江西师大附中2023届高三三模考试数学（文）试卷答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	A	C	C	D	C	B	C	A	C	A	B

二、填空题

13. 3　　14. 0　　15. $\frac{7}{8}$　　16. $\frac{\sqrt{7}-1}{3}$

8.如果把这些数列的第一项依次排列构成的数列记为$\{P_n\}$，

则$P_1=1,P_2-P_1=2,P_3-P_2=2^2,\cdots,P_n-P_{n-1}=2^{n-1}$，

$P_n=P_1+(P_2-P_1)+\ldots+(P_n-P_{n-1})=1+2+2^2+\cdots+2^{n-1}=2^n-1$，

则$P_1+P_2+\cdots+P_{10}=(2+2^2+\cdots+2^{10})-10=2036$

故选C.

10.框图的目的是求最小值。

考察函数$y=0.4^x$与$y=0.5^x$的图像得$0.5^{0.4}>0.4^{0.4}>0.4^{0.5}$

即b>a，

又$c=\log_{32}8=\frac{\log_2 8}{\log_2 32}=\frac{3}{5}$, $a=0.4^{0.5}=\sqrt{0.4}=\sqrt{\frac{2}{5}}=\frac{\sqrt{10}}{5}>\frac{3}{5}$，

则a>c,故选C

11.法一：由题意得$b=2a$,利用中线长公式(或余弦定理)：$CM^2=\frac{2a^2+2b^2-c^2}{4}=\frac{5a^2-8}{2}$，

且$a^2>\frac{8}{5}$，显然$\angle BMC$为锐角，只要求$\cos\angle BMC$最小值

$$\cos\angle BMC=\frac{CM^2+MB^2-BC^2}{2CM\cdot MB}=\frac{3a^2}{4\sqrt{2}\sqrt{5a^2-8}}=\frac{3}{4\sqrt{2}\sqrt{\frac{5}{a^2}-\frac{8}{a^4}}},$$

令$\frac{1}{a^2}=t(0<t<\frac{5}{8})$，$-8t^2+5t=-8(t-\frac{5}{16})^2+\frac{25}{32}$，

当$t=\frac{5}{16}$时，$\cos\angle BMC$最小$=\frac{3}{5}$，$\sin\angle BMC$最大为$\frac{4}{5}$。

法二：利用阿氏圆（或建系）

点C在一个圆上运动，半径为$\frac{8}{3}$，圆心到M的距离为$\frac{10}{3}$，

$\sin\angle BMC$最大值为$\frac{8}{3}\div\frac{10}{3}=\frac{4}{5}$。故选A。

12.即 $e^{x-\ln x}+a(\ln x-x)+e^2\geq 0$ 在 x>0 上恒成立，

令 $t=x-\ln x(x>0)\Rightarrow t\geq 1$，

即 $e^t-at+e^2\geq 0$ 在 $t\geq 1$ 上恒成立。

$a\leq (\dfrac{e^t+e^2}{t})_{\min}=e^2$，故选 B

15.不妨设 1，6 号为强冷车厢，2，5 号为中冷车厢，3，4 号弱冷车厢，
则甲可去 2，3，4，5 号车厢，乙可去 1，2，5，6 号车厢，
x 表示甲去的车厢号，y 表示乙去的车厢号，(x，y)表示甲乙两人的一种选择，列举为：
(2,1),(2,2),(2,5),(2,6),(3,1),(3,2),(3,5),(3,6),(4,1),(4,2),(4,5),(4,6),(5,1),(5,2),(5,5),(5,6)一共有 16 个基本事件。其中同在一个车厢有 2 种，不在同一车厢有 14 种情况，
所以甲乙不在同一车厢的概率为 $\dfrac{7}{8}$。

16.以 A 为原点，AB 为 x 轴，建立直角坐标系，

则 $B(200,0),C(100,100)$，

可求曲边 AC 的方程为：$y^2=100x(0\leq x\leq 100)$，BC 的方程为：$x+y=200$，

设 $H(\dfrac{{y_0}^2}{100},y_0)$,则 $G(200-y_0,y_0)(0<y_0<100)$，

$S=S_{EFGH}=(200-y_0-\dfrac{{y_0}^2}{100})\cdot y_0=-\dfrac{1}{100}({y_0}^3+100{y_0}^2-20000y_0)$，

$S'=-\dfrac{1}{100}(3{y_0}^2+200y_0-20000)$，

令 $S'=0\Rightarrow y_0=\dfrac{-100\pm 100\sqrt{7}}{3}$，负值舍去，则 $y_0=\dfrac{100(\sqrt{7}-1)}{3}$，

则 S 在 $(0,y_0)$ 递增，在 $(y_0,100)$ 递减，所以当 $y_0=\dfrac{100(\sqrt{7}-1)}{3}$ 时，S 最大，

此时 $\dfrac{BG}{BC}=\dfrac{y_0}{100}=\dfrac{\sqrt{7}-1}{3}$。

17.解：（1）$\because S_{n+1}+S_n=\frac{1}{2}{a_{n+1}}^2$，$\therefore S_n+S_{n-1}=\frac{1}{2}{a_n}^2(n\geq 2)$，

两式相减得：$a_{n+1}+a_n=\frac{1}{2}({a_{n+1}}^2-{a_n}^2)=\frac{1}{2}(a_{n+1}+a_n)(a_{n+1}-a_n)$，

由于 $a_{n+1}+a_n>0$，则 $a_{n+1}-a_n=2(n\geq 2)$，

当 n=1 时，$S_1+S_2=\frac{1}{2}{a_2}^2$，$a_1=2$，得 $a_2=4$，

$a_2-a_1=2$，则 $a_{n+1}-a_n=2(n\in N^*)$，

所以 $\{a_n\}$ 是首项和公差均为 2 的等差数列，

故 $a_n=2+(n-1)\cdot 2=2n$。

（2）$\because b_n=\frac{2n}{3^n}$，$\therefore T_n=\frac{2}{3}+\frac{4}{3^2}+\frac{6}{3^3}+\cdots+\frac{2n}{3^n}$ ①

$3T_n=2+\frac{4}{3}+\frac{6}{3^2}+\cdots+\frac{2n}{3^{n-1}}$ ②

②－①得：$2T_n=2+\frac{2}{3}+\frac{2}{3^2}+\cdots+\frac{2}{3^{n-1}}-\frac{2n}{3^n}$，

$$\therefore T_n=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{3^{n-1}}-\frac{n}{3^n}\ \frac{1\cdot(1-\frac{1}{3^n})}{1-\frac{1}{3}}-\frac{n}{3^n}=\frac{1}{2}(3-\frac{2n+3}{3^n})。$$

18.解：（1）$\because ABCD$ 是正方形，且 AD=2，

$\therefore AO=DO=\sqrt{2}$，且 $AC\perp BD$，

$\because PO^2+OA^2=PA^2, PO^2+OD^2=PD^2, \therefore PO\perp OA, PO\perp OD, \therefore PO\perp$ 平面 ABCD，

$\therefore PO\perp BD$，又 $AC\cap PO=O$，$\therefore BD\perp$ 平面 PAC，

又 $BD\subseteq$ 平面 BDE，$\therefore$ 平面 BDE$\perp$平面 PAC。

（2）$\because AC$ 与平面 BDE 交点为 O，且 $OA=OC$，

$\therefore$ 点 A 到平面 BDE 的距离等于 C 到平面 BDE 的距离。

由(1)知 $BD\perp$ 平面 OCE，C 到平面 BDE 的距离为 ΔOCE 边 OE 的高，设为 h，

过 E 作 EG$\perp$OC 于 G，则 EG$=\frac{1}{3}PO=\frac{\sqrt{3}}{3}, OG=\frac{2}{3}OC=\frac{2\sqrt{2}}{3}, \therefore OE=\frac{\sqrt{11}}{3}$，

$$\therefore h=\frac{OC\cdot\frac{1}{3}PO}{OE}=\frac{\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{\sqrt{11}}{3}}=\frac{\sqrt{66}}{11}.$$

所以点 A 到平面 BDE 的距离等于 $\dfrac{\sqrt{66}}{11}$。

19.解：（1）因为 $\overline{x}=3, \overline{y}=106, \sum_{i=1}^{5} x_i^{\ 2}=55$，$\sum_{i=1}^{5} x_i y_i = 1816$，

则 $b=\dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\overline{x}\cdot\overline{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^{\ 2} - n\overline{x}^2}=\dfrac{1816-5\times3\times106}{55-5\times3^2}=22.6$，

$a=106-22.6\times3=38.2$，

所以回归直线方程为 $y=38.2+22.6x$，

当 x=6 时，$y=38.2+22.6\times6=173.8$（百人）=17380（人）。

即预估 2022 年第一季度冰雪运动项目消费的人数是 17380 人。

（2）列出 2×2 列联表：

	参加冰雪项目	未参加冰雪项目	合计
冬奥会开幕前	20	60	80
冬奥会开幕后	50	70	120
合计	70	130	200

$K^2=\dfrac{200(20\times70-60\times50)^2}{80\times120\times70\times130}\approx5.861>5.024$，

所以有 97.5%的把握认为参加冰雪运动项目与北京冬奥会的开幕有关。

20. （1）由已知 $b=1$，$\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\therefore a=2, b=1$，则椭圆方程为 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$

(2)设直线 DE 的方程为 $y-1=k(x+2), k<0$，$D(x_1,y_1), E(x_2,y_2)$

联立方程组 $\begin{cases} y=kx+2k+1 \\ x^2+4y^2-4=0 \end{cases}$，可得 $(1+4k^2)x^2+8k(2k+1)x+16k^2+16k=0$

则 $\Delta>0$，$x_1+x_2=\dfrac{-8k(2k+1)}{1+4k^2}, x_1\cdot x_2=\dfrac{16k(k+1)}{1+4k^2}$

$1_{AD}: y=\dfrac{y_1-1}{x_1}x+1 \Rightarrow x_M=\dfrac{x_1}{1-y_1}$，同理 $x_N=\dfrac{x_2}{1-y_2}$

$\because y_1=kx_1+2k+1, y_2=kx_2+2k+1, \therefore y_1-y_2=k(x_1-x_2)$

$$x_N-x_M=\frac{x_2}{-k(x_2+2)}-\frac{x_1}{-k(x_1+2)}=\frac{2(x_1-x_2)}{k(x_1+2)(x_2+2)}$$

$\therefore S_{DMEN}=\frac{1}{2}|x_N-x_M||y_1-y_2|=\left|\frac{(x_1-x_2)^2}{(x_1+2)(x_2+2)}\right|=\left|\frac{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}{x_1x_2+2(x_1+x_2)+4}\right|$

$=\frac{-16k}{4k^2+1}=\frac{16}{(-4k)+(-\frac{1}{k})}\le\frac{16}{4}=4$

当且仅当$k=-\frac{1}{2}$时，四边形 $DMEN$ 的面积最大，最大值为 4.

21.解（1）$f'(x)=-\frac{2a}{x^3},\therefore k_{切}=f'(1)=-2a=-2\Rightarrow a=1$

得 $M(1,1)$,所以在点 M 处的切线方程为：$y-1=-2(x-1)$，即 $2x+y-3=0$。

（2）$\because g'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}=0\Rightarrow x=e$,$\therefore g(x)$ 在 $(0,e)\uparrow$，在 $(e,+\infty)\downarrow$,

$\therefore g(x)$ 的唯一极值点 $x_0=e$

因为$\varphi(x)=\frac{a}{x}+\ln x$, 则$\varphi'(x)=\frac{x-a}{x^2}$

当 $a\le 0$ 时，$\varphi'(x)>0$ 恒成立，则 $\varphi(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，不合题意

当 $a>0$ 时，$\varphi'(x)<0$ 的解集为 $(0,a),\varphi'(x)>0$ 的解集为 $(a,+\infty)$

即 $\varphi(x)$ 的单调增区间为 $(a,+\infty)$，单调减区间为 $(0,a)$

依题意：$\varphi(x)_{\min}=\varphi(a)=1+\ln a<3$，解得 $a\in(0,e^2)$

设 $x_1<x_2$，则 $0<x_1<a<x_2$,要证 $x_0x_1x_2>ea^2$ 则只要证 $x_1x_2>a^2$

即证: $x_2>\frac{a^2}{x_1}>a$，即证 $\varphi(x_2)>\varphi(\frac{a^2}{x_1})$

即证：$\varphi(x_1)>\varphi(\frac{a^2}{x_1})$，设 $t(x)=\varphi(x)-\varphi(\frac{a^2}{x})=2\ln x+\frac{a}{x}-\frac{x}{a}-2\ln a,x\in(0,a)$

则 $t'(x)=\frac{2}{x}-\frac{a}{x^2}-\frac{1}{a}=\frac{-(x-a)^2}{ax^2}<0$，即 $t(x)$ 在 $(0,a)$ 上单调递减，有 $t(x)>t(a)=0$

即 $\varphi(x)>\varphi(\frac{a^2}{x})(x\in(0,a))$, 则 $\varphi(x_1)>\varphi(\frac{a^2}{x_1})$ 成立，因此 $x_1x_2>a^2$ 成立，$\therefore x_0x_1x_2>ea^2$

22.解：（1）直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=t\cos\alpha\\y=2+t\sin\alpha\end{cases}$($t$ 为参数),

C：$\rho^2\cos 2\theta = 4 \Rightarrow \rho^2(\cos^2\theta - \sin^2\theta) = 4 \Rightarrow x^2 - y^2 = 4$。

（2）把 l 的参数方程代入 C 中得：$t^2\cos 2\alpha - 4t\sin\alpha - 8 = 0$，

则 $|PD||PE| = |t_1 t_2| = \left|\dfrac{8}{\cos 2\alpha}\right|$，

又直线 GH 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2\sqrt{2} + t\cos\alpha \\ y = t\sin\alpha \end{cases}$（$t$ 为参数),代入 C 中得：

$t^2\cos 2\alpha + 4\sqrt{2}t\cos\alpha + 4 = 0$，可得 $|FG||FH| = \left|\dfrac{4}{\cos 2\alpha}\right|$，

所以 $\dfrac{|PD||PE|}{|FG||FH|} = 2$

23.解：（1）当 a=1 时，$f(x) = |2x+2| + |x-1| = \begin{cases} -3x-1(x<-1) \\ x+3(-1\le x\le 1) \\ 3x+1(x>1) \end{cases}$，

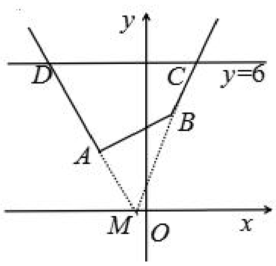
则不等式 $f(x)\le 5$ 可化为：$\begin{cases} x<-1 \\ -3x-1\le 5 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} -1\le x\le 1 \\ x+3\le 5 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x>1 \\ 3x+1\le 5 \end{cases}$，

解得 $-2\le x<-1$ 或 $-1\le x\le 1$ 或 $1<x\le\dfrac{4}{3}$，

所以原不等式的解集为 $[-2,\dfrac{4}{3}]$。

（2）因为 a>0,则

$f(x) = |2x+2| + |x-a| = \begin{cases} -3x-2+a(x<-1) \\ x+2+a(-1\le x\le a) \\ 3x+2-a(x>a) \end{cases}$，



画出 $f(x)$ 的大致图像如图，与直线 y=6 围成的四边形为 $ABCD$,

可求 $A(-1,1+a)$，$B(a,2+2a)$，$C(\dfrac{4+a}{3},6)$，$D(\dfrac{-8+a}{3},6)$，

且 $6>2+2a \Rightarrow 0<a<2$，

延长 DA 与 CB 交于点 M，并求出 $M(\dfrac{-2+a}{3},0)$，

$S_{ABCD} = S_{\Delta CDM} - S_{\Delta ABM} = 12 - \dfrac{2(a+1)^2}{3} = 9$，求得 $a = \dfrac{3\sqrt{2}}{2} - 1 \in (0,2)$，

所以存在正数 $a = \dfrac{3\sqrt{2}}{2} - 1$ 满足要求。