高 三 数 学

2022. 1

本试卷共4页．满分150分．考试时间120分钟．

注意事项：

1. 答题前，考生务必在试题卷、答题卡规定的地方填写自己的准考证号、姓名．
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号．回答非选择题时，将答案写在答题卡上．写在本试卷上无效．
3. 考试结束，考生必须将试题卷和答题卡一并交回．

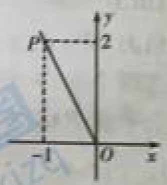
一、单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x|x^2-2x-8\leq 0\}$，则 $\complement_U A=$

A. $[-2,4]$　　B. $[-4,2]$

C. $(-\infty,-4)\cup(2,+\infty)$　　D. $(-\infty,-2)\cup(4,+\infty)$

2. 如图，已知角 α 的顶点与坐标原点重合，始边为 x 轴正半轴，点 P 是角 α 终边上的一点，则 $\cos 2\alpha=$



A. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $-\frac{4}{5}$

C. $-\frac{3}{5}$　　D. $-\frac{2}{5}$

3. 2021年12月9日，中国空间站太空课堂以天地互动的方式，与设在北京、南宁、汶川、香港、澳门的地面课堂同步进行．假设香港、澳门参加互动的学生人数之比为5:3，其中香港课堂女生占$\frac{3}{5}$，澳门课堂女生占$\frac{1}{3}$．若主持人向这两个分课堂中的一名学生提问，则该学生恰好为女生的概率是

A. $\frac{1}{8}$　　B. $\frac{3}{8}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{5}{8}$

4. “$0<x<\frac{\pi}{4}$”是“$0<\sin x<\frac{\pi}{4}$”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 如图，某类共享单车密码锁的密码是由4位数字组成，所有密码中，恰有三个重复数字的密码个数为

A. 90　　B. 324

C. 360　　D. 400

6. 已知 $2^a=\log_{\frac{1}{2}}a$，$3^b=\log_{\frac{1}{2}}b$，$(\frac{1}{3})^c=\log_2 c$，则

A. $a<b<c$　　B. $b<a<c$　　C. $c<a<b$　　D. $c<b<a$

7. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 2，MN 是它的内切圆的一条弦，点 P 为正方形四条边上的动点，当弦 MN 的长度最大时，$\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}$ 的取值范围是

A. $[0,1]$　　B. $[0,\sqrt{2}]$　　C. $[1,2]$　　D. $[-1,1]$

8. 斐波那契数列又称“黄金分割数列”，在现代物理、准晶体结构、化学等领域都有着广泛的应用. 斐波那契数列 $\{a_n\}$ 可以用如下方法定义：$a_n=a_{n-1}+a_{n-2}(n\geq 3,n\in \mathbf{N}^*)$，$a_1=a_2=1$，则 $\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{2022}a_i^2}{a_{2022}}(i=1,2,\cdots,2022)$ 是数列 $\{a_n\}$ 的第几项?

A. 2020　　B. 2021　　C. 2022　　D. 2023

二、多项选择题：本大题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，选对但不全的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{2}-y^2=\lambda(\lambda<0)$，则

A. 双曲线 C 的实轴长为定值　　B. 双曲线 C 的焦点在 y 轴上

C. 双曲线 C 的离心率为定值　　D. 双曲线 C 的渐进线方程为 $y=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}x$

10. 已知函数 $f(x)=\dfrac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}$，则下列结论中正确的是

A. $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$　　B. $f(x)$ 是奇函数

C. $f(x)$ 在定义域上是减函数　　D. $f(x)$ 无最小值，无最大值

11. 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,0<\varphi<\dfrac{\pi}{2})$，现有如下四个命题：

甲：该函数的最小值为 $-\sqrt{2}$；

乙：该函数图像的相邻两条对称轴之间的距离为 π；

丙：该函数的一个零点为 $\dfrac{2\pi}{3}$；

丁：该函数图像可以由 $y=\sin 2x+\cos 2x$ 的图像平移得到.

如果有且只有一个假命题，那么下列说法正确的是

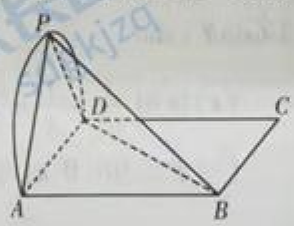
A. 乙一定是假命题

B. φ 的值可唯一确定

C. 函数 $f(x)$ 的极大值点为 $k\pi+\dfrac{\pi}{6}(k\in Z)$

D. 函数 $f(x)$ 图像可以由 $y=\cos(x-\dfrac{\pi}{6})$ 图像伸缩变换得到

12. 如图，$ABCD$ 是边长为 5 的正方形，半圆面 $APD\perp$ 平面 $ABCD$. 点 P 为半圆弧 $\overset{\frown}{AD}$ 上一动点(点 P 与点 A,D 不重合). 下列说法正确的是



A. 三棱锥 $P-ABD$ 的四个面都是直角三角形

B. 三棱锥 $P-ABD$ 体积的最大值为 $\dfrac{125}{4}$

C. 异面直线 PA 与 BC 的距离为定值

D. 当直线 PB 与平面 $ABCD$ 所成角最大时，平面 PAB 截四棱锥 $P-ABCD$ 外接球的截面面积为 $\dfrac{25(3-\sqrt{2})\pi}{4}$

三、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 复数 z 满足 $zi=2-i$（其中 i 为虚数单位），则 $|z|=$________.

14. 已知圆锥的高为1，轴截面是等腰直角三角形，则该圆锥的侧面积为________.

15. 单板滑雪 U 型池比赛是冬奥会比赛中的一个项目，进入决赛阶段的12名运动员按照预赛成绩由低到高的出场顺序轮流进行三次滑行，裁判员根据运动员的腾空高度、完成的动作难度和效果进行评分，最终取每站三次滑行成绩的最高分作为该站比赛成绩. 现有运动员甲、乙二人在2021赛季单板滑雪 U 型池世界杯分站比赛成绩如下表：

分站	运动员甲的三次滑行成绩			运动员乙的三次滑行成绩		
	第1次	第2次	第3次	第1次	第2次	第3次
第1站	80.20	86.20	84.03	80.11	88.40	0
第2站	92.80	82.13	86.31	79.32	81.22	88.60
第3站	79.10	0	87.50	89.10	75.36	87.10
第4站	84.02	89.50	86.71	75.13	88.20	81.01
第5站	80.02	79.36	86.00	85.40	87.04	87.70

假如从甲、乙2人中推荐1人参加2022年北京冬奥会单板滑雪 U 型池比赛，根据以上数据信息，你推荐________运动员参加，理由是________.（第一空1分，第二空4分）

附：方差 $s^2=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]$，其中 $\bar{x}$ 为 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的平均数.

16. 过直线 $x-y-4=0$ 上一点 P（点 P 不在 x 轴上）作抛物线 $x^2=4y$ 的两条切线，两条切线分别交 x 轴于点 G,H，则 $\triangle GHP$ 外接圆面积的最小值为________.

四、解答题：本大题共6小题，共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10分）

已知公差不为0的等差数列 $\{a_n\}$，$a_2^2=a_1a_{13}$，$a_3+a_6+a_9=153$. 记 $b_n=[\lg a_n]$，其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，如 $[0.7]=0$，$[1.9]=1$.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）求数列 $\{b_n\}$ 前101项和.

18.（12分）

已知 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，$A=\frac{\pi}{3}$，$a=6$，且 $\sin B+\sin C=2\sqrt{6}\sin B\cdot\sin C$.

（1）证明：$\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{\sqrt{2}}{2}$；

（2）求 $\triangle ABC$ 的面积.

19.（12 分）

我国脱贫攻坚经过 8 年奋斗，取得了重大胜利. 为巩固脱贫攻坚成果，某项目组对某种农产品的质量情况进行持续跟踪，随机抽取了 10 件产品，检测结果均为合格，且质量指标分值如下：

38，70，50，43，48，53，49，57，60，69.

经计算知上述样本质量指标平均数为 53.7，标准差为 9.9. 生产合同中规定：所有农产品优质品的占比不得低于 15%（已知质量指标在 63 分以上的产品为优质品）.

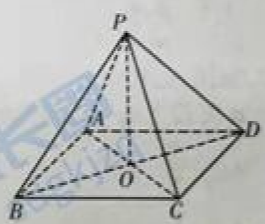
（1）从这 10 件农产品中有放回地连续取两次，记两次取出优质品的件数为 X，求 X 的分布列和数学期望.

（2）根据生产经验，可以认为这种农产品的质量指标服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 近似为样本质量指标平均数，σ^2 近似为方差，那么这种农产品是否满足生产合同的要求？请说明理由.

附：若 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则 $P(\mu-2\sigma<X<\mu+2\sigma)=0.9545$，$P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)=0.6827$.

20.（12 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$AC\cap BD=O$，底面四边形 $ABCD$ 为菱形，$AB=2$，$\angle ABC=60°$，异面直线 PD 与 AB 所成的角为 $60°$. 试在①$PA\perp BD$，②$PC\perp AB$，③$PA=PC$ 三个条件中选两个条件，使得 $PO\perp$ 平面 $ABCD$ 成立，请说明选择理由，并求平面 PAB 与平面 PCD 所成角的余弦值.



21.（12 分）

已知函数 $f(x)=a\left(\frac{1}{2}x^2+x\right)+(x^2+3x+3)e^{-x}\ (a\in\mathbf{R})$.

（1）当 $a=-1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

（2）若函数 $f(x)$ 有三个极值点 x_1,x_2,x_3，且 $x_3<x_2<x_1$.

证明：$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+2x_3>0$.

22.（12 分）

已知 $A_1(-2,0)$，$A_2(2,0)$ 分别为椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右顶点，点 $H(1,\frac{3}{2})$ 在椭圆上. 过点 $D(\frac{1}{2},0)$ 的直线交椭圆于两点 P,Q（P,Q 与顶点 A_1,A_2 不重合），且直线 A_1P 与 A_2Q，A_1Q 与 A_2P 分别交于点 M,N.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）设直线 A_1P 的斜率为 k_1，直线 A_1Q 的斜率为 k_2.

①证明：$k_1\cdot k_2$ 为定值；

②求 $\triangle DMN$ 面积的最小值.

关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下子平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注**齐鲁家长圈**微信号：**sdgkjzq**。

微信搜一搜

齐鲁家长圈

打开“微信 / 发现 / 搜一搜”搜索