

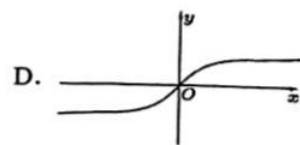
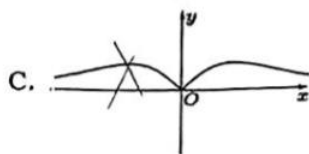
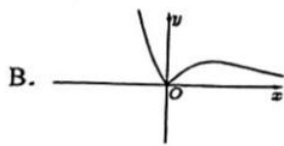
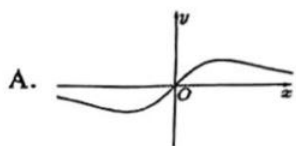
2022—2023—2 高一年级期末考试

数学 试题

时间:120 分钟 满分:120 分

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 集合 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $(C_U A) \cap B = (\quad)$
A. $\{3\}$ B. $\{2, 4\}$ C. $\{2, 3, 4\}$ D. $\{0, 1, 3\}$
2. 已知复数 $z = i + i^{2020}$, 则 $|z - 1|$ 等于 $(\quad)$
A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 0 D. 2
3. 已知甲、乙、丙、丁、戊五位同学高一入学时年龄的平均数、中位数、众数均为 16, 方差为 0.8, 则三年后, 下列判断错误的是 $(\quad)$
A. 这五位同学年龄的平均数变为 19 B. 这五位同学年龄的方差变为 3.8
C. 这五位同学年龄的众数变为 19 D. 这五位同学年龄的中位数变为 19
4. 设 $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ 是平面内的一组基底, $\vec{AB} = 3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$, $\vec{AC} = 4\vec{e}_1 - \vec{e}_2$, $\vec{AD} = 5\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$, 则 $(\quad)$
A. A, B, C 三点共线 B. A, C, D 三点共线 C. B, C, D 三点共线 D. A, B, D 三点共线
5. 已知空间中 a, b 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 则下列命题正确的是 $(\quad)$
A. $a \subset \alpha, b \subset \beta, \alpha // \beta \Rightarrow a$ 与 b 异面 B. $\beta \perp \alpha, \alpha \cap \beta = b, a \perp b \Rightarrow a \perp \beta$
C. $a \perp \alpha, a \perp b \Rightarrow b // \alpha$ D. $a \perp \alpha, b \perp \alpha \Rightarrow a // b$
6. 函数 $f(x) = \frac{2x}{e^x + e^{-x}}$ 的部分图象大致为 $(\quad)$



第 1 页 (共 4 页)

7. 已知 $\triangle ABC$ 中, $(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{AC} = 0$, $\left| \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} + \frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|} \right| = \sqrt{3}$, 则此三角形为 ()

- A. 直角三角形 B. 等边三角形 C. 钝角三角形 D. 等腰直角三角形

8. 中国古建筑闻名于世, 源远流长. 如图 1 所示的五脊殿是中国传统建筑中的一种屋顶形式, 该屋顶的结构示意图如图 2 所示, 在结构示意图中, 已知四边形 $ABCD$ 为矩形, $EF \parallel AB$, $AB = 2EF = 2$, $\triangle ADE$ 与 $\triangle BCF$ 都是边长为 1 的等边三角形. 若点 A, B, C, D, E, F 都在球 O 的球面上, 则球 O 的表面积为 ()



图1

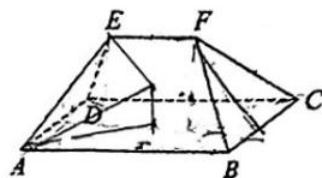


图2

- A. $\frac{11\pi}{8}$ B. $\frac{11\pi}{6}$ C. $\frac{11\pi}{4}$ D. $\frac{11\pi}{2}$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 下列命题中, 正确的是 ()

- A. 若 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$, 则 $\vec{a} = \vec{b}$ B. 若 $\vec{a} = \vec{b}$, 则 $\vec{a} \parallel \vec{b}$
C. 若 $|\vec{a}| > |\vec{b}|$, 则 $\vec{a}^2 > \vec{b}^2$ D. 若 $\vec{a} = \vec{0}$, 则 $\vec{a} = \vec{0}$

10. 由下列条件解 $\triangle ABC$, 其中只有一解的是 ()

- A. $b = 20$, $A = 45^\circ$, $C = 80^\circ$ B. $a = 30$, $c = 28$, $B = 60^\circ$
C. $a = 14$, $c = 16$, $A = 45^\circ$ D. $a = 6$, $c = 10$, $A = 60^\circ$

11. 已知甲罐中有四个相同的小球, 标号为 1, 2, 3, 4; 乙罐中有五个相同的小球, 标号为 1, 2, 3, 5, 6, 现从甲罐、乙罐中分别随机抽取 1 个小球, 记事件 A = “抽取的两个小球标号之和大于 5”, 事件 B = “抽取的两个小球标号之积大于 8”, 则 ()

- A. 事件 A 发生的概率为 $\frac{1}{2}$ B. 事件 $A \cup B$ 发生的概率为 $\frac{11}{20}$
C. 事件 $A \cap B$ 发生的概率为 $\frac{2}{5}$ D. 从甲罐中抽到标号为 2 的小球的概率为 $\frac{1}{5}$

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |2^x - 1|, & x \leq 1 \\ \frac{2}{x}, & x > 1 \end{cases}$, 若函数 $g(x) = f(x) - m$ 有三个零点 x_1, x_2, x_3 , 且 $x_1 < x_2 < x_3$,

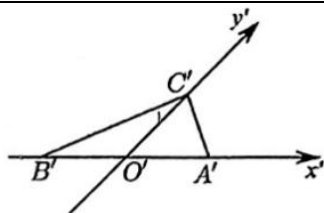
则下列结论正确的是 ()

- A. m 的取值范围为 $(0, 1)$ B. x_3 的取值范围为 $[2, +\infty)$
C. $2^{x_1} + 2^{x_2} = 2$ D. $2^{x_1+x_2}$ 最大值为 1

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分。

13. 如图，水平放置的 $\triangle ABC$ 的斜二测直观图为 $\triangle A'B'C'$ ，

已知 $A'O' = B'O' = C'O' = 1$ ，则 $\triangle ABC$ 的周长为_____



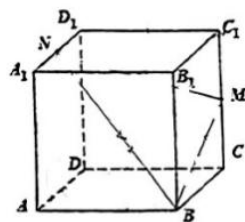
14. 已知 i 为虚数单位，如果复数 z 满足 $|z| = 2$ ，那么 $|z + 3i|$ 的最小值是_____.

15. 某市原来都开小车上班的唐先生统计了过去一年每一工作日的上班通行时间，并进行初步处理，得到频率分布表如下 (T 表示通行时间，单位为分钟)：

通行时间	$15 \leq T < 20$	$20 \leq T < 25$	$25 \leq T < 30$	$30 \leq T < 35$	$35 \leq T < 40$
频率	0.1	0.3	0.3	0.2	0.1

该市号召市民尽量减少开车出行，以绿色低碳的出行方式支持节能减排.唐先生积极响应政府号召，准备每天从骑自行车和开小车两种出行方式中随机选择一种.如果唐先生选择骑自行车，当天上班的通行时间为 30 分钟.将频率视为概率，根据样本估计总体的思想.若唐先生选择骑自行车和开小车的概率相等，则平均通行时间为_____分钟.

16. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，若 M, N 分别是 CC_1, A_1D_1 的中点，作出过 M, N, B 三点的截面，则这截面的周长为_____



四、解答题：本题共 6 小题，共 56 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分为 8 分)

已知函数 $f(x) = 2\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$, $x \in \mathbf{R}$,

(1)求 $f(x)$ 的最小正周期;

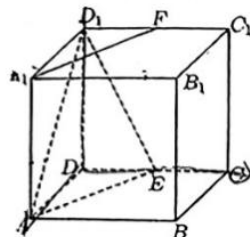
(2)求 $f(x)$ 的单调递减区间.

18. (本小题满分为 8 分)

如图，在棱长为 2 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E, F 分别为棱 DC 和 D_1C_1 的中点.

(1)求证: $A_1F \parallel$ 平面 AD_1E ;

(2)求三棱锥 $A_1 - AED_1$ 的体积.



第 3 页 (共 4 页)

19. (本小题满分为 8 分)

已知向量 $\vec{a} = (1, 1)$, $\vec{b} = (\sqrt{2}, -\sqrt{2})$.

(1) 求向量 $\vec{b}$ 和 $\vec{a} + \vec{b}$ 的夹角的余弦值;

(2) 设向量 $x = a + (t^2 - 3)b$, $y = -ka + (t + 2)b$, 是否存在正实数 k , 使得 $\vec{x} \perp \vec{y}$? 如果存在, 求出 t 的取值范围; 如果不存在, 请说明理由.

20. (本小题满分为 10 分)

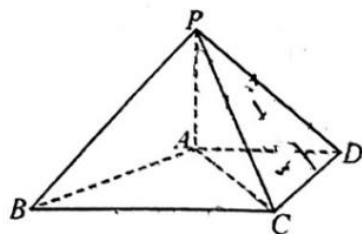
大学毕业生小张和小李通过了某单位的招聘笔试考试, 正在积极准备结构化面试, 每天相互进行多轮测试. 每轮由小张和小李各回答一个问题, 已知小张每轮答对的概率为 $\frac{3}{4}$, 小李每轮答对的概率为 $\frac{2}{3}$. 在每轮活动中, 小张和小李答对与否互不影响, 各轮结果也互不影响.

(1) 求两人在两轮活动中至少答对 3 道题的概率;

(2) 求两人在三轮活动中, 小张和小李各自答对题目的个数相等且至少为 2 的概率.

21. (本小题满分为 10 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp AD$, $AD = \frac{1}{2}BC = \sqrt{3}$, $PC = \sqrt{5}$,
 $AD \parallel BC$, $AB = AC$, $\angle BAD = 150^\circ$, $\angle PDA = 30^\circ$.



(1) 证明: $PA \perp$ 平面 $ABCD$;

(2) 在线段 PD 上是否存在一点 F 使直线 CF 与平面 PBC 所成角的正弦值等于 $\frac{\sqrt{2}}{10}$?

22. (本小题满分为 12 分)

$\triangle ABC$ 中, 已知 $AB = 1$, $BC = \sqrt{7}$, D 为 AC 上一点, $AD = 2DC$, $AB \perp BD$.

(1) 求 BD 的长度;

(2) 若点 P 为 $\triangle ABD$ 外接圆上任意一点, 求 $PB + 2PD$ 的最大值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线