2019 年高中毕业年级第一次质量预测

文科数学　　参考答案

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D	D	B	D	A	C	A	B	A	A	C	B

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. $\frac{1}{2}$;　　14. $\frac{1}{e^2}-1$;　　15. $\frac{\sqrt{5}}{2}$;　　16. $[-\frac{3}{2},12]$.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分）

17. 解：(1)由三角形的面积公式可得$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A$……2 分

$\therefore 2c\sin B\sin A=b$，由正弦定理可得$2\sin C\sin B\sin A=2\sin B$，

$\because \sin B\neq 0$，$\therefore \sin A\sin C=\frac{1}{2}$;　　……5 分

(2) $\because 4\cos A\cos C=3$，$\therefore \cos A\cos C=\frac{3}{4}$，

$\therefore \cos A\cos C-\sin A\sin C=\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$，　　……7 分

$\therefore \cos(A+C)=\frac{1}{4}$，$\therefore \cos B=-\frac{1}{4}$，

$\because 0<B<\pi$，$\therefore sinB=\frac{\sqrt{15}}{4}$，

$\because \frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=\frac{\sqrt{15}}{\frac{\sqrt{15}}{4}}=4$，

$\therefore \sin A\sin C=\frac{ac}{16}=\frac{1}{2}$，$\therefore ac=8$，　　……9 分

$\because b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=(a+c)^2-2ac-2ac\cos B$，

$\therefore (a+c)^2=15+12=27$，$\therefore b+c=3\sqrt{3}$.

$\therefore$周长$a+b+c=3\sqrt{3}+\sqrt{15}$.　　……12 分

18.（1）由题知，$\mathrm{BD}=\mathrm{AD}=4\sqrt{2}$，$AB$=8. $AB^2=AD^2+BD^2$，$\therefore \mathrm{BD}\perp \mathrm{AD}$…2 分

$\because$ 平面$PAD\perp$平面 ABCD，交线是AD，BD $\subset$ 平面 ABCD，BD $\perp$ AD，

$\therefore$ BD $\perp$ 面 PAD，又 $\because BD\subset$ 平面MBD $\therefore$ 平面 MBD $\perp$ 平面 PAD.　　……5 分

(2)过 P 作 PO $\perp$ AD 交 AD 于 O，$\therefore$ PO $\perp$ 平面 BAD，$\therefore d_{P-DAB}=2\sqrt{2}$……7 分

$$V_{D-MAB}=V_{M-DAB}=\frac{1}{3}S_{\Delta DAB}d_{M-DAB}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\left(4\sqrt{2}\right)^2\times\frac{1}{2}d_{P-DAB}$$
$$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\left(4\sqrt{2}\right)^2\times\frac{1}{3}\times 2\sqrt{2}$$
$$=\frac{32\sqrt{2}}{9}.$$ ……12 分

19. （1）$p=60, q=40, x=100, y=100$， ……3 分

(2) 由 $K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(a+c)(c+d)(b+d)}$

得$K^2=\frac{200(40\cdot40-60\cdot60)^2}{100\cdot100\cdot100\cdot100}=8<10.828$,

所以没有 99.9%把握认为注射此种疫苗有效. ……6 分

(3) 由于在感染病毒的小白鼠中，按未注射疫苗和注射疫苗的比例为 3:2，故抽取的 5 只小白鼠中 3 只未注射疫苗，用 a,b,c 表示，2 只已注射疫苗，用 D,E 表示，从这五只小白鼠中随机抽取 3 只，可能的情况共有以下 10 种：

（a,b,c），（a,b,D），（a,b,E），（a, c,D），（a, c,E），（a ,D,E），（b,c ,D），（b,c,E），（b,D,E），（c, D,E）. ……8 分

其中至少抽到 2 只为未注射疫苗的小白鼠的情况有以下 7 种：（a,b,c），（a,b,D），（a,b,E），（a, c,D），（a, c,E）（b,c ,D），（b,c,E）……10 分

所以至少抽到 2 只为未注射疫苗的小白鼠的概率为$\frac{7}{10}$. ……12 分

20. (1) $F(1,0)$，设直线 l 方程为：$x=my+1$，和抛物线$y^2=4x$联立，$\begin{cases} y^2=4x, \\ x=my+1, \end{cases}$

得$y^2-4my-4=0$，设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，

$y_{1,2}=\frac{4m\pm\sqrt{16m^2+16}}{2}=2m\pm2\sqrt{m^2+1}$，

$y_1+y_2=4m, y_1y_2=-4$. ……2 分

由题知$M(-1,y_1),N(-1,y_2)$，设$R(-1,y_R)$，

(1) $\because AR\parallel FN$，即$\overrightarrow{AR}\parallel\overrightarrow{FN}$，$\overrightarrow{AR}=(-1-x_1,y_R-y_1),\overrightarrow{FN}=(-2,y_2)$，

$0=(-1-x_1)y_2+2(y_R-y_1)=(-2-my_1)y_2+2(y_R-y_1)=-2(y_1+y_1)-my_1y_2+2y_R=-4m+2y_R$，

$\therefore y_R=2m=\frac{y_1+y_2}{2}$，则 R 是 MN 的中点. $\therefore\frac{|MR|}{|FN|}=\frac{1}{2}$. ……6 分

(2) 若 R 是 MN 的中点，则$R(-1,2m)$，

$\overrightarrow{RA}\cdot\overrightarrow{RB}=(x_1+1,y_1-2m)\cdot(x_2+1,y_2-2m)=(my_1+2,y_1-2m)\cdot(my_2+2,y_2-2m)=(my_1+2)\cdot(my_2+2)+(y_1-2m)\cdot(y_2-2m)=(m^2+1)y_1y_2+4m^2+4=0.$

因此，R 在以 AB 为直径的圆上……12 分

21．解：(1)$h(x)=e^x(e^x-2a)-4a^2x$，……2 分

$\therefore f'(x)=2e^{2x}-2ae^x-4a^2=2(e^x+a)(e^x-2a)$，

①当$a=0$时，$h'(x)>0$恒成立，

$\therefore f(x)$在 R 上单调递增，

②当$a>0$时，$e^x+a>0$，令$f'(x)=0$，解得$x=\ln2a$，

当$x<\ln2a$时，$h'(x)<0$，函数$f(x)$单调递减，

当$x>\ln2a$时，$h'(x)>0$，函数$f(x)$单调递增，

③当$a<0$时，$e^x-2a>0$，令$f'(x)=0$，解得$x=\ln(-a)$，

当$x<\ln(-a)$时，$h'(x)<0$，函数$f(x)$单调递减，

当$x>\ln(-a)$时，$h'(x)>0$，函数$f(x)$单调递增，

综上所述，当$a=0$时，$h(x)$在 R 上单调递增，

当$a>0$时，$h(x)$在$(-\infty,\ln2a)$上单调递减，在$(\ln2a,+\infty)$上单调递增，

当$a<0$时，$h(x)$在$(-\infty,\ln(-a))$上单调递减，在$(\ln(-a),+\infty)$上单调递增，6 分

(2)若函数$y=(x)$的图像恒在函数$y=g(x)$的图像上方, 即 $h(x)>0$ 恒成立，

即$h(x)_{min}>0$.

①当$a=0$时，$h(x)=e^{2x}>0$恒成立，

②当$a>0$时，由(1)可得$h(x)_{min}=h(\ln2a)=-4a^2\ln2a>0$，

$\therefore \ln2a<0$，$\therefore 0<a<\frac{1}{2}$.

③当$a<0$时，由(1)可得$h(x)_{min}=h\big(\ln(-a)\big)=3a^2-4a^2\ln(-a)>0$，

$\therefore \ln(-a)<\frac{3}{4}$，$\therefore -e^{\frac{3}{4}}<a<0$. 综上所述 a 的取值范围为$(-e^{\frac{3}{4}},\frac{1}{2})$. ……12 分

22. （1）曲线 C_1：$x^2+(y-3)^2=9$, 把互化公式代入可得：

曲线 C_1 的极坐标方程为$\rho=6\sin\theta$.

设 B（ρ，θ），则$A(\rho,\theta-\frac{\pi}{2})$，则有$\rho=6\sin\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)=-6\cos\theta$.

所以，曲线 C_2 的极坐标方程为$\rho=-6\cos\theta$. ……5 分

（2）M 到射线$\theta=\frac{5\pi}{6}$的距离为$d=4\sin\frac{5\pi}{6}=2$,

射线$\theta=\frac{5\pi}{6}$与曲线 C_1 交点$P(\rho_P,\frac{5\pi}{6})$, 其中，$\rho_P=6\sin\frac{5\pi}{6}=3$,

射线$\theta=\frac{5\pi}{6}$与曲线 C_2 交点$Q(\rho_Q,\frac{5\pi}{6})$, 其中，$\rho_Q=-6\cos\frac{5\pi}{6}=3\sqrt{3}$,

$|PQ|=|\rho_P-\rho_Q|=3\sqrt{3}-3$，则$S=\frac{1}{2}|PQ|d=3\sqrt{3}-3$. ……10 分

23（Ⅰ）当$a=\dfrac{1}{2}$时，不等式$f(x)>6$可化为$|3x-1|+|2x-2|>6$，

当 $x<\frac{1}{3}$ 时，不等式即 $1-3x+2-2x>6$，$\therefore x<-\frac{3}{5}$.

当 $\frac{1}{3}\le x\le 1$ 时，不等式即 $3x-1+2-2x>6$，$\therefore x\in\phi$

当 $x>1$ 时，不等式即 $3x-1+2x-2>6$，$\therefore x>\frac{9}{5}$

综上所述不等式的解集为 $\left\{x\middle|x<-\frac{3}{5}\text{或}x>\frac{9}{5}\right\}$；……5 分

（II）不等式 $f(x_0)+3x_0>4+|2x_0-2|$

可化为 $|3x_0-2a|+3x_0>4$

令 $g(x)=|3x-2a|+3x=\begin{cases}6x-2a, x\ge\frac{2a}{3}\\ 2a, x<\frac{2a}{3}\end{cases}$

所以函数 $g(x)$ 最小值为 $2a$，

根据题意可得 $2a>4$，即 $a>2$，所以 a 的取值范围为 $(2,+\infty)$. ……10 分