021}>0$，$S_{2022}<0$，下列结论正确的是（　　）

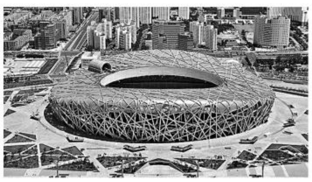
A．数列 $\{a_n\}$ 是递增数列　　B．$|a_{1012}|>|a_{1011}|$

C．当 S_n 取得最大值时，$n=1012$　　D．$S_{1012}<S_{1009}$

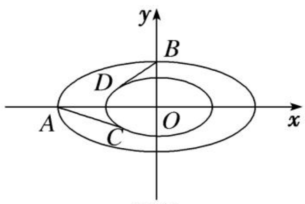
7．在△ABC 中，内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，$a\sin(B+\pi)+b\cos\left(\dfrac{5\pi}{6}-A\right)=0$，$a=15$，若点 M 满足 $\overrightarrow{BM}=\dfrac{2}{5}\overrightarrow{BC}$，且∠$MAB$=∠$MBA$，则△$AMC$ 的面积是（　　）

A．$\dfrac{30\sqrt{3}}{7}$　　B．$\dfrac{30\sqrt{3}}{14}$　　C．$\dfrac{225\sqrt{3}}{14}$　　D．$\dfrac{135\sqrt{3}}{14}$

8．国家体育场“鸟巢”的钢结构鸟瞰图如图①所示，内外两圈的钢骨架是离心率相同的椭圆．某校体育馆的钢结构与“鸟巢”相同，其平面图如图②所示，若由外层椭圆长轴一端点 A 和短轴一端点 B 分别向内层椭圆引切线 AC，BD，且两切线斜率之积等于 $-\dfrac{5}{8}$，则椭圆的离心率为(　　)



图①



图②

A.$\frac{3}{4}$　　　　B．$\frac{5}{8}$

C．$\frac{\sqrt{7}}{4}$　　　　D．$\frac{\sqrt{6}}{4}$

二、多选题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分；在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9．已知正实数a,b满足$a+4b=2$，则（　　）

A．$ab\le\frac{1}{4}$　　B．$2^a+16^b\ge4$　　C．$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\ge\frac{9}{2}$　　D．$\sqrt{a}+2\sqrt{b}\ge4$

10．关于函数$f\left(x\right)=\sqrt{3}\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)+2\sin^2\left(x-\frac{\pi}{12}\right)$，下列结论正确的是（　　）

A．函数$f\left(x\right)$的最大值是 2

B．函数$f\left(x\right)$在$\left(-\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12}\right)$上单调递增

C．函数$f\left(x\right)$的图象可以由函数$y=2\sin2x+1$的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位得到

D．若方程$f\left(x\right)-m=0$在区间$\left[\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{2}\right]$有两个实根，则$m\in\left[\sqrt{3}+1,3\right)$

11．在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AD=2AB=2AA_1=4$，E是棱B_1C_1的中点，过点B，E，D_1的平面α交棱AD于点F，点P为线段D_1F上一动点，则（　）

A．三棱锥$P-ABE$的体积为定值

B．存在点P，使得$DP\perp\alpha$

C．直线 PE 与平面 BCC_1B_1 所成角的正切值的最大值为 $\sqrt{2}$

D．三棱锥 $P-BB_1E$ 外接球表面积的取值范围是 $[12\pi, 44\pi]$

12．已知双曲线 $E: \dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 与椭圆 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{5}=1$ 的焦点相同，双曲线 E 的左右焦点分别为 F_1、F_2，过点 F_2 的直线与双曲线 E 的右支交于 P、Q 两点，PF_1 与 y 轴相交于点 A，$\triangle PAF_2$ 的内切圆与边 AF_2 相切于点 B .若 $|AB|=1$，则下列说法正确的有（　　）

A．双曲线 E 的渐近线方程为 $y=\pm\sqrt{3}x$

B．过点 $(1,1)$ 存在两条直线与双曲线 E 有且仅有一个交点

C．点 P 在变化过程中，$\triangle AF_1F_2$ 面积的取值范围是 $(\dfrac{12\sqrt{3}}{13}, 4\sqrt{3})$

D．若 $PF_1 \perp PF_2$，则 $\triangle PAF_2$ 的内切圆面积为 $\dfrac{3}{16}\pi$

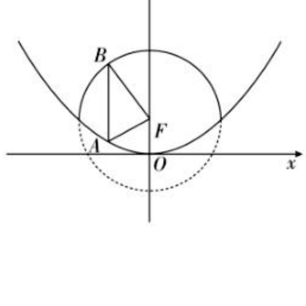
第II卷（非选择题）

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13．已知向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=1, |\vec{a}-2\vec{b}|=\sqrt{7}, \langle\vec{a},\vec{b}\rangle=150°$, 则 $|\vec{b}|=$________.

14．$(x^2+x+y)^5$ 的展开式中，x^5y^2 的系数为________.

15．如图，点 F 是抛物线 $C: x^2=4y$ 的焦点，点 A,B 分别在抛物线 C 和圆 $x^2+(y-1)^2=4$ 的实线部分上运动，且 AB 总



是平行于 y 轴，则 $\triangle AFB$ 周长的取值范围是_______.

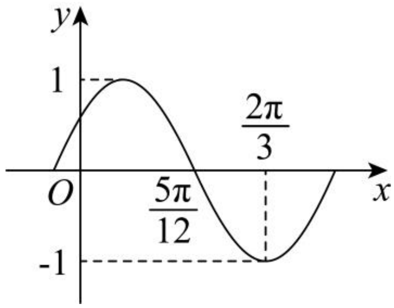
16．我国民间剪纸艺术在剪纸时经常会沿纸的某条对称轴把纸对折.现有一张半径为 R 的圆形纸，对折 1 次可以得到两个规格相同的图形，将其中之一进行第 2 次对折后，就会得到三个图形，其中有两个规格相同，取规格相同的两个之一进行第 3 次对折后，就会得到四个图形，其中依然有两个规格相同，以此类推，每次对折后都会有两个图形规格相同.如果把 k 次对折后得到的不同规格的图形面积和用 S_k 表示，由题意知 $S_1=\dfrac{\pi R^2}{2}$，$S_2=\dfrac{3\pi R^2}{4}$，则 $S_4=$________；如果对折 n 次，则 $\sum\limits_{k=1}^{n}S_k=$________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17．已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(x\in R,A>0,\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示.

（1）求 $f(x)$ 的最小正周期及解析式；

（2）将函数 $y=f(x)$ 的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位长度得到函数 $y=g(x)$ 的图象，求函数 $g(x)$ 在区间 $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值和最小值.

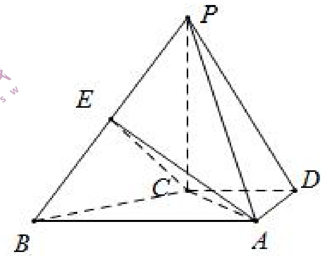


18．已知数列$\{a_n\}$满足$a_1+3a_2+\cdots+(2n-1)a_n=n$.

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）已知$c_n=\begin{cases}\dfrac{1}{19a_n},n\text{为奇数},\\ a_na_{n+2},n\text{为偶数},\end{cases}$ 求数列$\{c_n\}$的前 20 项和.

19．如图，在四棱锥$P-ABCD$中，已知$PC\perp$底面$ABCD$，$AB\perp AD$，$AB//CD$，$AB=2$，$AD=CD=1$，E是PB上一点.



（1）求证：平面$EAC\perp$平面PBC；

（2）若E是PB的中点，且二面角$P-AC-E$的余弦值是$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，求直线PA与平面EAC所成角的正弦值.

20．汽车尾气排放超标是全球变暖、海平面上升的重要因素．我国近几年着重强调可持续发展，加大在新能源项目的支持力度，积极推动新能源汽车产业发展，某汽车制造企业对某地区新能源汽车的销售情况进行调查，得到下面的统计表：

年份t	2017	2018	2019	2020	2021

年份代码 $x\left(x=t-2016\right)$	1	2	3	4	5
销量 y/万辆	10	12	17	20	26

(1)统计表明销量y与年份代码x有较强的线性相关关系，求y关于x的线性回归方程，并预测该地区新能源汽车的销量最早在哪一年能突破 50 万辆；

(2)为了解购车车主的性别与购车种类（分为新能源汽车与传统燃油汽车）的情况，该企业随机调查了该地区 200 位购车车主的购车情况作为样本其中男性车主中购置传统燃油汽车的有w名，购置新能源汽车的有 45 名，女性车主中有 20 名购置传统燃油汽车.

①若$w=95$，将样本中购置新能源汽车的性别占比作为概率，以样本估计总体，试用（1）中的线性回归方程预测该地区 2023 年购置新能源汽车的女性车主的人数（假设每位车主只购买一辆汽车，结果精确到千人）；

②设男性车主中购置新能源汽车的概率为p，将样本中的频率视为概率，从被调查的所有男性车主中随机抽取 5 人，记恰有 3 人购置新能源汽车的概率为$f\left(p\right)$，求当w为何值时，$f\left(p\right)$最大.

附：$y=\hat{b}x+\hat{a}$ 为回归方程，$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{xy}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$.

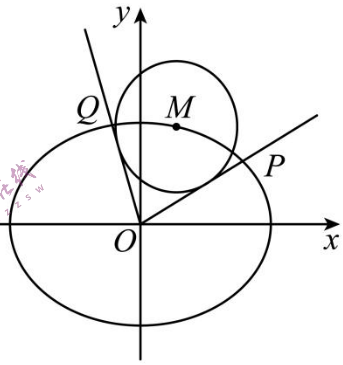
21. 已知F_1、F_2分别为椭圆$\Gamma:\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$的左、右焦点，$M$为$\Gamma$上的一点.

（1）若点M的坐标为$\left(1,m\right)\left(m>0\right)$，求$\triangle F_1MF_2$的面积；

（2）若点M的坐标为$\left(0,1\right)$，且直线$y=kx-\dfrac{3}{5}\left(k\in\mathbf{R}\right)$与$\Gamma$交于不同的两点$A$、$B$，求证：

$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$为定值，并求出该定值；

（3）如图，设点M的坐标为(s,t)，过坐标原点O作圆$M:(x-s)^2+(y-t)^2=r^2$（其中r为定值，$0<r<1$且$|s|\neq r$）的两条切线，分别交Γ于点P，Q，直线OP，OQ的斜率分别记为k_1，k_2.如果k_1k_2为定值，求$|OP|\cdot|OQ|$的取值范围，以及$|OP|\cdot|OQ|$取得最大值时圆M的方程.



22．已知函数$f(x)=\mathrm{e}^{-x}(x+1)$

（1）求函数$f(x)$的极值；

（2）设t_1，t_2为两个不等的正数，$t_1<t_2$且$t_2\ln t_1-t_1\ln t_2=t_1-t_2$，若不等式$\ln t_1+\lambda\ln t_2>0$恒成立，求实数$\lambda$的取值范围.