

保密★启用前

2022-2023 学年度上学期泉州市高中教学质量监测

高二数学

本试卷共 22 题，满分 150 分，共 6 页。考试用时 120 分钟。

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 考生作答时，将答案答在答题卡上。请按照题号在各题的答题区域（黑色线框）内作答，超出答题区域书写的答案无效。在草稿纸、试题卷上答题无效。
3. 选择题答案使用 2B 铅笔填涂，如需改动，用橡皮擦擦干净后，再选涂其它答案标号；非选择题答案使用 0.5 毫米的黑色中性（签字）笔或碳素笔书写，字体工整、笔迹清楚。

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 直线 $y = \sqrt{3}x$ 的倾斜角为

- A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°

2. 已知点 P 为椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$ 上的一点， F_1, F_2 为该椭圆的两个焦点，若 $|PF_2| = 3|PF_1|$ ，则 $|PF_1| =$

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. 1 D. 3

3. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列，若 $a_2 a_6 = 2a_1 a_8$ ，则数列 $\{a_n\}$ 的公比为

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. 4

4. 三棱锥 $O-ABC$ 中， D 为 BC 的中点， E 为 AD 的中点，若 $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}$ ， $\overrightarrow{OB} = \mathbf{b}$ ， $\overrightarrow{OC} = \mathbf{c}$ ，则 $\overrightarrow{OE} =$

- A. $-\frac{1}{2}\mathbf{a} - \frac{1}{2}\mathbf{b} + \mathbf{c}$ B. $-\frac{1}{2}\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b} + \mathbf{c}$
C. $-\frac{1}{2}\mathbf{a} - \frac{1}{4}\mathbf{b} + \frac{1}{4}\mathbf{c}$ D. $\frac{1}{2}\mathbf{a} + \frac{1}{4}\mathbf{b} + \frac{1}{4}\mathbf{c}$

高二数学试题 第 1 页（共 8 页）

5. 已知 $O(0, 0, 0)$, $B(2, 0, 0)$, $C(0, 2, 2)$, 则点 O 到直线 BC 的距离为

- A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

6. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右顶点为 A , 左、右焦点分别为 F_1, F_2 ,

以 F_1F_2 为直径的圆与 C 的渐近线在第一象限的交点为 M , 且 $|MF_1| = 2|MA|$, 则该双曲线的离心率为

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. $\sqrt{3} + 1$

7. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 4$, $a_{n+1} = 3a_n - 2$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$, $\lambda(a_n - 1) < a_n - 28$, 则实数 λ 的取值范围是

- A. $(-\infty, -9)$ B. $(-\infty, -8)$ C. $(-12, -9)$ D. $(-12, -7)$

8. 公元前 3 世纪, 古希腊数学家阿波罗尼斯在《平面轨迹》一书中, 曾研究了众多的平面轨迹问题, 其中一个结论如下: 已知平面内两个定点 A, B 及动点 P , 若 $\frac{|PB|}{|PA|} = \lambda (\lambda > 0 \text{ 且 } \lambda \neq 1)$, 则点 P 的轨迹是圆. 后世把这种圆称为阿波罗尼斯圆.

已知 $O(0, 0)$, $Q(0, \frac{\sqrt{2}}{2})$, 直线 $l_1: kx - y + 2k + 3 = 0$, 直线 $l_2: x + ky + 3k + 2 = 0$,

若 P 为 l_1, l_2 的交点, 则 $3|PO| + 2|PQ|$ 的最小值为

- A. $3\sqrt{3}$ B. $6 - 3\sqrt{2}$ C. $9 - 3\sqrt{2}$ D. $3 + \sqrt{6}$

二、选择题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 2 分。

9. 记 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且 $a_n = 11 - 2n$, 则下列说法正确的有

- A. 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列 B. 数列 $\{S_n\}$ 是递减数列
C. $S_4 = S_6$ D. 当 $n = 5$ 时, S_n 取得最大值

10. 已知点 P 为圆 $O: x^2 + y^2 = 9$ 上的动点, 直线 l 过点 $A(-6, 0)$, $B(0, -6)$, 过 P 作圆 O 的切线 QC, QD , 切点分别为 C, D , 则下列说法正确的有

A. 当 $\angle PAB$ 最大时, $|PA| = 3\sqrt{2}$

B. 点 P 到 l 的距离的最大值为 $3\sqrt{2} + 3$

C. 四边形 $CQDO$ 的面积的最小值为 9

D. 四边形 $CQDO$ 的面积最小时, 直线 OQ 的方程为 $x - 2y + 2 = 0$

11. 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过下顶点 A 和右焦点 F_2 的直线与 E 交于另一点 B , BF_1 与 y 轴交于点 P , 则

A. $AF_1 \perp AF_2$

B. $|BF_2| = \frac{\sqrt{2}}{3}$

C. $\triangle ABF_1$ 的内切圆半径为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $4\overrightarrow{F_1P} - 3\overrightarrow{PB} = \mathbf{0}$

12. 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, H 为线段 AB 中点, P 在正方体的内部及其表面运动, 若 $HP \perp DB_1$, 则

A. 三棱锥 $P - A_1BC_1$ 的体积为定值

B. 若 $DP = \frac{3\sqrt{2}}{2}$, 则 P 的轨迹长度为 $\sqrt{6}\pi$

C. 正方体的每个面与 P 的轨迹所在平面所成角都相等

D. 正方体的每条棱与 P 的轨迹所在平面所成角不都相等

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。将答案填在答题卡的相应位置。

13. 已知空间向量 $\mathbf{a} = (1, -2, x)$, $\mathbf{b} = (3x, 2, 1)$, 若 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.
14. 若圆 M 的圆心在直线 $y = x$ 上, 且与两坐标轴都相切, 则圆 M 的标准方程可以为 $\underline{\hspace{2cm}}$. (写出满足条件的一个答案即可)
15. 已知 P 是圆 $C: (x-1)^2 + y^2 = 16$ 上任一点, $A(-1, 0)$, 线段 PA 的垂直平分线 l 和半径 CP 交于点 Q , 当点 P 在圆上运动时, 点 Q 的轨迹方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
16. 对于数列 $\{a_n\}$, 记: $\Delta_n^{(1)} = \frac{a_{n+1}}{a_n}$, $\Delta_n^{(2)} = \frac{\Delta_n^{(1)}}{\Delta_n^{(1)}}$, $\Delta_n^{(3)} = \frac{\Delta_n^{(2)}}{\Delta_n^{(2)}}$, $\dots$, $\Delta_n^{(k)} = \frac{\Delta_n^{(k-1)}}{\Delta_n^{(k-1)}}$ (其中 $n \in \mathbf{N}^*$), 并称数列 $\{\Delta_n^{(k)}\}$ 为数列 $\{a_n\}$ 的 k 阶商分数列. 特殊地, 当 $\{\Delta_n^{(k)}\}$ 为非零常数数列时, 称数列 $\{a_n\}$ 是 k 阶等比数列. 已知数列 $\{a_n\}$ 是 2 阶等比数列, 且 $a_1 = 2$, $a_2 = 2048$, $a_3 = 2^{20}$, 若 $a_n = a_{m-n}$, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.

四、解答题：本大题共 6 题，共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

已知抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 经过点 $A(2, t)$ ($t > 0$), 焦点为 F , 且 $|AF| = \frac{5}{2}$.

(1) 求抛物线 C 的方程;

(2) 若过点 A 且斜率为 2 的直线交 C 于另一点 B , 求 $|AB|$.

18. (12 分)

20.

设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，已知 $a_4 = 4$ ， $S_5 = 3a_5 + 9$

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

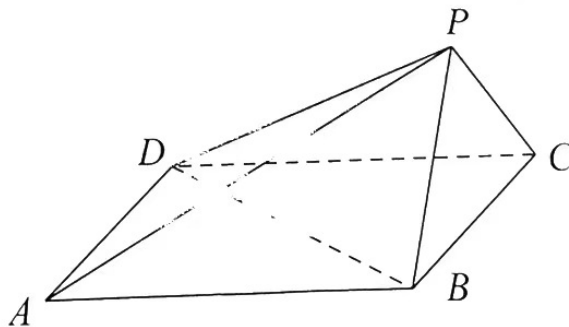
(2) 若 $b_n = a_n + 2^{a_n}$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

19. (12 分)

四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为菱形， $\angle BAD = 60^\circ$ ， $\angle BDP = \angle CDP$ 。

(1) 求证： $DP \perp BC$ ；

(2) 若 $AB = 2$ ，平面 $PBC \perp$ 平面 $ABCD$ ，且 $PB \perp PC$ ，求平面 PAD 与平面 PBC 的夹角大小。



20. (12 分)

设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $a_n a_{n+1} = 2S_n - 3$, $a_1 = 1$, $a_n \neq 0$, 令 $b_n = a_{2n-1}$.

(1) 求 b_2, b_3 , 及数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 令 $c_n = b_n \cdot 2^{b_n}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

5 分 21. (12 分)

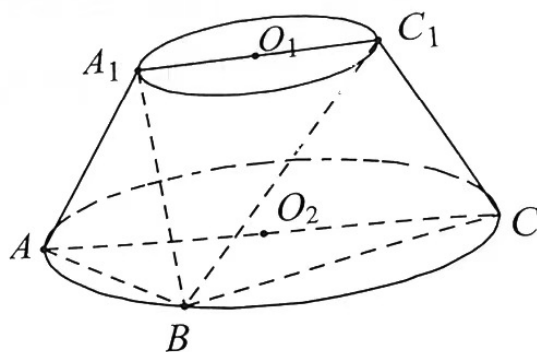
如图, 圆台 O_1O_2 的轴截面 A_1ACC_1 中, $AC = 2AA_1 = 2A_1C_1 = 4$, B 为底面圆周上

异于 A, C 的点.

(1) 在平面 BCC_1 内, 过 C_1 作一条直线与平面 A_1AB 平行, 并说明理由;

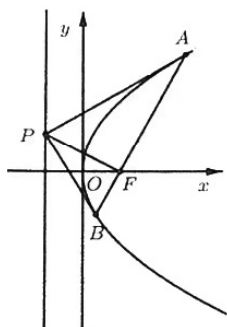
(2) 设平面 $A_1AB \cap$ 平面 $C_1CB = l$, $Q \in l$, BC_1 与平面 QAC 所成角为 α , 当四

棱锥 $B-A_1ACC_1$ 的体积最大时, 求 $\sin \alpha$ 的取值范围.



22. (12 分)

圆锥曲线的弦与过弦的端点的两条切线所围成的三角形叫做阿基米德三角形. 在一次以“圆锥曲线的阿基米德三角形”为主题的数学探究活动中, 甲同学以如图示的抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的阿基米德三角形 PAB 为例, 经探究发现: 若 AB 为过焦点的弦, 则: ①点 P 在定直线上; ② $PF \perp AB$; ③ $PA \perp PB$.



已知 $\triangle PAB$ 为等轴双曲线 $\Gamma: x^2 - y^2 = \lambda (\lambda > 0)$ 的阿基米德三角形, AB 过 Γ 的右焦点 F .

(1) 试探究甲同学得出的结论, 类比到此双曲线情境中, 是否仍然成立? (选择一个结论进行探究即可)

(2) 若 $\lambda = 2$, 弦 AB 的中点为 Q , $|AB||FQ| = 3|FP|$, 求点 P 的坐标.

(注: 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的以 (x_0, y_0) 为切点的切线方程为 $\frac{x_0 x}{a^2} - \frac{y_0 y}{b^2} = 1$.)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线