# 邕衡金卷广西2023届高三一轮复习诊断性联考

# 理科数学

**注意事项：**

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

## 一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．若 $z=1+\sqrt{2}\mathrm{i}$，则 $\dfrac{z}{z\overline{z}+3}=$

A．$-1+\sqrt{2}\mathrm{i}$　　B．$-1-\sqrt{2}\mathrm{i}$

C．$\dfrac{1}{6}-\dfrac{\sqrt{2}}{6}\mathrm{i}$　　D．$\dfrac{1}{6}+\dfrac{\sqrt{2}}{6}\mathrm{i}$

2．关于统计数据的分析，有以下几个结论，其中正确的是

A．将一组数据中的每个数据都减去同一个数后，平均数与方差均没有变化

B．样本数据9、3、5、7、12、13、1、8、10、18的中位数是8或9

C．在刻画回归模型的拟合效果时，相关指数 $R^2$ 的值越大，说明拟合的效果越好

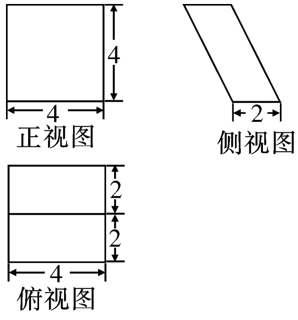
D．在调查影院中观众观后感时，从20排中（每排人数相同）每排任意抽取一人进行调查是系统抽样法

3．已知集合 $A=\left\{x\middle|y=\sqrt{25-x^2}\right\}$，$B=\left\{x\middle|x^2+4x-12<0\right\}$，则 $A\cap\left(\complement_{\mathrm{R}}B\right)=$

A．$(-6,2)$　　B．$(-\infty,-6]\cup[2,+\infty)$

C．$[2,5]$　　D．$(-\infty,-6)\cup(5,+\infty)$

4．某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为



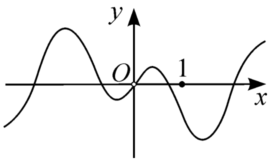

A．$\dfrac{32}{3}$

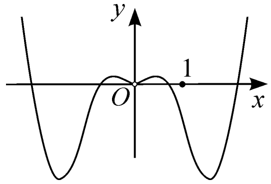
B．8

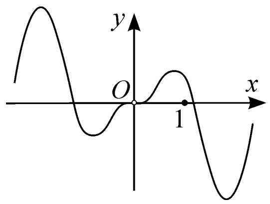
C．32

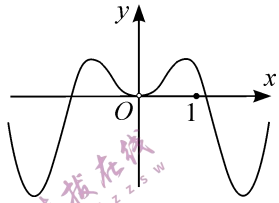
D．$16\sqrt{2}$

5．函数 $f(x)=\dfrac{x^2\sin 2x}{2^x-2^{-x}}(x\neq 0)$ 的图象大致为

A． 


B． 


C． 


D． 


6．已知函数 $f(x)=\dfrac{e^x}{ax+2}$，且 $f'(-1)=0$，在区间 $(-2,b)$ 上有最小值，则 $b$ 的取值范围为

A．$(-1,+\infty)$　　B．$[-1,+\infty)$　　C．$(0,+\infty)$　　D．$[0,+\infty)$

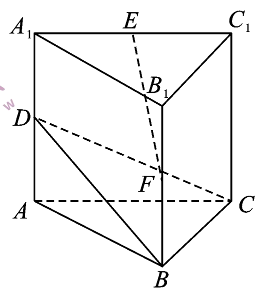
7．如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，棱长均为2．$D$，$E$，$F$ 分别为 $AA_1$，$A_1C_1$，$BB_1$ 的中点，则直线 $EF$ 与平面 $BCD$ 所成角的正弦值是

A．$\dfrac{\sqrt{3}}{6}$

B．$\dfrac{\sqrt{2}}{6}$

C．$\dfrac{\sqrt{3}}{8}$

D．$\dfrac{\sqrt{2}}{8}$




8．如图，在扇形 $AOB$ 中，$C$ 是弦 $AB$ 的中点，$D$ 在 $\overset{\frown}{AB}$ 上，$CD\perp AB$．其中 $OA=OB=r$，$\overset{\frown}{AB}$ 长为 $l$（$l<r$）．则 $CD$ 的长度约为

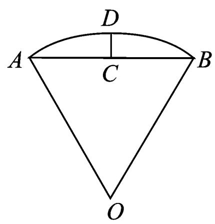
（提示：$x\in(0,\dfrac{1}{2})$ 时，$\cos x\approx 1-\dfrac{x^2}{2}$）

A．$r-\dfrac{l^2}{8r}$

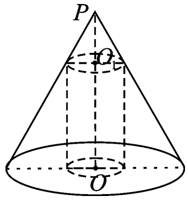
B．$\dfrac{l^2}{8r}$

C．$r-\dfrac{l^2}{4r}$

D．$\dfrac{l^2}{4r}$



9．如图，圆锥的轴截面为正三角形，点 $P$ 为顶点，点 $O$ 为底面圆心，过轴 $PO$ 的三等分点 $O_1$（靠近点 $P$）作平行底面的截面，以该截面为底面挖去一个圆柱，此圆柱的下底面在圆锥的底面上，则所得圆柱的体积与原圆锥的体积之比为




A． $1:9$

B． $2:9$

C． $1:27$

D． $2:27$

10．设函数 $f(x)=2\sin(\omega x-\frac{\pi}{6})$（$\omega>0$）在区间 $(0,\pi)$ 恰有三个极值点、三个零点，则 $\omega$ 的取值范围是

A． $\left[\frac{8}{3},\frac{13}{6}\right)$　　B． $\left[\frac{8}{3},3\right)$　　C． $\left(\frac{13}{6},3\right]$　　D． $\left(\frac{8}{3},\frac{19}{6}\right]$

11．已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，左焦点为 $F_1$，虚轴上端点为 $B$，直线 $l$ 与双曲线交于 $P$，$Q$ 两点，直线 $l$ 与直线 $BF_1$ 的倾斜角互补，且点 $M(-4,1)$ 满足 $\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{MQ}=\vec{0}$，双曲线的离心率为 $e$，则 $e^2=$

A． $\frac{\sqrt{5}+2}{4}$　　B． $\frac{1}{4}$　　C． $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$　　D． $\frac{1}{2}$

12．设 $a=-\ln 0.7, b=0.3e^{0.3}$，$c=\frac{3}{7}$，则

A． $a<b<c$　　B． $b<a<c$　　C． $c<a<b$　　D． $a<c<b$

**二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。**

13．已知 $|\vec{a}|=2$，$\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角是 $\frac{\pi}{3}$，则 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 方向上的投影为__________.

14．现有6个乒乓球，其中3个是新球3个是旧球，不放回地抽取两次，每次取一个球，则在第一次取到新球的条件下，第二次取到旧球的概率是__________.

15．设 $F_1$，$F_2$ 为椭圆 $C:\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 的两个焦点，$P$，$Q$ 为 $C$ 上关于坐标原点对称的两点，且 $\angle F_1PF_2=90°$，则四边形 $PF_1QF_2$ 的面积为__________.

16．在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=\frac{\pi}{3}$，点 $D$ 在线段 $AC$ 上，且 $AD=3DC$，$BD=4$，则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为__________.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共60分。

17.（本小题满分12分）

记 $S_n$ 为数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和．已知 $S_n=2a_n-\dfrac{1}{4}$.

（1）证明：$\{a_n\}$ 是等比数列；

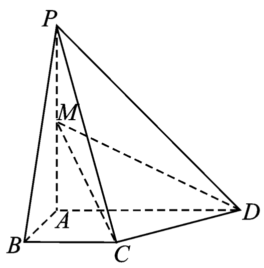
（2）记 $b_n=\log_2 a_n$, 求 $\{b_n\}$ 前 $n$ 项和 $T_n$ 的最小值.

18.（本小题满分12分）

已知四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为直角梯形，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$AD\,//\,BC$，$AB\perp AD$，$PA=AD=4$，$BA=BC=2$，$M$ 为 $PA$ 中点，过 $C$，$D$，$M$ 的平面截四棱锥 $P-ABCD$ 所得的截面为 $\alpha$ .

（1）若 $\alpha$ 与棱 $PB$ 交于点 $F$，画出截面 $\alpha$，保留作图痕迹（不用说明理由），求点 $F$ 的位置；

（2）求平面 $CDM$ 与平面 $PBC$ 所成锐二面角的余弦值.




19.（本小题满分12分）

为了丰富学生的课外活动，学校举办篮球、足球、羽毛球比赛，经过前期的预赛和半决赛，最终甲、乙两个班级进人决赛，决赛中每个项目胜方得8分，负方得0分，没有平局。三个项目比赛结束后，总得分高的班级获得冠军。已知甲班级在篮球、足球、羽毛球中获胜的概率分别为 $0.4$，$0.8$，$0.6$，各项目的比赛结果相互独立.

（1）求甲班级获得冠军的概率；

（2）用 $X$ 表示乙班级的总得分，求 $X$ 的分布列与期望.

20．（本小题满分12分）

设抛物线$C: y^2=2px(p>0)$的焦点为 $F$，点$D\left(p,0\right)$，过 $F$ 的直线交 $C$ 于 $M$，$N$ 两点．当直线$MD$垂直于$x$轴时，$\left|MF\right|=3$．

（1）求$C$的方程；

（2）若点$A(-1，0)$，$B(1，-1)$，过点$A$的动直线$l$交抛物线$C$于$P$、$Q$，直线$PB$交抛物线$C$于另一点$R$，连接$QB$并延长交抛物线于点$S$．证明直线$QR$与直线$PS$的斜率之和为定值．

21．（本小题满分12分）

已知函数$f(x)=\dfrac{x}{a}(\ln x+1)$．

（1）当$a=1$时，求曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程；

（2）若$x_1$，$x_2$是方程$f(x)=x^2$的两个不等实根，且$x_2>2x_1$，证明：$x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}>\dfrac{16}{e^2}$．

**（二）选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。**

22．（本小题满分10分）选修4－4：坐标系与参数方程

已知曲线$C$的参数方程是$\begin{cases}x=2\cos\varphi\\ y=\sqrt{3}\sin\varphi\end{cases}$（$\varphi$是参数），以坐标原点为极点，$x$轴的非负半轴为极轴建立极坐标系

（1）写出曲线$C$的极坐标方程；

（2）若点$A(\rho_1,\theta)$，$B(\rho_2,\theta+\dfrac{\pi}{3}),C(\rho_3,\theta+\dfrac{2\pi}{3})$在曲线$C$上，求$\dfrac{1}{|OA|^2}+\dfrac{1}{|OB|^2}+\dfrac{1}{|OC|^2}$的值．

23．（本小题满分10分）选修4－5：不等式选讲

已知$a>0,b>0,a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}=2$，证明：

（1）$(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{5}{2}}+b^{\frac{5}{2}})\geq 4$；

（2）$a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\leq 2$．