



高三数学

注意事项:

1. 答题前, 考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容: 高考全部内容。

一、选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x \mid |x| \leq 3\}$, $B = \{x \mid \sqrt{x} \leq 2, x \in \mathbb{Z}\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $\{1, 2, 3\}$ B. $\{0, 1, 2, 3\}$ C. $[0, 3]$ D. $[0, 4]$
2. 设 z 的共轭复数为 \bar{z} , 若 $2z - 3\bar{z} = 2 - 5i$, 则 $z =$
 A. $-2 - i$ B. $2 - i$ C. $1 - 2i$ D. $1 + 2i$
3. 某学习小组共有 20 人, 在一次数学测试中, 得 100 分的有 2 人, 得 95 分的有 4 人, 得 90 分的有 5 人, 得 85 分的有 3 人, 得 80 分的有 5 人, 得 75 分的有 1 人, 则这个学习小组成员该次数学测试成绩的第 70 百分位数是
 A. 82.5 B. 85 C. 90 D. 92.5
4. 下列函数中, 在定义域内既是奇函数又单调递增的是
 A. $f(x) = \sin x - x^2$ B. $f(x) = \ln(2-x) - \ln(x+2)$
 C. $f(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1}$ D. $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$
5. 已知 $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = 6$, 则 $\sin 2\theta =$
 A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{5}{6}$
6. 若 P 是一个质数, 则像 $2^P - 1$ 这样的正整数被称为梅森数, 从 50 以内的所有质数中任取两个数, 则这两个数都为梅森数的概率为
 A. $\frac{1}{35}$ B. $\frac{3}{35}$ C. $\frac{3}{25}$ D. $\frac{1}{5}$
7. 已知函数 $f(x) = |\ln(x+1)| + \frac{2}{x+1}$, 则
 A. $x=0$ 是 $f(x)$ 的极小值点 B. $x=1$ 是 $f(x)$ 的极大值点
 C. $f(x)$ 的最小值为 $1 + \ln 2$ D. $f(x)$ 的最大值为 3
8. 已知抛物线 $C: y^2 = -12x$ 的焦点为 F , 动点 M 在 C 上, 圆 M 的半径为 1, 过点 F 的直线与圆 M 相切于点 N , 则 $\overrightarrow{FM} \cdot \overrightarrow{FN}$ 的最小值为
 A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

考号

题

答

家

不

内

线

封

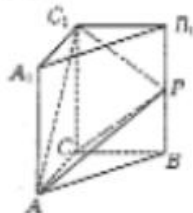
班

密

学

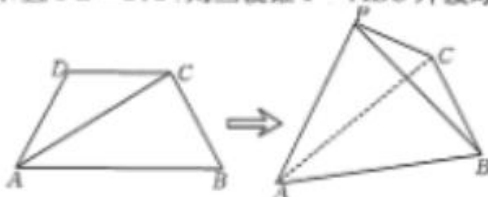
二、选择题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. 已知向量 $a=(m+1, -1)$, $b=(1-m, 2)$, 下列说法正确的是
- A. 若 $a \parallel b$, 则 $m=-3$ B. 存在 $m \in \mathbb{R}$, 使得 $a \perp b$
- C. $|a+b|=\sqrt{5}$ D. a 与 b 的夹角为锐角
10. 已知直线 l 的方程为 $(\lambda+3)x+y-\lambda-3=0$, 圆 C 的方程为 $x^2+y^2-4x-2y-4=0$, 则
- A. 圆 C 的圆心坐标为 $(-2, -1)$
- B. 圆 C 的半径为 3
- C. 直线 l 与圆 C 有两个交点
- D. 当 $\lambda=-2$ 时, 直线 l 被圆 C 截得的弦长为 $2\sqrt{7}$
11. 2022 年 9 月钱塘江多处出现罕见潮景“鱼鳞潮”.“鱼鳞潮”的形成需要两股涌潮, 一股是波状涌潮, 另外一股是破碎的涌潮, 两者相遇交叉就会形成像鱼鳞一样的涌潮. 若波状涌潮的图象近似函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$ ($A, \omega \in \mathbb{N}^*$, $|\varphi| < \frac{\pi}{3}$) 的图象, 而破碎的涌潮的图象近似 $f'(x)$ ($f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数) 的图象. 已知当 $x=2\pi$ 时, 两潮有一个交叉点, 且破碎的涌潮的波谷为 -4 , 则
- A. $\omega=2$ B. $f(\frac{\pi}{3})=\sqrt{6}+\sqrt{2}$
- C. $f'(x-\frac{\pi}{4})$ 是偶函数 D. $f'(x)$ 在区间 $(-\frac{\pi}{3}, 0)$ 上单调
12. 在《九章算术》中, 底面是直角三角形的直三棱柱被称为“堑堵”. 如图, 在堑堵 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, P 是棱 BB_1 的中点, $AA_1=AC=BC=2$. 若平面 α 过点 P , 且与 AC_1 平行, 则
- A. 异面直线 AC_1 与 CP 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{10}$
- B. 三棱锥 C_1-ACP 的体积是该“堑堵”体积的 $\frac{1}{3}$
- C. 当平面 α 截棱柱的截面图形为等腰梯形时, 该图形的面积等于 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
- D. 当平面 α 截棱柱的截面图形为直角梯形时, 该图形的面积等于 $2\sqrt{2}$



三、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在答题卡中的横线上.

13. 已知正数 a, b 满足 $4a+9b=6$, 则 ab 的最大值为 $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$.
14. 已知 $f(x)$ 为 \mathbb{R} 上的奇函数, 当 $x \in [0, +\infty)$ 时, $f(x)=2^x - \frac{1}{x+1}$, 则不等式 $f(3x-1) < f(1-x)$ 的解集为 $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$.
15. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AD=DC=BC=2$, $\angle ABC=60^\circ$, 将 $\triangle ACD$ 沿边 AC 翻折, 使点 D 翻折到 P 点, 且 $PB=2\sqrt{2}$, 则三棱锥 $P-ABC$ 外接球的表面积是 $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$.



【高三数学 第 2 页(共 4 页)】

• 23-188C •

16. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{5} + y^2 = 1$ 的上顶点为 B , 右焦点为 F , 直线 l 与椭圆 C 交于 M, N 两点, 若椭圆 C 的右焦点 F 恰好为 $\triangle BMN$ 的垂心, 则直线 l 的方程为 .

四、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = -1, a_n = 4a_{n-1} - 3 (n \geq 2)$.

(1) 证明: $\{a_n - 1\}$ 是等比数列;

(2) 设 $b_n = \log_4(1 - a_n)$, 求数列 $\{\frac{1}{b_n b_{n+1}}\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. (12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $a(\sin A - \sin C) + c \sin C = b \sin B$.

(1) 求角 B ;

(2) 若 $b = 5$, 求 $\triangle ABC$ 周长的最大值.

19. (12 分)

甲、乙两家公司生产同一种零件, 其员工的日工资方案如下: 甲公司, 底薪 140 元, 另外每生产一个零件的工资为 2 元; 乙公司, 无底薪, 生产 42 个零件以内(含 42 个)的员工每个零件 4 元, 超出 42 个的部分每个 5 元. 假设同一公司的员工一天生产的零件个数相同, 现从这两家公司各随机选取一名员工, 并分别记录其 30 天生产的零件个数, 得到如下频数表:

甲公司一名员工生产零件个数频数表

生产零件个数	38	39	40	41	42
天数	5	9	5	6	5

乙公司一名员工生产零件个数频数表

生产零件个数	40	41	42	43	44
天数	3	9	6	9	3

若将频率视为概率, 回答以下问题:

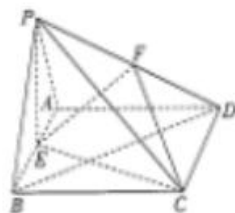
(1) 现从记录甲公司某员工 30 天生产的零件个数中随机抽取 3 天的个数, 求这 3 天生产的零件个数都不高于 39 的概率;

(2) 小明打算到甲、乙两家公司中的一家应聘生产零件的工作, 如果仅从日工资的角度考虑, 请利用所学的统计学知识为小明做出选择, 并说明理由.

20. (12分)

如图,已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是菱形,平面 $PAB \perp$ 平面 $ABCD$, $PA=PB=\sqrt{2}$, $AB=2$, $\angle ABC=60^\circ$, E 为 AB 的中点, F 为线段 PD 上的一点.

- (1) 是否存在一点 F , 使得 $PB \parallel$ 平面 EFC ? 若存在, 给出证明, 并求出此时 PF 的长; 若不存在, 请说明理由.
(2) 若 F 为线段 PD 的中点, 求直线 EF 与平面 PBD 所成角的正弦值.



21. (12分)

已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 $F(2, 0)$, 且点 $Q(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ 在双曲线 C 上.

- (1) 求双曲线 C 的方程.
(2) 过点 F 的直线与双曲线 C 的右支交于 A, B 两点, 在 x 轴上是否存在不与 F 重合的点 P , 使得点 F 到直线 PA, PB 的距离相等? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = e^x - \frac{1}{2}ax^2 - x - 1$.

- (1) 当 $a \geq 1$ 时, 证明: 对任意的 $x \geq 0$, 都有 $f(x) \geq 0$.
(2) 证明: $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} > 2\ln(n+1) - n \ln 2 (k \in \mathbb{N}^*, n \in \mathbb{N}^*)$.

密 封 线 内 不 要 答 题

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



自主选拔在线
微信号: zizzsw



自主选拔在线
微信号: zizzsw



自主选拔在线
微信号: zizzsw