试卷类型：A

2023年普通高等学校招生全国统一考试模拟试题

数　学

2023.5

本试卷共4页．满分150分．考试时间120分钟．

注意事项：

1．答题前，考生务必在试题卷、答题卡规定的地方填写自己的准考证号、姓名．

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.

3．考试结束，考生必须将试题卷和答题卡一并交回．

一、单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的

1．已知集合 U={xENlx2-4x-5≤0},A={0,2},B={1,3,5}，则 An(CuB)=

A.{2}　　B.{0,5}　　C.{0{0,2}　　D.{0,2,4}

2．已知 a,bER,，i为虚数单位，则“复数 z=a+bi是纯虚数”是“lal+1b|≠0”的

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

C.充要条件

3．已知平面向量a与b的夹角是60°，且 lal=2,b=(1,2)，则 a·(2a-b)=

A.8+2.5　　B.4-5　　C.8-5　　D.4+25

4．我国古代数学《张邱建算经》中记载：“今有方锥，下广二丈，高三丈．欲斩末为方亭，令上方六尺.问：斩高几何？”大致意思是：“有一个正四棱锥的下底面边长为二丈，高为三丈，现从上面截去一段，使之成为正四棱台，且正四棱台的上底面边长为六尺，则截去的正四棱锥的高是多少？”按照上述方法，截得的该正四棱台的体积为（注：1丈=10　尺）

A. 11676立方尺　　B. 3892立方尺　　C.3892　7　立　　D.3892万立方

5．已知函数　f(x)的定义域为 R,f(x+1)为偶函数　,f(x+4)=f(-x)，则

A.函数　f(x)为偶函数　　B.f(3)=0

C.f(1/2)=-f(5/2)　　D.f(2023)=0

6．若P为函数　f(x)=1/2e-x　图象上的一个动点，以P为切点作曲线 y=f(x)的切线，则切线倾斜角的取值范围是

A.[0,2π/3)　　B.((π/2,2/　　C.((2π/3,　　D.[0,　π/2 π

7．已知事件A,,B,P(B)=1/3,P(BIA)=3/4,P(BIA)=1/2，则 P(A)

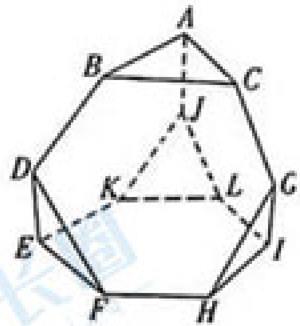
A.　1　　B.　1　　C.　　D.

8．已知　a=20222024,b=20232023,c=20242022，则 a,b,，c 的大小关系为

b>c>ab>c>a　　B. $b>a>c$　　C. $a>c>b$　　. $a>b>c$

二、多项选择题：本大题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，选对但不全的得 2 分，有选错的得 0 分．

9．如图所示的几何体，是将棱长为 3 的正四面体沿棱的三等分点，作平行于底面的截面所得，且其所有棱长均为 1，则



A. 直线 BD 与直线 JL 所成角为

B. 直线 CG 与平面 EFHILK 所成角为　π

C. 该几何体的体积为

D. 该几何体中，二面角 A-BC-D 的余弦值为

10．将函数 f(x)=sin(ωx-π/)(0<ω<6)的图象向右平移　个单位长度后得到函数的图象，若(0，π/是 g(x)的一个单调递增区间，则

A. f(x)的最小正周期为π

B. f(x)在（2π,4/π/上单调递增

C. 函数　**F(x)=f(x)+g(x)**的最大值为

D. 方程　f(x)=-1/2 在［0,2　上有 5 个实数根

11．函数　y=ax+6/a(ab>0)的图象是双曲线，且直线 x=0 和　y=ax 是它的渐近线．已知函数　，则下列说法正确的是

B. 对称轴方程是　y=[redacted]x, y=/3

C. 实轴长为　2B

D. 离心率为

12．已知函数　f(x)=e-1-e1-x+2/sinmx，实数 a 满足不等式　f(2a)+f(a-1)>0，则 a 的取值可以是

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．把答案填在答题卡的相应位置．

13. 已知 (3x-1)(x+1)5=a0+a1x+a2+a33++a+a6x，则 **a2+a4+a6=** ．（用数字作答）

14. 已知圆 C:x2+y2-4xcosθ-4ysinθ=0，则与圆 C 总相切的圆 D 的方程是

15. 已知函数 f(x)=log。x-(/a)*-log。2(a>1)有两个零点，则实数 a 的取值范围是

16. 已知过点 A（-1,0）的直线 与抛物线 C:y=2x 交于 两点，过点 A 作抛物线的切线12，切点是 M（在 x 轴的上方），直线 MB 和 MD 的倾斜角分别是 α，β，，则 tarn(α+β)的取值范围为______

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17. （10分）

已知数列 {an}和 {bn}满足 a1=3,b1=2,an+1=an+2bn,bn+1=2an+bn·

（1）证明：**{an+bn}**和 {an-bn}都是等比数列；

（2）求 {anbn}的前 n 项和

18. （12分）

定义平面凸四边形为平面上每个内角度数都小于 180°的四边形．已知在平面凸四边形 ABCD 中，*LABC=105°,LADB=60°,AB=3* 的平分线为 DE，且 AE=2 *EB*.

（1）求△ABD 的面积；

（2）求 CD 的取值范围．

19. （12分）

某品牌中性笔研发部门从流水线上随机抽取 100 件产品，统计其性能指数并绘制频率分布直方图（如图1）．

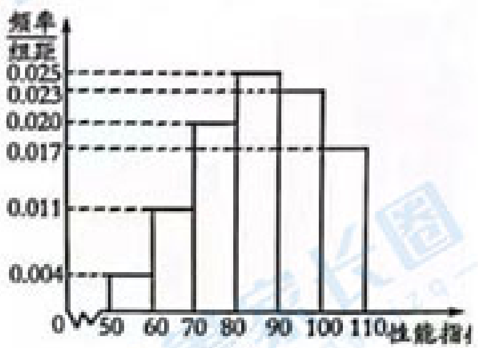


图1

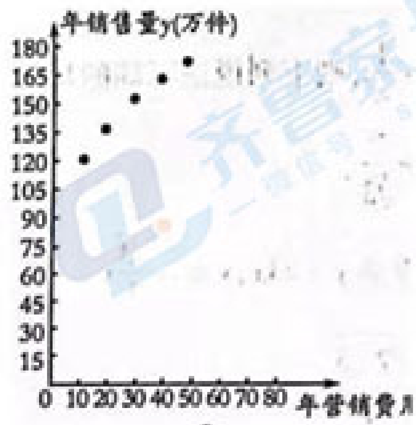


图2

产品的性能指数在［50,70）的适合儿童使用（简称 A 类产品），在［70,90）的适合少年使用（简称 B 类产品），在［90,110］的适合青年使用（简称 C 类产品），A，B，C 三类产品的销售利润分别为每件 1.5,3.5,5.5（单位：元），以这 100 件产品的性能指数位于各区间的频率代替产品的性能指数位于该区间的概率．

（1）该公司为了解年营销费用 x（单位：万元）对年销售量 y（单位：万件）的影响，对近 5 年的年营销费用　　x 和年销售量　　y1 (i=1, 2, 3, 4, 5)）的数据做了初步处理，得到散点图（如图 2）及一些统计量的值（如下表）.

■	■	(u-可)	
16.30	24.87	0.41	1.64

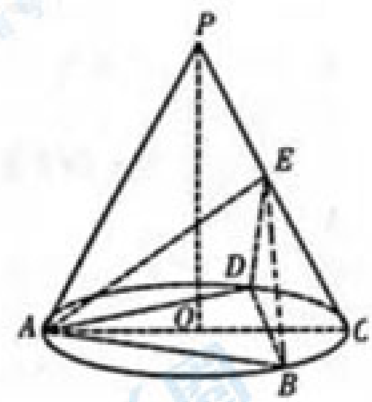
表中

根据散点图判断，y=a · x6 可以作为年销售量 y（万件）关于年营销费用 x（万元）的回归方程，求 y 关于 x 的回归方程；（取　　e4. 159=64）

（2）求每件产品的平均销售利润；并用所求的回归方程估计该公司应投入多少营销费，才能使得该产品一年的收益达到最大？（收益 = 销售利润-营销费用）=a+βu　　的斜率

参考公式：对于一组数据（U1, v1), (u2, v2), - - -, (un, vn)，其回归直线和截距的最小二乘估计分别为

20．（12 分）



如图，P 为圆锥的顶点，O 是圆锥底面的圆心，AC 为底面直径，ΔABD 为底面圆 O 的内接正三角形，且边长为　，点在母线 PC 上，且　　AE=3, CE=1.

（1）求证：直线 PO／／平面 BDE；

（2）求证：平面 BEDL 平面 ABD；

（3）若点 M 为线段 PO 上的动点，当直线 DM 与平面 ABE 所成角的正弦值最大时，求此时点 M 到平面 ABE 的距离.

21．（12 分）

已知椭圆 C：8/+/=1 (a>6>0)的离心率为　　，且过点

（1）求椭圆 C 的标准方程；

（2）若动直线　l:y=-1/2x+m (1≤m<2)与椭圆 C 交于 A，B 两点，且在坐标平面内存在两个定点 P，Q，使得　　　　　　　　　　　　定值），其中　kpu, kpB 分别是直线　PA 的斜率，分别是直线 QA，QB 的斜率.

①求λ的值；

②求四边形 PAQB 面积的最大值.

22．（12 分）

已知函数　f(x) =x2+ax-e*(aER)有两个极值点　x1, x2 ·

（1）求实数 a 的取值范围；

（2）证明：:x1+x2<ln4.